الجمهورية العراقية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل

خطوط النقل والشبكات



تأليف
ولتر سي جونسون
ترجمة
الدكتور سامي محمد طاهر عبد الموجود و بايز خورشيد الليفاني

الجمهورية العراقية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل

خطوط النقل والشـــبكات

ولتر سي . جونسون
رئيس قسم الهندسة الكهربائية
جامعة برنســتن

ترجمـة
الدكتور سامي محمد طاهر عبد الموجود و بايز خورشيد السليفاني

مدرس في قسم الهندسة الكهربائية
جامعة الموصل

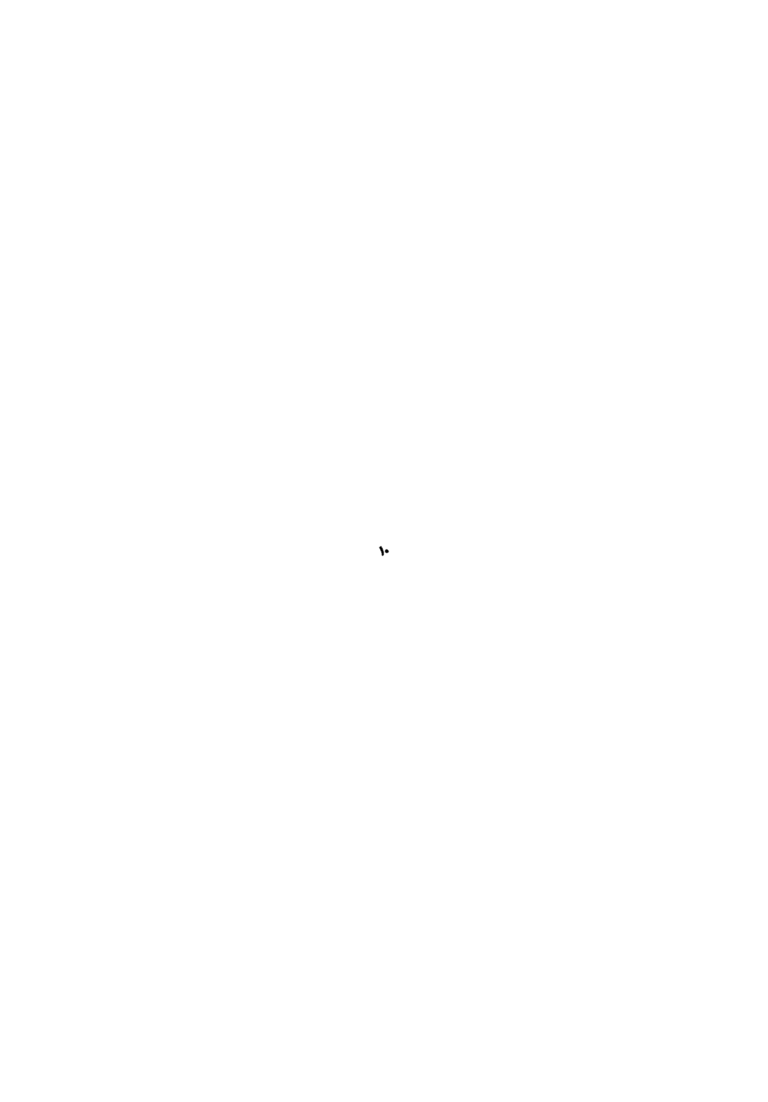
م.مساعد في قسم الهندسة الكهربائية
جامعة الموصل

TRANSMISSION LINES AND NETWORKS

WALTER C. JOHNSON

CHAIRMAN, DEPARTMENT OF ELECTRICAL ENGINEERING
PRINCETON UNIVERSITY

INTERNATIONAL STUDENT EDITION



بسم الله
الرحمن الرحيم

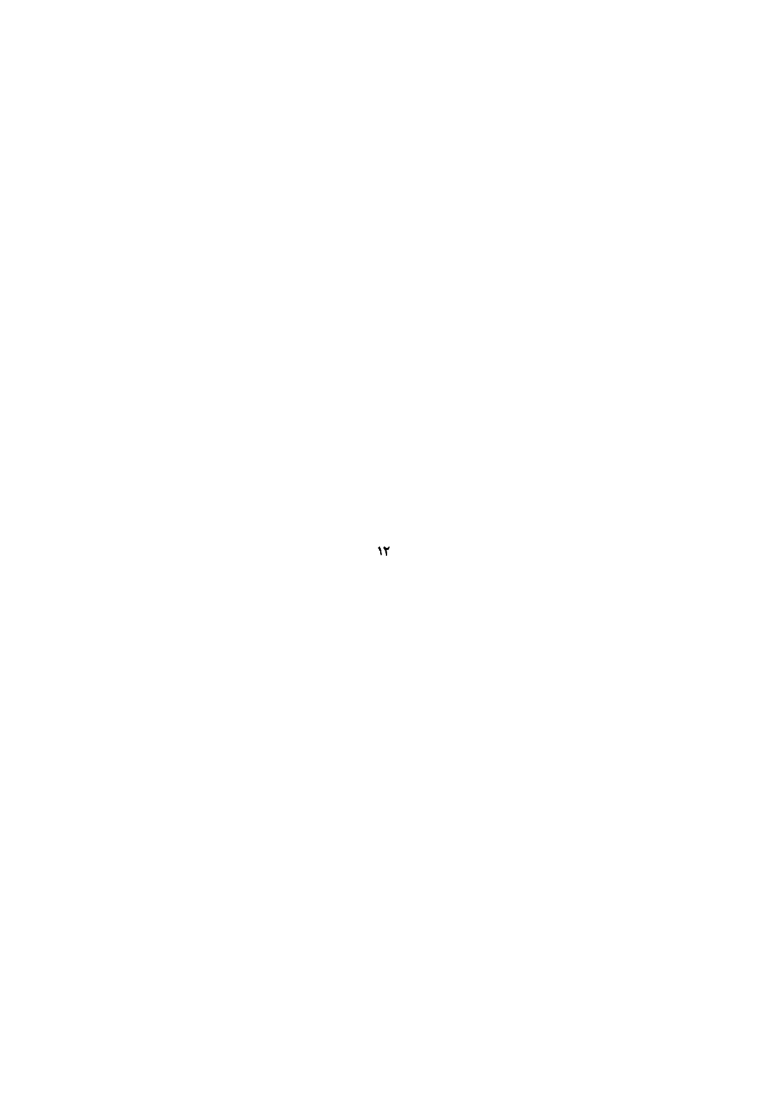
تمهيد :

تبرز أهمية هذا الكتاب في عرضه الجيد للمباديء الاساسية لشبكات النقل الكهربائي التي لايمكن لطلبة الهندسة الكهربائية الاستغناء عنها خلال دراساتهم .

وتأتي ترجمتنا لهذا الكتاب الى اللغة العربية لانه من الكتب المساعدة الجيدة في هذا المجال ، محاولين ـ قدر الامكان ـ ان تكون هذه الترجمة سهلة القراءة والفهم على الطالب .

نأمل ان يأخذ هذا الكتاب بعد ترجمته دوره في تشجيع عملية التعريب والله الموفق .

الدكتور . سامي محمد طاهر عبد الموجود
بايز خورشيد السليفاني
جامعة الموصل



مقدمة المؤلف :

الغرض من هذا الكتاب هو تقديم المباديء الأساسية لخطوط النقل والتحليل الابتدائي للشبكات الرباعية الاطراف غير الفعالة بشكل ملائم لمهندسي القدرة والمواصلات . ان المتطلبات الأساسية الضرورية للمواضيع التي نوقشت في هذا الكتاب هي رياضيات التكامل ونظرية التيار المتناوب الابتدائية . وربما يكون وبعض الالمام بالمعادلات التفاضلية مفيداً لكنه ليس ضرورياً ، وقد تم شرح الرياضيات اللازمة عند الاحتياج . ان مادة هذا الكتاب اعدت خلال عدة سنوات من المحاضرات الصفية والتي نُقدت عدة مرات على ضوء الخبرة التدريسية .

الظاهرة الاساسية التي تميز خط النقل من الدوائر المكتلة هي الموجة المتنقلة والصورة الفيزياوية الواضحة للموجات المتنقلة وانعكاساتها وتأثيرات التداخل وسيلة جيدة لتحفيز الطالب لمتابعة المادة وابعاده عن المعادلات المكررة والغامضة وعلى هذا فالكتاب قد افتتح بمناقشة الثوابت الموزعة والموجات المتنقلة رياضياً وفيزياوياً .

الفصول الاربعة الاولى تعطي نظرة عامة عن القدرة والمواصلات على حد سواء والفصل الخامس ناقش خرائط النقل الحديثة وتطبيقاتها على الخطوط العديمة الفقد والخطوط ذوات الفقد . ويتبع هذا فصول خصصت لمسائل خاصة لخطوط النقل على مدى ثلاثة ترددات : خطوط التردد الراديوي وخطوط الهاتف والبرق وخطوط القدرة ومن هنا فان المفاهيم والرموز لنظرية خط النقل تؤدي بصورة طبيعية الى تطبيقها على الشبكات الرباعية الاطراف غير الفعالة اما تطبيقات النظرية على الموهنات وشبكات موائمة الممانعة والمرشحات فقد اعطيت بشيء من التفصيل .

الاجزاء الاكثر صعوبة مثل التأثير السطحي ونظرية المفاعلة لفوستر سبقت بمناقشة نوعية لهذه المواضيع وهذا يسمح باهمال جزء كبير من الرياضيات حول هذه المواضيع كلما اريد ذلك . كما يسمح للطالب فهم الظاهرة فيزياوياً قبل معاملتها رياضياً . لم يحاول هذا الكتاب الدخول في نظرية موجه الموجة المجوف ويمكن تطوير نظرية مقنعة جداً لخطوط النقل من نظرية الدائرة الاعتيادية ومن جهة أخرى يمكن فهم الموجهات المجوفة للموجة فهماً سطحياً على هذا الأساس

حيث ان النظرية الكهرومغناطيسية للمجال هنا هي الاساس الضروري للتحليل بالرغم من ان هنالك أساساً متشابهاً بين موجه الموجة المجوف وخط النقل المتعدد الموصل المشتغل في نسقه الرئيسي ، كما ان الفرق بينهما مهمة كأهمية التشابه بينهما . ان طالب الهندسة الكهربائية يصبح مهيئاً لنظرية خط النقل الاعتيادية حالما يدرس نظرية دوائر التيار المتناوب المكتلة وعليه فان الموجهات المجوفة للموجة مع الاسس التحليلية المختلفة حذفت من الكتاب .

أود أن اخص بالشكر البروفيسور س . أ ج . ويلز لتشجيعه واقتراحاته المفيدة خلال تحضيري لهذه المادة كما أشكر البروفيسور أ ج . م . جاندلر والبروفيسور أ ج . سوربر لانتقاداتها واقتراحاتهما المفيدة وأخيراً أود أن اعبر عن تقديري لسياسة مكتبة جامعة برنستون لتشجيع نشر هذا الكتاب كما اخص بالشكر البروفيسور ويلز والعميد كي . أ ج كوندت لدوريهما في توفير الوقت الكافي لتحضير النسخة المطلوبة .

ولتر ــ سي ــ جونسون

« الفصل الاول »

الثوابت الموزعة والموجات المتنقلة

DISTRIBUTED CONSTANTS AND TRAVELING WAVES

1.1 . المقدمة :

عند تحريك شحنات كهربائية فان المجال المغناطيسي المتسبب من تيار الشحنات المتحركة والمجال الكهربائي المتسبب من وجود الشحنات لاينشآن آنياً « في الفراغ ولكن ينتقلان بسرعة محددة ، ففي الهواء تكون هذه السرعة تقريباً » هي سرعة الضوء في الفراغ المطلق وهي حوالي 3×10^8 متر لكل ثانية . تصوّر موصلين متوازيين يربطان مولد بحمل ، ان الفولتية المسلطة من المولد على الخط لاتصل الى الحمل في اللحظة نفسها ولكن تنتقل بسرعة محددة وتصل الحمل بعد زمن معين . يمكن تفسير هذا بفعل المجالين الكهربائي والمغناطيسي واللذان يوجهان بواسطة الموصيين من المولد الى الحمل ، ولكن من الاسهل تحليلها بدلالة المحاثة الموزعة (Distributed inductance) والسعة الموزعة (Distributed capacitace) للسلكين . ان سرعة الانتشار (Velocity of propagation) تعتمد على الوسط المحيط بالسلكين الذي يحوي المجالين الكهربائي والمغناطيسي ، تكون السرعة لخطوط النقل الهوائية العزل (Air - Insulated) مساوية تقريباً لسرعة الضوء في الفراغ المطلق ، وتكون أقل للعوازل الصلبة

عندما تتغير فولتية المولد جيبياً مع الزمن فالمسافة التي تقطعها الموجة في دورة واحدة تساوي طول الموجة λ :

طول الموجة = السرعة × الفترة

أو

$$\lambda = \frac{v}{f} \qquad (1.1)$$

حيث ان f هو تردد المصدر السائق .

نفرض ان السرعة $v = 3 \times 10^8$ متر لكل ثانية فيصبح ممكناً عندها حساب طول الموجة لترددات مختلفة ، طول الموجة لتردد 60 هرتز هو 3,100 = λ ميل ولتردد 3 ميكا هرتز طول الموجة $\lambda = 100$ متر ولتردد 3,000 ميكا هرتز يكون طول الموجة $\lambda = 10$ سنتمتر .

ان زمن التخلف (Time lag) بين جانب الارسال (Sending End) وجانب الاستلام (Receiving End) لخط النقل مهم عندما يكون الخط طويل جداً والتردد عالي جداً ذلك ان الزمن الذي تستغرقه الموجة يأخذ جزءاً كبيراً من دورة الموجة اثناء انتقالها على طول الخط ، ويمكن التعبير عن ذلك بصورة أكثر ملاءمة بدلالة طول الموجة ويجب استعمال نظرية خط النقل عندما يكون الخط طويلاً بالمقارنة مع ربع طول الموجة . وعندما تكون الاسلاك أقصر من ربع طول الموجة فان زمن التخلف يكون جزءاً قليلاً من الدورة وعندها يمكن تحليل النظام بنظرية دائرة التيار المتناوب المعتادة (نظرية الدائرة الصغيرة) .

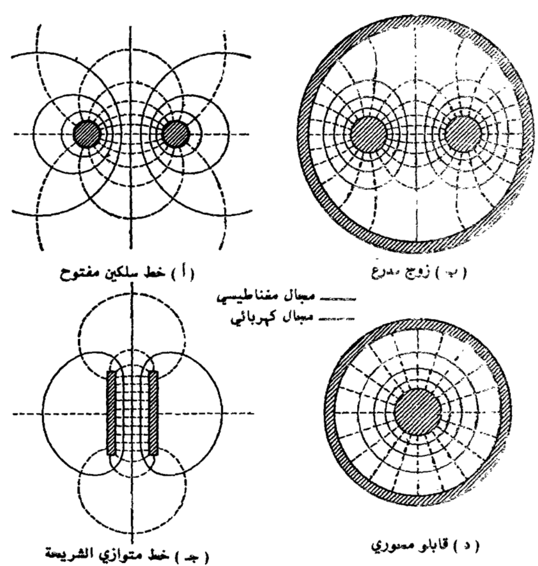


Fig. 1.1. Transverse views of some common types of transmission lines, showing the arrangement of conductors and the configuration of the electric and magnetic fields.

شكل 1.1

ان الغرض الاساسي لاستعمال خطوط النقل هو نقل قدرة تيار متناوب بين نقاط المسافة بينها ليست صغيرة بالمقارنة مع ربع طول الموجة ، كذلك عند الاطوال الموجية الصغيرة تستعمل خطوط النقل كعناصر لدائرة مفاعلة (Reactive Circuit Elements)أو كدوائر رنانة (Resonant Circuits) او كمحولات ممانعة (Impeadance Transformers)واستعمالات عديدة اخرى .

الشكل 1.1 يبين ترتيب الموصلات والشكل العام للمجالين الكهربائي والمغناطيسي لانواع متعددة من خطوط النقل . من السهل عمل خط مفتوح ثنائي السلك(Open Two wire)والتحكم بخواصه وذلك بتغير المسافة بين السلكين . ان المجالات تمتد بعيداً عن الخط ويصبح فقد الاشعاع(Radiation Loss) كبيراً عند الترددات الراديوية العالية ولهذا فان الخطوط المفتوحة السلك لاتستعمل عادة عند ترددات اعلى من بضع مئات الميكاهرتز . في بعض الاحيان يوضع درع (Shield) موصل حول السلكين لاحتواء المجالات كما موضح في الشكل 1.1 ب . الخط المتوازي الشريحة (Parallel Strip line) المبين في الشكل 1.1 جـ يستعمل احياناً لتوفير مستوى ممانعة واطيء .

الخط المحوري (Coaxial line) يتكوّن من انبوبة مجوفة وموصل متحد المركز(Concentric Conductor) كما موضح في الشكل 1.1 د ومن الممكن تثبيت الموصل الوسطي في موقعه بواسطة محزات عازلة (Dieleclric Beads) او بعازل صلب مستمر يملأ الفجوة الحلقية . عندما يستعمل عازلا صلباً مستمراً يمكن ان يكون القابلو المحوري مرناً وذلك بتركيب الموصل الخارجي من اسلاك رفيعة متشابكة .

القابلو المحوري يكون مدرعاً ذاتياً (Self- Shielded) وليس له مجال خارجي ربما عدا مجال خارجي قرب نهايتيه(Terminations) ولهذا السبب يستعمل بكثرة عند مدى الترددات الراديوية وكذلك يستعمل بفعالية للموجات ذات الاطوال القصيرة مثل 10 سنتمتر (3,000 ميكا هرتز) وهذه هي منطقة الموجات الدقيقة(Micro waves)وهو الاسم الذي سمي به الطيف الراديوي عند الاطوال الموجية التي تقل عن نصف متر .

الخطوط المفتوحة السلك(Open-Wire lines) تكون متوازنة بالنسبة الى الارض في حين يكون القابلو المحوري غير متماثل او متوازن بالنسبة الى الارض .

عند تحليل مسألة لخط النقل بواسطة النظرية الكهرومغناطيسية ، وجد ان نوع النقل الذي يدرس هنا هو ليس الوحيد الممكن وجوده على مجموعة من الموصلات المتوازية ،وانما يطبق تحليلنا على مايسمى بالنسق الرئيسي(Principle Mode) اي عندما يكون المجالان الكهربائي والمغناطيسي متعامدين مع بعضهما ومع اتجاه الموصلات كما مبين في الشكل 1.1 ، هذا النوع من الموجة المتنقلة (Travelling Wave) تسمى بالموجة الكهرومغناطيسية المستعرضة (Transverse Electromagnetic or TEM wave)وهذا هو النوع الوحيد الموجود على خط النقل عند الترددات الواطئة عندما تكون الترددات عالية جداً بحيث يقارن طول الموجة بالمسافة بين الموصلات ، فان انواعاً اخرى من الموجات (من النوع المستفاد منه في الموجهات المجوفة للموجة) (Hollow Wave Guide) تصبح ممكنة[1] ، فيما عدا حالات خاصة جداً فان النسق العلوية تعد غير مرغوبة في نظم النقل التي ندرسها ولهذا فان المسافة بين الموصلين (ان امكن) تبقى اقل بكثير من ربع طول الموجة ، وسبب آخر لهذه المباعدة الصغيرة هو انه عندما تقترب المسافة بين الاسلاك في الخط غير المدرع تقترب من ربع طول الموجة فان الخط يتصرف كهوائي (Antenna) ويشع جزءاً كبيراً من الطاقة التي يحملها . في تحليلنا سوف نفرض ان المباعدة (بين الموصلات) صغيرة جداً وسنهمل فقد الاشعاع كلياً .

1.2
الثوابت الموزعة للخط:(The Distributed Constants of the Line)

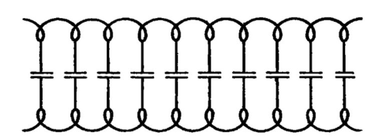
بالامكان تحليل خطوط النقل بواسطة توسيع نظرية الثوابت المكتلة (Lumped- Constant theory) وهذه النظرية سوف تطبق على كل الخطوط الموضحة في الشكل 1.1 .

ان ثوابت الخط المهمة جداً هي محاثته الموزعة وسعته الموزعة ، فعندما يمر تيار في موصلي خط النقل فان فيضاً مغناطيسياً(Magnetic Flux) يتكوّن حول هذين الموصلين وان اي تغير في هذا الفيض يحث (Induce) فولتية ($L\,di/dt$ المألوفة لنظرية الدائرة المكتلة) .

(1) لتحليل نسق اعلى في القابلوات المحورية شاهد :

[1] For an analysis of higher modes in coaxial cables, see A. B. Bronwell and R. E. Beam, "Theory and Application of Microwaves," Sec. 16.08, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947; and S. Ramo and J. R. Whinnery, "Fields and Waves in Modern Radio," Sec. 9.02, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1944.

ان محاثة الموصلين لخط النقل تكون موزعة بصورة منتظمة على اطوالها وتمثل محصلة التأثير لموصلي الخط ويرمز لها بالرمز L ويعبر عنها بهنري لكل وحدة طول . يوجد بين موصلي الخط سعة (Capacitance) C موزعة بانتظام وهذه السعة تقاس بفراد لكل وحدة طول كما موضح في الشكل 1.2 . وعندما يُنظر الى الخط بهذه الطريقة فليس من الصعب رؤية الفولتية والتيار يتغيران من نقطة الى اخرى على هذا الخط وانه من المحتمل حدوث رنين (Resonance) اذا ماتوفرت شروط معينة .

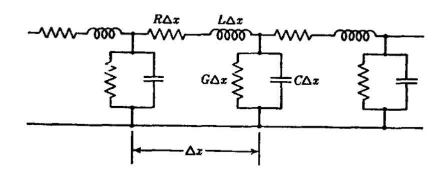


شكل 1.2 تمثيل تخطيطي للمحاثة والسعة الموزعة لخط النقل.

اضافة الى المحاثة والسعة فللموصلين ايضاً مقاومة R وحدتها اوم لكل وحدة طول . وهذا التأثير يشمل كلا الموصلين . واخيراً فان العازل الموجود في الخط قد يسمح بتسرب جزء من التيار من موصل الى آخر ويمثل هذا التوصيلية (Conductance) G وتقاس بموه لكل* وحدة طول من الخط . ان قيمة R تمثل عدم الكمال في الموصل بينما G تمثل عدم الكمال في العازل وعلى الطالب ان يدرك ان G لاتمثل مقلوب R في الرموز المستعملة في نظرية خط النقل . عندما تستعمل العوازل الصلبة عند الترددات العالية جداً فان فقد العازل الكهربائي (Deilectric Loss) يمكن ان يكون ملحوظاً وهذا له التأثير نفسه على الخط كتسرب أومي حقيقي ويكون له اسهام رئيسي في قيمة G عند هذه الترددات .

على الرغم من أن ثوابت الخط موزعة بصورة منتظمة على طول الخط نقدر ان تكون فكرة بسيطة عن تأثيرها بتصور الخط مكوناً من مقاطع قصيرة بطول مقداره Δx كما هو موضح في الشكل 1.3 . اذا كان L هو المحاثة لكل وحدة طول فان المحاثة لمقطع قصير سيكون $L \cdot \Delta x$. هنري وكذلك مقاومة مقطع قصير هي $R \cdot \Delta x$ اوم والسعة هي $C \cdot \Delta x$ فراد وتوصيلية التسرب (Leakage Conductance) هي $G \cdot \Delta x$ اوم .

* التسمية الجديدة للموه هو سيمنس ويرمز له S



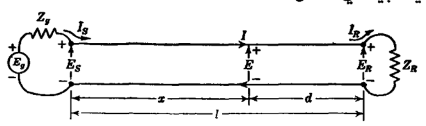
شكل 1.3 تمثيل تقريبي لمقطع قصير لخط النقل

بالرغم من ان المحاثة والمقاومة في الشكل 1.3 هما مكتلتان في موصل واحد فانهما في الحقيقة يمثلان محصلة التأثير لكلا الموصلين في مقطع قصير Δx. وكلما صغرت اطوال المقاطع Δx فان الخط المكتل في الشكل 1.3 يقترب من الخط الحقيقي .

1.3. الرموز والوحدات: (Notation and units)

سنتخيل مسألة نقل اساسي بالطريقة المبينة في الشكل 1.4 ، الرمزان السفليان **(Subscripts)** R, S يدلان بالتعاقب على جانبي الارسال والاستلام للخط وهذا الخط منته بممانعة مركبة في جانب الاستلام مقدارها Z_R وهي ممانعة الحمل ويغذي هذا الخط مولد فولتية دائرته المفتوحة**(OpenCircuit voltage)**هي E_g وممانعته الداخلية هي Z_g . ان وحدة الطول المستعملة عادة في مسائل خطوط الهاتف**(Telephone Line)**هي الميل* في حين يكون المتر هو المفضل في الخطوط الراديوية . ان ثوابت الخط **L** و **C** و **R** و **G** يعبر عنها بدلالة الوحدة المختارة للطول (كمثال يعبر عن **L** بهنري لكل ميل او هنري لكل متر) .

سوف نرمز للفولتية الآنية بـ e وللتيار الآني بـ **i** وسنستعمل حروف كبيرة **(I (E))** لكميات تيار متناوب مركبة**(Complex a-c quantities)** واصطلاحات الاشارات الرياضية مبينة في الشكل 1.4 .



شكل 1.4 شكل تخطيطي لخط نقل .

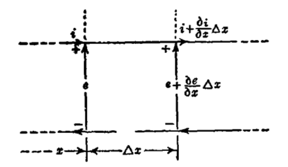
* ان وحدات SI هي الشائعة .

يؤخذ فرق الجهد بين خطين على انه عدداً موجباً من الفولت ان كان السلك العلوي في الشكل 1.4 هو موجب بالنسبة الى السلك السفلي ، ويأخذ العدد ـ سالب من الفولت اذا ماعكست القطبية(polarity) وسيعتبر التيار الآني الذي يسري الى اليمين في السلك العلوي (وكذلك الى اليسار في السلك السفلي) موجباً او بعكس الاتجاه سالباً ، فمجموعة مؤلفة من فولتية موجبة وتيار موجب او من فولتية سالبة وتيار سالب تمثل سريان القدرة الى اليمين .

1.4 المعادلات التفاضلية للخط المنتظم :

(The Differential Equations for the Uniform Line)

تأمل مقطعاً من خط متناه في الصغر كما في الشكل 1.5 وتأمل القيمة الآنية للفولتية e والقيمة الانية للتيار i، ان المحاثة على التوالي لهذا المقطع هي $L \cdot \Delta x$ هنري ، والمقاومة على التوالي هي $R \cdot \Delta x$ اوم . بالتشابه فان السعة على التوازي تكون $C \cdot \Delta x$ فراد والتوصيلية على التوازي تكون $G \cdot \Delta x$ سيمنس .



شكل 1.5 جزء متناه في الصغر من خط نقل .

باتباع الاصطلاحات التفاضلية فان الفرق بين القيمة الآنية للفولتيات بين خط وخط line-to-line في طرفي المقطع ستكون $(\partial e/\partial x)\Delta x$ كما مبين في الشكل 1.5 (يجب استعمال المشتقة الجزئية لأن هنالك متغيرين مستقلين هما المسافة x والزمن t) .

ان فرق الفولتية $(\partial e/\partial x)\Delta x$ هي نتيجة التيار i الساري خلال المقاومة $R \cdot \Delta x$ والمتغير بمعدل $\partial i/\partial t$ في المحاثة $L \cdot \Delta x$. وهكذا بالامكان كتابة مايأتي :

$$-\frac{\partial e}{\partial x}\Delta x = (R \cdot \Delta x) i + (L \cdot \Delta x)\frac{\partial i}{\partial t}$$

استعملت الاشارة السالبة في هذه المعادلة لان قيمتا i و $\partial i/\partial t$ الموجبتين تسببان نقصاً في e مع ازدياد المسافة . عند تقسيم المعادلة على Δx. ينتج :

$$-\frac{\partial e}{\partial x} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t} \qquad (1.2)$$

هذه هي المعادلة التفاضلية التي تبيَن طريقة تغير الفولتية الآنية e بين خط وخط وعلى طول الخط .

باسلوب مشابه فان الفرق في التيار بين طرفي مقطع الخط هو $(\partial i/\partial x)\Delta x$ وسيتكون من قسمين : (1) التيار المتسبب من الفولتية e المؤثرة على التوصلية على التوازي $G\cdot\Delta x$ و (2) تيار الازاحة خلال السعة $C\cdot\Delta x$ المتسبب من الفولتية المتغيرة بمعدل $\partial e/\partial t$ وهكذا نستطيع ان نكتب المعادلة الآتية :ـ

$$-\frac{\partial i}{\partial x}\,\Delta x = (G\cdot\Delta x)e + (C\cdot\Delta x)\,\frac{\partial e}{\partial t}$$

بتقسيم المعادلة على Δx نحصل على المعادلة التفاضلية التي تبين الطريقة التي يتغير بها التيار i على الخط . $-\frac{\partial i}{\partial x} = Ge + C\frac{\partial e}{\partial t}$

عندنا الان معادلتان تفاضليتان بمتغيرين تابعين هما e و i ومتغيرين مستقلين هما x و t . هاتين المعادلتين (مع الشروط الحدودية boundary conditions التي تخص طرفي الخط) تؤديان مبدئياً الى حلول الحالة المستقرة steady-state والحالة العابرة transient وسوف نؤكد بالخصوص على الحالة المستقرة لمسائل التيار المتناوب ونختبر الحالات العابرة في حالات معينة بسيطة .

1.5 الموجات المتنقلة على خط عديم الفقد :

(Travelling Waves on a lossless line)

من الفائدة دراسة الحالة الافتراضية (Hypothetical Case) لخط عديم الفقد الذي له $R = G = 0$. ان هذا الفرض معقول جداً عندما يكون فقد الخط اقل بكثير من الطاقة التي تنتقل على الخط .

يمكن حل مسائل الخطوط الراديوية القصيرة فيزياوياً بصورة مقنعة بهذه الطريقة ، وكذلك فان التقريب يوفر طريقة بسيطة ونافعة (على الرغم من انها مثالية) لحساب انتشار الاندفاعات المفاجئة (Surges) كالتي تحدث في ضربات الصواعق (Lighting Strokes) على خطوط القدرة .

من السهل فهم عمل خطوط التعويق (Delay Lines. وخطوط تكوين النبضة (Pulse Forming lines)باستعمال نظرية عدم الفقد ، في حالة عدم الفقد فان المعادلتين (1.2) و (1.3) تصبحان : ـ

$$-\frac{\partial e}{\partial x} = L\frac{\partial i}{\partial t} \tag{1.4}$$

و

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C\frac{\partial e}{\partial t} \tag{1.5}$$

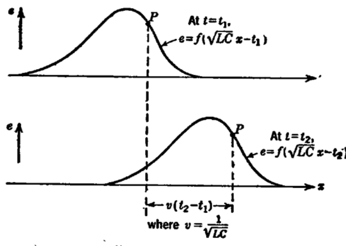
بامكاننا ازالة i من المعادلتين بأخذ المشتقة الجزئية للمعادلة (1.4) بالنسبة الى x وللمعادلة (1.5) بالنسبة الى t . اولوية الاشتقاق غير مهمة وهكذا فأن $\partial^2 i/\partial x\partial t = \partial^2 i/\partial t\partial x.$ وبازالة هذه الكمية من المعادلتين نحصل على المعادلة التفاضلية للفولتية e:

$$\frac{1}{LC}\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \tag{1.6}$$

اذا ازيلت e بدلاً من i من المعادلتين (1.6) و (1.7) نحصل على علاقة للتيار شبيهة بالمعادلة (1.6) :

$$\frac{1}{LC}\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \tag{1.7}$$

المعادلتان (1.6) و (1.7) هما معادلتا موجة ذات شكل احداثي واحد (One Dimensional) وحلول هذ المعادلة معروفة لاحتوائها على موجات باستطاعتها الانتقال بكلا الاتجاهين بدون تغير في الشكل او في الاتساع (Magnitude) وبسرعة تساوي $1/\sqrt{LC}$. ولايضاح ذلك سوف نضع تعبيراً رياضياً لهذه الموجة ثم نبيَن ان هذا التعبير الرياضي يحقق المعادلة التفاضلية (1.6) .



شكل 1.6 موجة متنقلة في لحظتين متعاقبتين من الزمن .

اولاً سوف نبيّن ان الموجة المتنقلة في الاتجاه الموجب لـ x وبسرعة $1/\sqrt{LC}$ يمكن تمثيلها رياضياً بالمعادلة :

$$e = f(\sqrt{LC}x - t) \qquad (1.8)$$

حيث ان f تمثل دالة احادية القيمة **(Single- Valued Function)** وبازاحة زاوية **(Argument)** مقدارها $\sqrt{LC}x - t$. فيما يلي بعض من هذه الدوال $e^{a(\sqrt{LC}x-t)}$ و $\text{Sin}\ \omega\ (\sqrt{LC}x - t)$ و $K(\sqrt{LC}x - t)^2$ حيث ان a، ω و K هم ثوابت .

مثال آخر اعم ولكن من الصعب تمثيله رياضياً هو الموضح في الشكل (1.6) .

افرض ان مراقباً ينتقل مع الموجة المبينة في الشكل 1.6 بحيث يبقى مع نقطة معينة على الموجة كالنقطة P . ان الدالة $f(\sqrt{LC}x - t)$ بالنسبة الى المراقب تبقى ثابتة القيمة وهذا يعني انه يجب ان يتحرك بحيث تبقى الازاحة الزاوية $\sqrt{LC}x - t$ ثابتة بالنسبة له .

بالنسبة للنقطة P فان الازاحة الزاوية هي :

$$\sqrt{LC}x - t = \text{ثابت}$$

بأخذ الاشتقاق بالنسبة الى الزمن لكل حد نحصل على معادلة تحتوي على السرعة dx/dt

$$\sqrt{LC}\,\frac{dx}{dt} - 1 = 0$$

ومنها يمكن ايجاد السرعة التي تكون :

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (1.9)$$

وحدتها هي وحدة طول لكل ثانية .

وبطريقة مشابهة فان موجة متنقلة في الاتجاه السالب لـ x. يمكن تمثيلها بالمعادلة :

$$e = f_2(\sqrt{LC}x + t) \qquad (1.10)$$

حيث ان f_2 هي دالة احادية القيمة .

مثال 1 : كمثال خذ الدالة $e = K(\sqrt{LC}x - t)^2$, حيث ان K هو ثابت . في زمن $t = 0$ هذه الدالة هي دالة قطع مكافيء **(Prabolic Function)** لـ x وتساوي : $e = K(\sqrt{LC}x)^2$. وفي زمن لاحق t_1 ثانية فان الدالة هي $e = K(\sqrt{LC}x - t_1)^2$ وهي ايضاً دالة قطع مكافيء لـ x ولكن ازيحت **(Shifted)** الى اليمين بقيمة $t_1/\sqrt{LC}$ وحدات مسافة على الاحداثي x . بعدئذٍ سوف نوضح ان الموجة المتنقلة في المعادلة (1.8) تحقق المعادلة التفاضلية لخط عديم الفقد .

ولتبسيط الرموز نكتب الازاحة الزاوية للدالة بالشكل

$$s = \sqrt{LC}x - t \qquad (1.11)$$

ونكتب الحل المفترض كالآتي :

$$e = f(s) \qquad (1.12)$$

الآن نأخذ المشتقات لـ e لتعويضها في المعادلة التفاضلية .
من حساب التفاضل والتكامل (Calculus) نكتب :

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \frac{df}{ds}\frac{\partial s}{\partial x}$$

ولكن من المعادلة (1.11) وجدنا ان $\partial s/\partial x = \sqrt{LC}$ وهكذا فان :

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \sqrt{LC}\,\frac{df}{ds}$$

وبأخذ المشتقة الثانية بالنسبة الى x نحصل على :ـ

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = LC\frac{d^2 f}{ds^2} \qquad (1.13)$$

وبطريقة مشابهة نستطيع ان نبيّن على ان :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = \frac{d^2 f}{ds^2} \qquad (1.14)$$

اذا اختبرنا الحل بتعويض المعادلتين (1.13) و (1.14) في المعادلة التفاضلية (1.6) نحصل على :

$$\frac{1}{LC}\left(LC\frac{d^2 f}{ds^2}\right) = \frac{d^2 f}{ds^2}$$

هذه هي متطابقة تثبت ان الحل المفترض للمعادلة (1.8) يحقق المعادلة التفاضلية .

مثال 2 . تأمل الدالة $e = K(\sqrt{LC}x - t)^2$ حيث ان K هو ثابت . باخذ المشتقة الجزيئة partial derivatives بالنسبة لـ x و t نحصل على :

$$\frac{\partial e}{\partial x} = 2\sqrt{LC}K(\sqrt{LC}x - t), \qquad \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = 2LCK$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -2K(\sqrt{LC}x - t), \qquad \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = 2K$$

الآن نختبر هل ان الدالة هي حل للمعادلة التفاضلية وذلك بتعويض المشتقة الثانية في $\partial^2 e/\partial x^2 = LC\partial^2 e/\partial t^2$.

النتيجة هي ان $2LCK = 2LCK$ والتي تبرهن ان تلك الدالة هي حل ممكن وقد تبدو الكمية $1/\sqrt{LC}$ في انها تمثل سرعة ، حيث L هي هنري لكل وحدة طول و C هي فراد لكل وحدة طول .

ان حاصل ضرب هنري في فراد له وحدات ثانية تربيع كما هو ملاحظ باستذكار تعبير السرعة الزاوية لدائرة رنانة بسيطة :

وحدتها زوايا نصف قطرية لكل ثانية = $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{\text{هنري} \times \text{فراد}}}$

وهكذا بالنسبة الى خط النقل تكون :

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(\text{فراد / طول})\ (\text{هنري / طول})}}$$

ويساوي وحدة طول لكل ثانية وهذه هي وحدة سرعة والتعبير $1/\sqrt{LC}$ هو سرعة بدلالة وحدة الطول المستعملة في L و C .

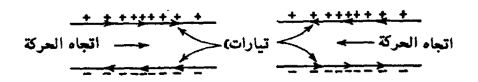
في الفصل الثالث عندما نحسب المحاثة والسعة لخط متوازي الموصلين مفصول بوسط عازل سوف نجد ان حاصل ضرب LC لايعتمد على حجم الموصلين او على المسافة بينهما ولكن يعتمد على ثابت العزل dielectric constant وانفاذية الوسط العازل permeability of the insulating medium . ان القيمة العددية لـ $1/\sqrt{LC}$ في موصلات العازل بينهما هواء هي تقريبا 3×10^8 متر لكل ثانية وهذا يحقق التجارب العملية لايجاد سرعة الضوء في الفراغ المطلق .

العوازل الصلبة التي يكون ثابت عزلها اكبر تسبب سرعة اصغر وكذلك فان الفقد في الخط يقلل السرعة نوعاً ما .

المعادلة التفاضلية للتيار مشابهة للفولتية ولذلك نتوقع ان يماثل حلها موجة متنقلة . الحل لـ i الذي يماثل حل المعادلة (1.8) لـ e هو :

$$i = \frac{1}{\sqrt{L/C}} f(\sqrt{LC}\,x - t) \qquad (1.15)$$

ويمكن اثبات هذا بتعويض الحلول لـ e و i في المعادلة التفاضلية الاصلية (1.4) و (1.5) . بما ان الدالة f تمثل فولتية فالكمية $\sqrt{L/C}$ يجب ان تكون وحدتها وحدة ممانعة ، والكميتان L و C هما خاصيتان للخط وتسمى $\sqrt{L/C}$ بالممانعة المميزة (Characterstic Impeadance) لخط عديم الفقد وسنرمز لها بالرمز Z_0 . الممانعة المميزة لخط عديم الفقد هي كمية حقيقية او بعبارة اخرى هي مقاومة ولا تعتمد على التردد وبصورة عامة فان الممانعة المميزة لخط مع فقد هي مركبة وتعتمد على التردد .



شكل 1.7 الفولتيات والتيارات المتسببة من موجات متنقلة

الآن يجب أن نثبت بأن الخط المنتظم عديم الفقد يقدر ان يحمل موجة فولتية تنتقل بسرعة $1/\sqrt{LC}$ في الاتجاه الموجب لـ x وان هذه الفولتية تكون مرافقة بموجة تيار مشابهة ، والاثنان لهما علاقة ببعضهما حيث ان $e = \sqrt{L/C}i$ في كل نقطة على الخط ، وبما ان الخط المنتظم يبدو متماثلاً من كلا الاتجاهين لذا نتوقع ان الخط يقدر حمل موجة متنقلة في الاتجاه الآخر كما في المعادلة الآتية :

$$e = f_2(\sqrt{LC}x + t) \tag{1.16}$$

يمكن اثبات صحة هذا بتعويض المعادلة (1.16) في المعادلة التفاضلية (1.6) .

يمكن تمثيل موجة التيار المرافقة لموجة الفولتية التي تتحرك في الاتجاه المعاكس بالمعادلة الآتية :

$$i = -\frac{1}{\sqrt{L/C}} f_2(\sqrt{LC}x + t) \tag{1.17}$$

ان سبب الاشارة السالبة مع موجة التيار المتحركة بالاتجاه المعاكس يمكن تصورها كما في الشكل 1.7 والذي يبين منطقة مشحونة تتحرك على الخط (آ) في الاتجاه الموجب و (ب) في الاتجاه السالب وباستعمال اصطلاحات الاشارة المُعرفة في الشكل (1.4) نستطيع القول ان الفولتية موجبة في كلتا الحالتين في حين يكون موجباً للموجة المنتقلة الى اليمين وسالباً للموجة المنتقلة الى اليسار . اما للموجات المنتقلة الى اليمين فالفولتية والتيار يتوافقان في الاشارة ويختلفان للموجات المنتقلة الى اليسار في الاشارة .

المعادلات التفاضلية لهذا النظام (System) هي معادلات خطية(Linear) ولهذا ان مجموع حلين منفصلين يعد حلاً ايضاً . وبصورة عامة يكون عندنا :

$$e = f_1(\sqrt{LC}x - t) + f_2(\sqrt{LC}x + t) \tag{1.18}$$

و

$$i = \frac{1}{Z_0}\left[f_1(\sqrt{LC}x - t) - f_2(\sqrt{LC}x + t)\right] \tag{1.19}$$

حيث ان $Z_0 = \sqrt{L/C}$

عند تراكب (Superimposing) موجتين متعاكستين في منطقة ما على الخط فإن نسبة الفولتية الكلية والتيار الكلي سوف لاتبقى $\sqrt{L/C}$ بسبب وجود الاشارة السالبة في المعادلة (1.19) .

ان العلاقة بين الطاقتين الكهربائية والمغناطيسية على الخط مهمة فاذا كانت القيمة الآنية لتيار في اية نقطة هي i فان الطاقة المغناطيسية المخزونة في طول صغير Δx، هي :

$$\mathcal{E}_m = \tfrac{1}{2}(L\,\Delta x)i^2 \qquad (1.20)$$

وان القيمة الآنية e للفولتية تحمل معها طاقة مخزونة في المجال الكهربائي . لطول مقداره Δx هذه الطاقة هي :

$$\mathcal{E}_e = \tfrac{1}{2}(C\,\Delta x)e^2 \qquad (1.21)$$

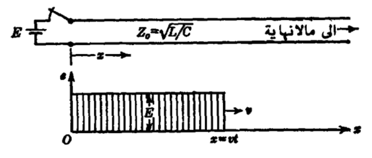
موجة منفردة (Single Wave) على خط عديم الفقد عندنا العلاقة $e = \sqrt{L/C}\,i$ في اية نقطة وفي اية لحظة ، نعوض هذه العلاقة في المعادلة (1.21) لنحصل على :

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}(C\Delta x)\left(\sqrt{\frac{L}{C}}\,i\right)^2$$
$$= \tfrac{1}{2}L\,\Delta x\,i^2$$

وهذه هي معادلة المجال المغناطيسي (1.20) نفسها . وعليه فان طاقتي المجال الكهربائي والمغناطيسي على خط عديم الفقد يحمل موجة في اتجاه واحد متساويان وهاتان الطاقتان تنتقلان مع الموجة e والموجة i بسرعة $1/\sqrt{LC}$ وتكونان غير متساويتين في المنطقة التي يوجد فيها موجتان متنقلتان باتجاهين متعاكسين حيث انه (كما سبق ذكره) في منطقة كهذه سوف لاتكون عندنا العلاقة البسيطة $e = \sqrt{L/C}\,i$

مثال :

الشكل 1-8 يبين بطارية بقوة دافعة كهربائية E ربطت في زمن $t = 0$ الى احدى نهايتي خط طويل غير نهائي . بعد الزمن $t = 0$ انتقلت موجة مستطيلة من الفولتية بسعة E على الخط وبسرعة مقدارها $v = 1/\sqrt{LC}$ ، مرافقة بتيار « يساوي E/Z_0 وفي زمن t فان جزء الخط المحصور بين البطارية والنقطة $x = vt$ شحن الى فولتية E ويحمل تيار مستمر مقداره E/Z_0 في حين لا يوجد فولتية ولا تيار بعد هذه النقطة مطلقاً » .



شكل 1-8 فولتية مستمرة سلطت على خط غير نهائي عديم الفقد .

الى حد النقطة $x = vt$ كل طول Δx على الخط يحمل طاقة مقدارها :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_m = \frac{1}{2} C \Delta x E^2 + \frac{1}{2} L \Delta x \left(\frac{E}{Z_0}\right)^2$$

$$= C \Delta x E^2$$

لذلك فان الطاقة الكلية المخزونة على الخط هي :

$$\mathcal{E}_t = C(vt)E^2$$

ومعدل ازدياد هذه الطاقة هو :

$$\frac{\mathcal{E}_t}{t} = CvE^2 = \frac{E^2}{\sqrt{L/C}} = EI$$

وهذا بالطبع يساوي القدرة المستمرة المجهزة من البطارية .

1.6 الانعكاسات (Reflections)

الشكل 1.9 يبين طرفاً من خط منته بممانعة قيمتها Z_t ، وبما اننا لانريد أن نتحدد بموجات جيبية متناوبة سوف نوجه انتباهنا مؤقتاً الى مقاومات بحتة فقط كتلك التي قيمتها $\sqrt{L/C}$ التي لايعتمد على التردد . تصور موجة فولتية ساقطة (Incident) يرمز لها e^+ تنتقل الى اليمين من الخط مرافقة بتيار مقداره $i^+ = e^+/Z_0$ على كل ففي طرف الانتهاء يجب ان يكون عندنا العلاقة :

$$\frac{e_{\text{الكلي}}}{i_{\text{الكلي}}} = Z_t \qquad (1.22)$$

i_t

(Z_0) $\quad Z_t \quad e_t = i_t Z_t$

شكل 1.9 خط نقل منته بممانعة مقدارها Z_t .

الآن مالم تكن القيمة العددية لـ Z_t مساوية لـ Z_0 فان هذا لايحقق العلاقة الضرورية للخط ولهذا ان جزءاً من الموجة الساقطة سوف ينعكس لنرمز للفولتية وللتيار المنعكسين e^- و i^- والعلاقة بينهما ماتكون $i^- = -e^-/Z_0$

وفي نقطة انتهاء الخط يمكن كتابة المعادلة (1.22) هكذا :

$$\frac{e_t^+ + e_t^-}{i_t^+ + i_t^-} = Z_t \qquad (1.23)$$

حيث ان الرمز السفلي الدليلي يدل على القيم في نهاية الخط .

يمكن كتابة المعادلة (1.23) بدلالة Z_0 هكذا :

$$\frac{e_t^+ + e_t^-}{e_t^+/Z_0 - e_t^-/Z_0} = Z_t \qquad (1.24)$$

بحل المعادلة (1.24) لايجاد النسبة بين الفولتية الساقطة الى الفولتية المنعكسة نحصل على المعادلة :

$$\frac{e_t^-}{e_t^+} = \frac{Z_t - Z_0}{Z_t + Z_0} = k \qquad (1.25)$$

الكمية k تسمى معامل الانعكاس ، لاحظ ان k سوف تكون صفراً ولا يحصل انعكاس في حالة تساوي ممانعة النهاية الممانعة المميزة للخط .

وهكذا فأن ممانعة الانتهاء المختلفة عن Z_0 تنتج عنها موجة منعكسة تنتقل بعيداً عن الانتهاء ، الانعكاس نفسه عندما يصل الى الطرف الآخر من الخط ينعكس اذا كانت ممانعة الانتهاء لذلك الطرف مختلفة عن Z_0 .

كتمرين :

على الطالب ان يبرهن ان معامل الانعكاس للتيار يساوي معامل انعكاس الفولتية بعكس الاشارة .

مثال ١ .

مولد تيار مستمر او بطارية بقوة دافعة كهربائية مقدارها E ربطت عند زمن $t = 0$ في احدى نهايتي موصلين متوازيين منتهيين في الطرف الآخر بمقاومة مقدارها R (كما في الشكل 1.10) . الفقد في الخط سوف يهمل ولغرض التحديد افترض أن $R = 3Z_0$ ويساوي ثلاثة أضعاف الكمية $\sqrt{L/C}$ للخط .

من الزمن $t = 0$ وهلم جرا تنتقل فولتية موجة مستطيلة ذات سعة E على الخط بسرعة $v = 1/\sqrt{LC}$ مرافقة لها موجة تيار مشابهة سعتها Magnitude تساوي E/Z_0 عندما تصل موجة الفولتية الى طرف الاستلام ستنعكس بمعامل يمكن ايجاده من المعادلة (1.25) :

$$k_R = \frac{3Z_0 - Z_0}{3Z_0 + Z_0} = \frac{1}{2}$$

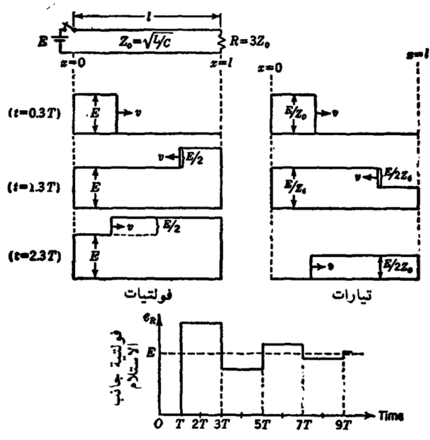
وهكذا كما في الشكل 1.10 سيكون هنالك موجة فولتية منعكسة بقيمة عددية هي $Ek_R = E/2$ مرافقة بموجة تيار تساوي $-E/2Z_0$.

ان الموجة الاولى المنعكسة ستنعكس مرة أخرى عندما تصل طرف الارسال حيث ان ممانعة النهاية تكون صفراً في هذا الطرف بشرط اهمال المقاومة الداخلية للمولد (او البطارية) وعليه ففي طرف المولد يكون :

$$k_s = \frac{-Z_0}{Z_0} = -1$$

وتكون الفولتية المنعكسة مساوية لـ $(E/2)k_s = -E/2$ ولهذه الموجة الجديدة المتنقلة الى اليمين يكون التيار $E/2Z_0$.

واذا تتابعت الانعكاسات المتعاقبة **Successive Reflection** فالنتيجة الحاصلة ستكون كما في الشكل 1.10 ، وفي كل لحظة فان النسبة بين فولتية جانب الارسال وتيار جانب الارسال تساوي مقاومة الطرف R. وبمرور الوقت فان فولتية الارسال تستقر بالتدريج عند قيمة الحالة المستقرة **(Steady-State Value)** والتيار يستقر عند القيمة $E/R = E/3Z_0$.



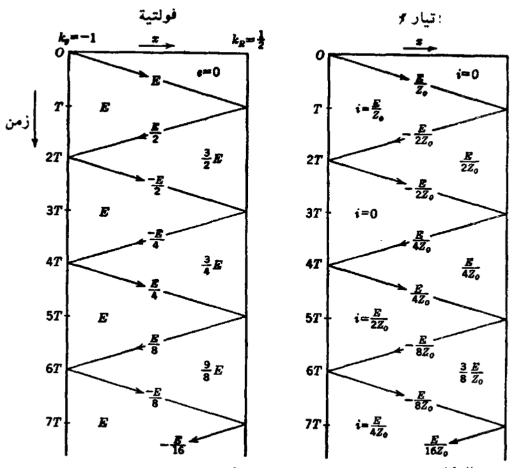
شكل 1-10 الحالات العابرة على خط عديم الفقد منتهٍ بمقاومة مقدارها $3Z_0$. الزمن اللازم لانتقال الموجة على طول الخط يرمز له بـ T حيث ان $T = l/v$.

الرسم البياني للمسافة والزمن **Space–Time Diagram** المبين في الشكل (1-11) هو واسطة مناسبة لتتبع الانعكاسات المختلفة ومجموعها ، رسمت المسافة افقياً والزمن عمودياً والى الأسفل(١) .

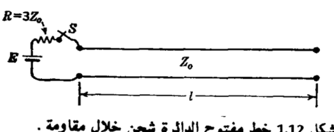
(١) يمكن تطبيق هذه الطريقة لحساب موجات مختلفة الاشكال منتقلة على خطوط لها فقد ، ان خصوصية هذه الطريقة انها ملائمة لحساب الانعكاسات في نقاط الانقطاع **(Discontinuities)** لاحظ :

L.V. Bewley «Travelling Waves on Transmission Systems,» Chap. IV John Wiley and Sons, Inc, New–York 1933.

رمز للزمن اللازم لانتقال الموجة على طول الخط بـ T حيث ان $T = l/v$.
الخطوط المتعرجة (Zig-Zag lines) هي آثار (Traces) جبهات الموجات المنعكسة والارقام التي على هذه الخطوط تبين اتساع كل موجة ويمكن الحصول على كل انعكاس بضرب الموجة السابقة بمعامل الانعكاس في النقطة التي حدث فيها الانعكاس .



الشكل 1.11 رسم بياني للانعكاس في المسألة المبينة في الشكل 1.10



الشكل 1.12 خط مفتوح الدائرة شحن خلال مقاومة .

ان العدد المبين في الفراغات المتداخلة في شكل 1.11 هو حاصل جمع الموجات المنفردة فوق تلك النقطة ويمثل محصلة التيار او الفولتية في تلك النقطة على الخارطة (Chart) ويمكن بسهولة الحصول على قيمة الفولتية او لتيار في اي زمن واي مكان من الرسم البياني (Diagram).

مثال 2 . الشكل 1.12 يبين خط نقل كان في البداية غير مشحون ومفتوح الدائرة في النهاية البعيدة للخط .

في زمن $t = 0$ أغلق المفتاح S وهكذا ربط الخط ببطارية على التوالي مع مقاومة تساوي $3Z_0$ ، ان طرف الارسال لايستطيع ان يعرف ان هذا الخط نهائي الى حين وصول أول انعكاس من جانب الارسال ولهذا فان الخط سيكون في البداية مماثلاً لممانعة مقدارها Z_0 في طرف الارسال . باستعمال مبدأ مقسم الفولتية (Voltage Divider) لحساب فولتية طرف الارسال الاولية نجد ان :

$$e_s = \frac{Z_0}{Z_0 + R} E = \frac{E}{4} \qquad \text{for } 0 < t < 2l/v$$

ان موجة فولتية بهذه القيمة تنتقل الى طرف الارسال حيث انها تنعكس بمعامل مقداره :

$$k_R = \lim_{Z_R \to \infty} \left(\frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \right) = 1$$

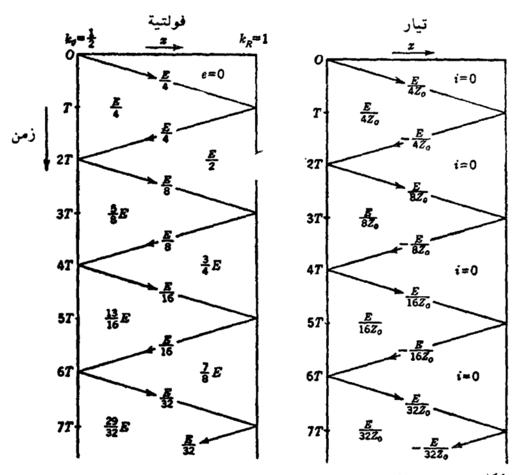
وينتقل الانعكاس راجعاً الى طرف المولد حيث ينعكس بمعامل مقداره :

$$k_g = \frac{3Z_0 - Z_0}{3Z_0 + Z_0} = \frac{1}{2}$$

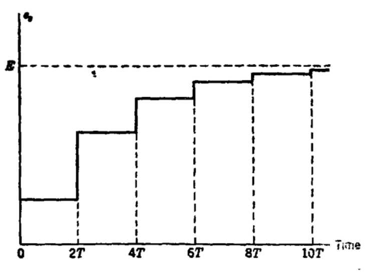
فالانعكاسات المتتالية (Successive Reflections) مبينة في الرسم البياني للشكل 1.13 والرسم البياني المبين في الشكل 1.14 . ان ازدياد فولتية طرف الارسال تشابه الفولتية على طرفي متسعة مشحونة خلال مقاومة من بطارية .

مثال 3 . الشكل 1.15 يبين موجة متنقلة شبيهة الشكل بالتي تحدث على خطوط القدرة نتيجة لضربة صاعقة (Lighting Stroke) ان الموجة يفترض ان تنتقل نحو انتهاء مقاومي يساوي $3Z_0$، المشكلة هنا هي ايجاد الطريقة التي تنعكس بها موجتا التيار والفولتية في نهاية الخط . على الرغم من ان الرسم البياني للانعكاسات مشابه للشكل 1.11 والذي يمكن استعماله نفسه ، فاننا سنستخدم طريقة اخرى مفيدة للحالات البسيطة .

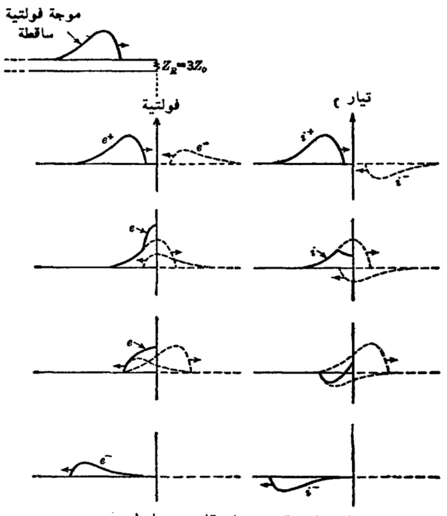
ان معامل الانعكاس للفولتية هو 2 / 1 ويمكن البرهان على صحته باستعمال المعادلة (1.25) مع قيمة $Z_t = 3Z_0$. وان معامل الانعكاس للتيار يعادل قيمة الفولتية نفسها ولكن يساوي 2 / 1 ـ .



شكل 1.13 رسم بياني للانعكاسات في المسألة المبينة في شكل 1.12. $T = l/v$



شكل 1.14 رسم بياني لتغير فولتية طرف الارسال مع الزمن للمسألة المبينة في شكل 1.12. $T = l/v$



شكل 1.15 الانعكاس لموجة من حمل مقاومي مساو لـ $3Z_0$ Fig. 1.15

سوف نحسب الانعكاس بتصور ان الخط يمتد أبعد من انتهائه الحقيقي كما مبين في الشكل 1.15 وان هذا الامتداد الخيالي (Fictitious Extension) يحمل هذه الانعكاسات : ـ

$$e^- = \tfrac{1}{2}e^+$$

$$i^- = -\tfrac{1}{2}i^+$$

من الممكن اعتبار مقاومة الحمل مستبدلة بمرآة من نوع خاص وضعت عمودياً على الخط وان الموجات الخيالية الى اليمين من هذه المرآة يمكن اعتبارها انعكاساً من مرآة بالنسبة الى الموجات الساقطة او بمرور الوقت فان الموجات الساقطة تتلاشى في المرآة والموجات المنعكسة تخرج من المرآة كما مبين في الصور المتعاقبة في الشكل 1.15 . ويمكن الحصول على النتيجة النهائية بتراكب الموجتين . لاحظ انه على الخط يكون عندنا العلاقات التالية :

$$i^+ = \frac{e^+}{Z_0}$$

$$i^- = -\frac{e^-}{Z_0}$$

من ناحية اخرى فأن تراكب هذه الموجات بسبب محصلة الفولتية والتيار في الحمل بنسبة $3Z_0$. والتي هي ممانعة الحمل المفترضة . الصورة النهائية تبيّن ان الموجة المنعكسة تنتقل مرة اخرى على الخط ، بما ان قيمتي e^- و i^- هما نصف قيمتي e^+ و i^+ (على التوالي) فالقدرة المنعكسة هي ربع القدرة الساقطة والباقي امتصته مقاومة الحمل .

تمارين

1 . أ . برهن بالتعويض المباشر ان المعادلتين الآتيتين للفولتية والتيار تحققان المعادلتين التفاضليتين (1.4) و (1.5) :

$$e = K(\sqrt{LC}x - t), \quad i = K\sqrt{\frac{C}{L}}(\sqrt{LC}x - t)$$

حيث ان K لها قيمة ثابتة

ب . كرر الفرع أ للمعادلتين $e = K(\sqrt{LC}x + t),\ i = -K\sqrt{C/L}(\sqrt{LC}x + t).$

جـ . ارسم مخططاً بمقياس لكل من e و i لفرع أ كدالة **(Funtion)** لـ x بين $x = 10$ متر و $x = -10$ متر ولثلاثة قيم من الزمن : $t = 0$ و $t = 10^{-8}$ و $t = 2 \times 10^{-8}$

أستعمل $K = 2 \times 10^{9}$ فولت لكل ثانية و $L = 1.40 \times 10^{-6}$ هنري لكل متر و $C = 7.94 \times 10^{-12}$ فراد لكل متر .

د . كرر الفرع جـ لكل من e و i في الفرع ب .

2 . برهن بالتعويض المباشر ان المعادلتين الآتيتين للفولتية والتيار تحققان المعادلتين التفاضليتين (1.4) و (1.5) :

$$e = E\cos\omega(t - \sqrt{LC}x)$$

$$i = E\sqrt{\frac{C}{L}}\cos\omega(t - \sqrt{LC}x)$$

حيث ان ω لها قيمة ثابتة .

3. برهن ان الموجة $e = E \cos(\omega t - \beta x)$ تنتقل بسرعة تساوي ω/β.

4. اعطيت موجة الفولتية $e = E \cos(\omega t - \beta x)$ حيث ان $E = 100$ فولت و $\omega = 6\pi \times 10^7$ من الزاوية نصف القطرية لكل ثانية و $\beta = 0.2\pi$ من الزاوية نصف قطرية لكل ثانية :

أ لثلاثة قيم من الزمن $t = 0$ ثانية و $t = 1/24 \times 10^{-7}$ ثانية و $t = 1/12 \times 10^{-7}$ ثانية ارسم مخططاً لـ e ضد x وللمسافة $0 \leq x \leq 12.5$ أمتار

ب . اكتب معادلة لـ e بدلالة t عند $x = 0$ وكرر ذلك عند $x = 12.5$ متر وقارن بين المعادلتين .

5 . ان المعادلتين (1.8) و (1.5) تحققان المعادلتين التفاضليتين (1.4) و (1.5) .

6 . بحذف e من المعادلتين (1.4) و (1.5) برهن على صحة المعادلة التفاضلية (1.7) للتيار .

7 . برهن ان معامل الانعكاس للتيار يعادل معامل الانعكاس للفولتية بعكس الاشارة .

8 . خط نقل عديم الفقد طوله l وممانعته المميزة Z_0 ، منتهٍ بمقاومة قيمتها $Z_R = Z_0/3$ في زمن $t = 0$ ربط طرف الارسال من الخط ببطارية ذات مقاومة داخلية مهملة وقوة دافعة كهربائية E .

أ . ارسم الرسم البياني للمسافة والزمن (Space-time) للانعكاسات .

ب . ارسم مخطط الفولتية وتيار جانب الارسال كدالة للزمن .

جـ . ارسم مخططاً للفولتية في منتصف المسافة على الخط للزمن .

د . ماهو الطول التقريبي لخط معزول بالهواء لو ان T هي ا ميكرو ثانية .

9 . خط عديم الفقد طوله l وممانعته المميزة Z_0 مفتوح في نهايته البعيدة وغير مشحون . عندما يكون الزمن $t = 0$ ربط الخط ببطارية قوتها الدافعة الكهربائية E مع مقاومة على التوالي في جانب الارسال . الزمن اللازم لموجة لكي تقطع الخط هو T ارسم مخطط الفولتية وتيار جانب الارسال كدالة للزمن ولقيم R التالية :ـ

أ . $R = 4Z_0$

ب . $R = Z_0$

جـ . $R = Z_0/4$.

10 . عندما $t = 0$ ربطت بطارية قوتها الدافعة الكهربائية E على التوالي مع مقاومة بجانب الارسال لخط عديم الفقد نهايته البعيدة مقصرة الدائرة (Short Circuit).

أ . ارسم الفولتية والتيار لطرف الارسال كدالة للزمن $R = Z_0/3$ ان الزمن اللازم لانتقال الموجة على طول الخط هو T .

ب . ركّب على الرسم البياني لفرع أ رسماً آخر لـ $R = Z_0/6$. لاحظ انه عندما تقل R فأن الرسم البياني يقترب بالشكل من تغير اسي منتظم (Smooth Exponential).

11 . بطارية بقوة دافعة كهربائية مقدارها E ومقاومة على التوالي مقدارها R ربطت عند $t = 0$ بجانب ارسال خط عديم الفقد مفتوح الدئرة في نهايته البعيدة . اذا كان الزمن اللازم لانتقال الموجة على طول هذا الخط هو T . ارسم مخططاً لفولتية جانب الارسال كدالة للزمن ولقيمة $R = 6Z_0$. قارن النتيجة مع الشكل 1.14 المرسوم لـ $R = 3Z_0$. لاحظ انه بازدياد R فأن الرسم البياني يقترب بالتدريج من تغير اسي منتظم .

12 . ربطت مقاومة مقدارها R داخلياً على التوازي بين سلكين لخط نقل يمتد بصورة غير محدودة من هذه المقاومة في كلا الاتجاهين . تصور ان موجة فولتية ساقطة مقدارها e^+ تنتقل على هذا الخط وتصطدم في نقطة اتصال المقاومة بالخط . برهن إنه موجة الفولتية المنعكسة هي :

$$-\frac{Z_0}{2R + Z_0} e^+$$

وان الموجة المرسلة هي :

$$\frac{2R}{2R + Z_0} e^+$$

13 . خط نقل عديم الفقد ممانعته المميزة هي Z_0 يتفرع الى خطين على شكل Y ، كل فرع له ممانعة مميزة تساوي الممانعة المميزة للخط الرئيسي . انتقلت موجة فولتية مستطيلة بسعة مقدارها E على الخط الرئيسي واصطدمت بنقطة التفرع . جد سعة موجة الفولتية المنعكسة من نقطة التفرع وكذلك سعتي موجتي الفولتية اللتين تنتقلان على الفرعين .

تلميح : يمكن استعمال نتائج المسألة 12 .

14 . لخط النقل في مثال الجزء 1.6 ، ارسم المخططات الآتية كدالة لـ x وفي اللحظات الزمنية الثلاث المبينة في الشكل 1.10 :

أ . الطاقة المخزونة في المجال الكهربائي لكل وحدة طول .

ب . الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي لكل وحدة طول .

جـ. الطاقة الكلية المخزونة لكل وحدة طول .

ان طول الخط هو 10 متر ومحاثته هي 8×10^{-7} هنري لكل متر ومتسعته هي 13.9×10^{-12} فراد لكل متر والفولتية المسلطة عليه هي $E = 10$ فولت .

15 . نبضة (Pulse) فولتية مستطيلة باتساع 100 فولت انتقلت على خط عديم الفقد ذي ممانعة مميزة مقدارها 400 اوم ونهاية مفتوحة الدائرة .

ارسم تغير فولتية وتيار الخط مع المسافة من النهاية المفتوحة للخط للحالات الآتية :

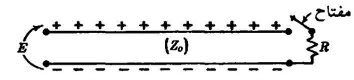
أ . في لحظة وصول الحافة المتقدمة (Leading Edge) للنبضة الى النهاية المفتوحة للخط .

ب . لحظة انعكاس نصف النبضة .

حـ . لحظة ترك الحافة المتأخرة (Trailing Edge) للنبضة النهاية المفتوحة .

16 . كرر المسألة 15 عندما تكون نهاية الخط هي دائرة مقصرة بدلاً من دائرة مفتوحة .

17 . موجة فولتية كالمبينة في الشكل 1.15 تنتقل باتجاه نهاية الخط المنتهي بمقاومة مقدارها $Z_R = Z_0/3$ ارسم مخططاً للفولتية والتيار الناتجين في اللحظات الزمنية الاربع المبينة في الشكل 1.15 .



شكل P. 18 خط مشحون بفرق جهد منتظم . Fig ... difference.

18 . الشكل P18 يبيّن خطا عديم الفقد مفتوح الدائرة في نهايتيه ومشحون بفولتية مقدارها E على كل طوله، عندما $t = 0$ غلق المفتاح رابطاً المقاومة مع الطرف الايمن وهكذا تكونت موجة فولتية مقدارها e^- والتي تبتديء حين غلق المفتاح وتنتقل يساراً على الخط ولدت هذه الموجة تياراً خلال المقاومة R يساوي $-e^-/Z_0$ وفولتية على R تساوي $E + e^-$ لحين وصول الانعكاس .

برهن ان موجة الفولتية التي ابتدأت بغلق المفتاح هي كالآتي :

$$e^- = -\frac{Z_0 E}{Z_0 + R}$$

19 . خط عديم الفقد مفتوح الدائرة في كلتا نهايتيه شحن بفولتية مقدارها E على طوله الكلي (انظر شكل P 18) . في زمن $t = 0$ ربطت مقاومة قيمتها $R = Z_0$ في النهاية اليمنى من الخط . ارسم الشكل البياني مسافة ـ زمن للانعكاس والمخطط البياني للفولتية عبر المقاومة كدالة للزمن . استعمل الرمز T للدلالة على زمن اللازم لكي تنتقل الموجة على طول الخط .

20 . خط عديم الفقد مفتوح الدائرة في كلتا نهايتيه مشحون على كل طوله بفرق جهد مقداره 500 فولت (انظر شكل P 18) .

الممانعة المميزة لهذا الخط هي 400 اوم وطوله 150 متر . في زمن $t = 0$ ربطت مقاومة مقدارها 1500 اوم بنهايته اليمنى باستعمال نتائج المسألة 18 ارسم الرسم البياني مسافة ـ زمن للانعكاسات وارسم المخطط البياني للفولتية على المقاومة كدالة للزمن .

21 . كرر المسألة 20 ولكن باستعمال مقاومة انتهاء قيمتها 100 اوم .

22 . ابتداءً بالمعادلتين (1.2) و (1.3) تخلص من i وبرهن على ان المعادلة التفاضلية للفولتية لخط منتظم الفقد هي :

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = LC\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} + (RC + LG)\frac{\partial e}{\partial t} + RGe$$

لاسباب تاريخية وسمت هذه المعادلة بـ (معادلة المبرقين)

(Telegrapher's Equation) وكذلك يوجد معادلة مشابهة للتيار .

23 . في مايسمى بالخط غير المشوه تتحدد العلاقة بين ثوابته بـ $RC = GL$. برهن بالتعويض في معادلة المبرقين (مسألة 22) ان الحل الآتي صحيح للخط غير المشوه (Distorsionless Line):-

$$e = \epsilon^{-xR\sqrt{C/L}} f(\sqrt{LC}x - t)$$

هذا الحل يمثل موجة تتلاشى قيمتها بشكل أسي حين انتقالها على الخط .

24 . خط نقل بممانعة مقاومية (Resistive) مقدارها Z_0 منتهٍ بمحاثة قيمتها L هنري . هنالك موجة ساقطة بسعة ثابتة مقدارها $e^+ = E$ تصطدم بنهاية الخط في زمن $t = 0$.

أ . برهن ان المعادلة التفاضلية التي تحقق بالفولتية المنعكسة من جانب الاستلام بعد زمن $t = 0$ هي :

$$\frac{L}{Z_0}\frac{de_R^-}{dt} + e_R^- = -E$$

ب . من المعادلة التفاضلية السابقة وبالاعتماد على حقيقة كون [illegible] كدائرة مفتوحة في زمن $t = 0$ برهن على ان الفولتية المنعكسة [illegible] الارسال هي :

[illegible]

حـ . ارسم مخطط لـ e_R كدالة للزمن باستعمال $E = 100$ فولت [illegible] $L = 0.010$ هنري .

د . اهمل فقد الخط وباستعمال طريقة [illegible] الموضحة في [illegible] ارسم مخططاً لشكل موجة فولتية الخط [illegible] 20 ميل من [illegible] الخط وباستعمال القيم الآتية للزمن 0 و 1.0 و 10^{-4} × 2.5 [illegible] وافرض ان سرعة الموجة 180,000 ميل لكل ثانية

25 . خط نقل بممانعة مقاومية [illegible] Z_0 [illegible] فراد . تصطدم بنهاية هذا الخط موجة فولتية [illegible] وفي زمن $t = 0$.

أ . برهن على ان المعادلة التفاضلية التي [illegible] جانب الاستلام بعد زمن مقداره [illegible] هي :

[illegible]

ب . من المعادلة التفاضلية السابقة وحقيقة كون [illegible] قصر في زمن $t = 0$ برهن على ان فولتية الانعكاس [illegible] هي :

[illegible]

جـ . ارسم مخططاً لـ e_R كدالة الزمن باستعمال القيم الآتية [illegible] $Z_0 = 400$ اوم $C = 0.0625 \times 10$ [illegible] فراد .

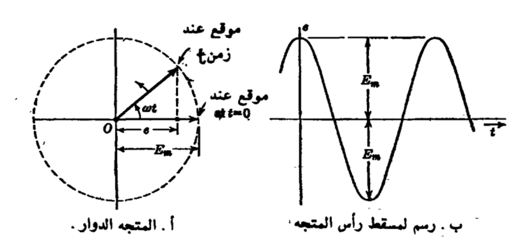
د . باهمال الفقد وباستعمال الطريقة الموضحة في [illegible] 1.15 ارسم مخططاً [illegible] موجة فولتية الخط لمسافة 20 ميلاً من نقطة انتهاء الخط للقيم الآتية [illegible] الزمن $0, 10^{-5} \times 2.5 \times 10^{-4}$ ثانية . افترض ان سرعة الموجة هي 180,000 ميل لكل ثانية .

الفصل الثاني

حالة استقرار التيار المتناوب . خطوط بدون انعكاسات

THE A–C STEADY STATE. LINES WITH NO REFLECTIONS

2.1 المتجه الدوار . **The Rotating Vector** : — ان اكثر طريقة ملائمة رياضياً لمعاملة كميات متغيرة جيبياً هي التعبير عنها بدلالة المتجهات الدوارة ، ومن ثم تمثيل هذه المتجهات باعداد مركبة(**Complex Numbers**).من المفضل في نظرية خط النقل استعمال رمز اكثر تجريداً(**Abstract Notation**)مما نحتاجه لشبكات التيار المتناوب البسيطة ولذلك سنخصص جزءاً صغيراً من هذا الفصل لدراسة الاسس الرياضية لهذه الطريقة .



أ . المتجه الدوار .

ب . رسم لمسقط رأس المتجه الدوار على الاحداثي الافقي .

شكل 2.1 توليد المنحني الجيبي بواسطة متجه دوار .

المتجه المبين في الشكل 2.1 طوله E_m ونقطة اصله عند O ويتحرك بعكس اتجاه عقرب الساعة بسرعة زاوية منتظمة مقدارها ω من الزاوية نصف القطرية بالثانية . اذا كان المتجه افقياً في زمن $t = 0$ فانه بعد مضي زمن مقداره t سيصنع زاوية مقدارها ωt من الزاوية نصف القطرية مع الاحداثي الافقي .

ان مسقط رأس المتجه الدوار على اي مستقيم ثابت هو نقطة (من الممكن رؤية ذلك من هندسة الشكل) تتحرك حركة توافقية بسيطة بسعة E_m ، من وجهة النظر الهندسية يكون من الاسهل اسقاط المتجه على الاحداثي العمودي ، وهذا

ما يعمل به عادة في بعض معالجات نظرية دائرة التيار المتناوب . على اي حال ، فانه سيصبح اكثر ملائمة لاغراضنا الحاضرة فيما اذا اسقطنا على الاحداثي الافقي ويظهر جلياً من الشكل بان الاسقاط على هذا الاحداثي يعطينا الآتي :

$$e = E_m \cos \omega t \tag{2.1}$$

ان دالة جيب التمام تكمل دورة (Cycle) كلما اكمل المتجه دورة كاملة. ان الفترة T هي مقدار الزمن الذي تتغير خلاله ωt بزاوية نصف قطرية مقدارها 2π او بعبارة اخرى $T = 2\pi/\omega$ ثانية وان التردد او عدد الدورات بالثانية هو مقلوب الفترة T او :

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

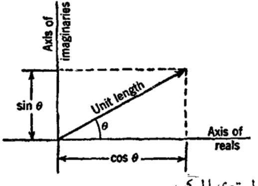
ان الكمية ω تدعى عادةً بالتردد الزاوي (**Angular Frequency**) وذلك لتميزها عن f .

بعد ذلك سنختبر خواص العدد المركب $\epsilon^{j\theta}$ ، حيث ان θ هو عدد حقيقي (**Real Number**) وان $j = \sqrt{-1}$. تنص صيغة اويلر (**Euler's Formula**) على ان :

$$\epsilon^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \tag{2.2}$$

لذلك ان $\epsilon^{j\theta}$ عدد مركب من جزئين جزء حقيقي **Cos** θ وجزء خيالي **Sin** θ.
نرجع الآن الى شكل 2.2 الذي يبيّن متجهاً ذا وحدة طول (**Vector of Unit Length**) مرسوماً على مستوٍ مركب (**Complex Plane**) بحيث يصنع زاوية مقدارها θ مع الاحداثي الحقيقي . ومن الواضح ان المركبتين الحقيقية والخيالية لهذا المتجه هما **Cos** θ و **Sin** θ على التوالي .
وهما بالضبط مركبتا $\epsilon^{j\theta}$ ، وعليه فالتمثيل الهندسي لـ $\epsilon^{j\theta}$: هو متجه ذو وحدة طول على المستوى المركب ويصنع زاوية مقدارها θ مع الاحداثي الحقيقي .
وباستعمال الرموز المجازية (**Symbolic Notation**) فان : ـ

$$\epsilon^{j\theta} = 1\underline{/\theta}$$



شكل 2.2 تمثيل $\epsilon^{j\theta}$ على المستوى المركب

الان اذا تركنا الزاوية θ تزداد بصورة منتظمة مع الزمن ، فسوف نحصل على متجه دوار ذي وحدة طول واذا ابتدأ هذا المتجه بالدوران من الوضع الافقي حينما يكون الزمن $t = 0$ ويدور بسرعة زاوية مقدارها ω من الزاوية نصف القطرية ، فان زاويته θ في اية لحظة تكون ωt من الزاوية نصف القطرية . ان هذا المتجه الدوار الذي له وحدة الطول سيعبر عنه جبرياً كالآتي :

$$\epsilon^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t \qquad (2.3)$$

ان مسقط رأس هذا المتجه الدوار على الاحداثي الافقي (احداثي القيم الحقيقية) هو الدالة $\cos \omega t$ كما يرى من الرسم البياني (Diagram) النص المكافيء او بعبارة اخرى فان المركبة الحقيقية لـ $\epsilon^{j\omega t}$ هي $\cos \omega t$ وبالرجوع الى المعادلة (2.3) نجد ان هذا في الحقيقة صحيح والرموز المختزلة (Short Hand Notation) التي تستعمل غالباً هي الاتي :

$$\cos \omega t = \Re e[\epsilon^{j\omega t}] \qquad (2.4)$$

حيث ان الرمز $\Re e$ يقرأ « الجزء الحقيقي لـ » وان الجزء الخيالي لـ $\epsilon^{j\omega t}$ هو $\sin \omega t$ وهذا يفي تماماً بالغرض في تحليلنا ، ولكن تبدو جبرياً طبيعية أكثر بأخذ الجزء الحقيقي . ففي بداية هذه المعالجات نفصل اسقاط المتجهات الدوارة على الاحداثي الافقي .

نستطيع الان ان نمثل المتجه الدوار للشكل (2.1 أ) جبرياً بدلالة الاعداد المركبة كـ $E_m\epsilon^{j\omega t}$ ، ومسقطه على الاحداثي الحقيقي (قارن بالمعادلة 2.1) كالاتي :

$$e = \Re e[E_m\epsilon^{j\omega t}] \qquad (2.5)$$

هنالك عدة اسباب لاتباع هذه الطريقة المستحبة الاول ان تمثيل الكميات المتغيرة جيبياً بمتجه (او مرادفه (Associated) من الاعداد المركبة) يكون اكثر ملائمة من تمثيلها بتعابير هندسية وان الفائدة من هذه الطريقة تصبح أكثر وضوحاً كلما ازداد عدد الكميات الجبرية (ربما فولتيات وتيارات) في مسألة معينة . والسبب الثاني هو التبسيط الرياضي الذي يحدث عند أخذ المشتقات لدالة اسية (Exponential Function) التي تمثل المتجه ، لأن الاسي لايغير شكله الرياضي عند تفاضله وكمثال خذ مشتقة المعادلة (2.1) بالنسبة الى الزمن :

$$\frac{de}{dt} = -\omega E_m \sin \omega t \qquad (2.6)$$

من الناحية الاخرى فان مشتقة الهيئة الاسية من المعادلة (2.5) هي :

$$\frac{de}{dt} = \Re e[j\omega E_m \epsilon^{j\omega t}] \tag{2.7}$$

التي تمثل متجهاً يبدأ من الوضع العمودي في $t = 0$. فليس من الصعب رؤية ان اسقاط هذا المتجه الدوار على الاحداثي الافقي هو دالة جيبية سالبة (Negative Sine Function) لها سعة ωE_m وهذا يحقق المعادلة (2.6) . للبرهنة جبرياً على ان التعبيرين متطابقان نطبق صيغة اويلر على المعادلة (2.7) ونكتب :

$$\frac{de}{dt} = \Re e[j\omega E_m(\cos \omega t + j \sin \omega t)]$$

$$= \Re e[\omega E_m(j \cos \omega t - \sin \omega t)]$$

$$= -\omega E_m \sin \omega t$$

انه من المتبع حذف الرمز $\Re e$ وكتابته كالآتي :-

$$e = E_m \epsilon^{j\omega t} \tag{2.8}$$

و

$$\frac{de}{dt} = j\omega E_m \epsilon^{j\omega t} \tag{2.9}$$

على اي حال يجب ان لايغرب عن البال حقيقة كون التغير الآني لـ e هو مسقط المتجه الدوار على الاحداثي الحقيقي وهي حقيقة غير مبينة بوضوح في المعادلتين (2.8) و (2.9) . ويمكن التعبير عن كمية متغيرة جيبياً e_2 والتي تسبق (Leads) كمية اخرى متقدمة عليها بزاوية مقدارها α ، بالمعادلة :

$$e_2 = E_{2m} \cos(\omega t + \alpha) \tag{2.10}$$

او بالمعادلة :

$$e_2 = \Re e[E_{2m} \epsilon^{j(\omega t + \alpha)}] = \Re e[E_{2m} \epsilon^{j\alpha} \epsilon^{j\omega t}] \tag{2.11}$$

او ببساطة :

$$e_2 = E_{2m} \epsilon^{j\alpha} \epsilon^{j\omega t} \tag{2.12}$$

ان الكمية المركبة $E_{2m}\epsilon^{j\alpha} = E_{2m}/\alpha$ تمثل المتجه بموضعه عندما $t = 0$.كتطبيق اولي للطريقة السابقة خذ دائرة محتوية على محاثة L ومقاومة R على التوالي ، سلطت على هذه الدائرة قوة دافعة كهربائية $e = E_m \cos \omega t$ ونرغب في ايجاد التيار المتناوب الناتج لحالة الاستقرار . ان هبوط الفولتية Voltage Drop على المحاثة هي $L\, di/dt$ وعلى المقاومة هي Ri ومجموع هاتين الفولتيتين يساوي الفولتية المسلطة .

$$L\frac{di}{dt} + Ri = E_m \cos \omega t \qquad (2.13)$$

لنكتب $E_m \cos \omega t$ ‏$\Re e[E_m \epsilon^{j\omega t}]$ ثم نهمل الرمز $\Re e$، كذلك نكتب التيار $i = \Re e[\bar{I}_m \epsilon^{j\omega t}]$ حيث ان التيار $\bar{I}_m$ تيار مركب او متجه طوله مساو للقيمة القصوى (Maximum Value) للتيار i، بالتعويض في المعادلة (2.13) واخذ المشتقة المبينة نحصل على العلاقة :

$$(j\omega L + R)\bar{I}_m \epsilon^{j\omega t} = E_m \epsilon^{j\omega t} \qquad (2.14)$$

وبحذف $\epsilon^{j\omega t}$ من طرفي المعادلة وحلها لايجاد التيار المركب(Complex Current) نحصل على :

$$\bar{I}_m = \frac{\bar{E}_m}{R + j\omega L} \qquad (2.15)$$

$$\bar{I}_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \angle -\tan^{-1} \omega L/R \qquad (2.16)$$

ان الكمية $R + j\omega L$ هي بالطبع الممانعة المركبة(Complex Impeadance) للدائرة والمعادلة (2.16) تمثل متجه التيار في موضعه في زمن مقداره $t = 0$ ان الجبر عادة يتوقف عند هذا الحد، حيث اننا استخرجنا المعلومات الضرورية، (قيمة التيار وزاوية طوره بالنسبة الى الفولتية)، ولكن يجب ان لايغرب عن بالنا حقيقة كون التيار الآني في الدائرة ليس كالمعطى مباشرة بالمعادلة (2.16) وعوضاً عن ذلك يجب ان نتخيل المتجه يدور بسرعة زاوية مقدارها ω واخذ مسقطه، ويمكن التعبير عن هذا جبرياً كالآتي :

$$i = \Re e[\bar{I}_m \epsilon^{j\omega t}] \qquad (2.17)$$

وبعد التعويض في المعادلة (2.16) والتبسيط واخذ الجزء الحقيقي يصبح كالآتي :

$$i = \frac{\bar{E}_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t - \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\right) \qquad (2.18)$$

في كل التحليلات ولحد الآن رجعنا الى القيمة القصوى للموجة E_m. ان العلاقة بين القيمة الفعالة(Effective Value)واعلى قيمة E لموجة جيبية هي $E_m = \sqrt{2}E$ والان اذا قسم طرفا المعادلة (2.16) على $\sqrt{2}$ فان الناتج سيعبر عنه بدلالة القيمة الفعالة للتيار والفولتية اي ان :

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R + j\omega L} = \frac{\bar{E}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \angle -\tan^{-1}\omega L/R \qquad (2.19)$$

هذه المعادلة تحتوي على المعلومات الضرورية نفسها الموجودة في المعادلة السابقة اي التيار (الان ج.م.ت R.M.S) امبير، وزاوية طوره بالنسبة الى الفولتية . ان معادلات نظرية الدائرة تكتب عادة بهذه الطريقة وذلك لملائمة استعمال قيم ج. م. ت. مرة اخرى يجب التحذير بانه اذا اردنا الحصول على صورة حقيقية للتيار

الآتي في الدائرة فمن من الضروري ضرب المعادلة (2.19) بـ $\sqrt{2}$ قبل تدوير المتجه وإيجاد مسقطه [illegible] واخذ الجزء الحقيقي ولمناقشة [illegible] يمكن للقارىء الرجوع الى بعض المراجع[1] (Literature)

2.2 حل حالة استقرار التيار المتناوب لخط منتظم :

A-C Steady-state Solution for the Uniform Line

في الفصل السابق اشتقت المعادلات التفاضلية الجزئية (Partial Differential Equ.) التي تطبق على خط منتظم تحت الظروف العابرة (Transient Conditions) والحالة المستقرة . واستخدمت هذه المعادلات لكي تبين خواص الموجات المنتقلة على خط عديم الفقد .

من الممكن ايجاد المعادلات التي تطبق تحت ظروف حالة الاستقرار الجيبية (Steady State Sinusoidal) باحدى الطريقتين : - يمكن اشتقاقهما من المعادلتين التفاضليتين الجزئيتين (1.2) و (1.3) او يمكن ايجادهم بكتابة علاقات حالة الاستقرار التي تحدث عبر جزء متناه في الصغر من الخط . وسنبين اولاً كيفية اشتقاق حالة الاستقرار من المعادلات التفاضلية . سنبين بان الطريقة الثانية تؤدي الى النتائج الاولى نفسها .

عندئذ من المعادلتين 1.2 و1.3 :

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial e}{\partial x} &= -Ri - L\frac{\partial i}{\partial t}\\ \frac{\partial i}{\partial x} &= -Ge - C\frac{\partial e}{\partial t}\end{aligned}\right\} \qquad (2.20)$$

كما اوجزت في الجزء السابق ، سنعبر عن الحالة الجيبية المستقرة للفولتيات والتيارات على خط كساقط للمتجهات الدوارة وعليه :

$$\left.\begin{aligned}e &= \mathcal{R}e[E_m\epsilon^{j\omega t}]\\ i &= \mathcal{R}e[I_m\epsilon^{j\omega t}]\end{aligned}\right\} \qquad (2.21)$$

حيث ان E_m و I_m هما سعتا مركبتي الفولتية والتيار على التوالي وان ω هي 2π مضروبة في تردد المصدر السائق (Driving Source).

لاحظ بان E_m و I_m تتغيران على طول الخط ، ولذلك ففيهما مشتقة بالنسبة الى

(١) انظر ما يأتي مثلاً على ذلك :

[1] See, for example, R. H. Frazier, "Elementary Electric-circuit Theory," Chap. IV, McGraw-Hill Book Company, Inc , New York, 1945; E. A. Guillemin, "Communication Networks," Vol. I, Chap. III, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1931; W. C. Johnson, "Mathematical and Physical Principles of Engineering Analysis," Chap. VII, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1944; MIT Staff, "Electric Circuits," Chap. IV, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1940.

x. وبتعويض المعادلة (2.21) في المعادلة التفاضلية (2.20) واخذ التفاضل المبين ثم حذف $\epsilon^{j\omega t}$ نحصل على :

$$\left.\begin{aligned}\frac{dE_m}{dx} &= -RI_m - j\omega LI_m\\ \frac{dI_m}{dx} &= -GE_m - j\omega CE_m\end{aligned}\right\} \quad (2.22)$$

ان الاشتقاقات الكلية استعملت الان لانه لا يوجد غير متغير مستقل واحد فقط وهو
وان القيم الفعالة لكل من E و I لها علاقة بالسعة E_m و I_m وان $E_m = \sqrt{2}E$ و $I_m = \sqrt{2}I$.

وبالتعويض في هاتين العلاقتين نحصل على :

$$\left.\begin{aligned}\frac{dE}{dx} &= -(R + j\omega L)I\\ \frac{dI}{dx} &= -(G + j\omega C)E\end{aligned}\right\} \quad (2.23)$$

من الممكن استخراج هاتين العلاقتين ايضاً بتطبيق خواص دائرة التيار المتناوب في حالة الاستقرار على جزء صغير من الخط كما مبين في الشكل 1.3. ان التغيير في الفولتية عبر مقطع طوله Δx. والذي يعبر عنه بـ $(dE/dx)\Delta x$ ويحدث نتيجة سريان التيار I خلال ممانعة التوالي (Series Impe dance) للمقطع $R\,\Delta x + j\omega L\,\Delta x$ الاشارة السالبة استعملت لان قيمة موجبة للتيار I تسبب انخفاضاً في E كلما ازداد الطول x. كذلك فان التغير في التيار بين نهايتي المقطع ناتج من تسليط الفولتية E على المسايرة المتوازية $G\,\Delta x + j\omega C\,\Delta x$. انه من الشائع في نظرية خط النقل بأن يرمز لممانعة التيار المتناوب المتوالية لكل وحدة طول من الخط بالرمز Z والمسايرة المتوازية بالحرف Y ، اي ان :

$$\left.\begin{aligned}Z &= R + j\omega L \text{ اوم لكل وحدة طول}\\ Y &= G + j\omega C \text{ سيمنس لكل وحدة طول}\end{aligned}\right\} \quad (2.24)$$

ومن الممكن كتابة المعادلتين التفاضليتين (2.23) بايجاز اكثر كالاتي :

$$\frac{dE}{dx} = -ZI \quad (2.25)$$

$$\frac{dI}{dx} = -YE \quad (2.26)$$

الان لدينا معادلتان لمجهولين E و I . نحذف I بأخذ مشتقة المعادلة [illegible]
بالنسبة الى x ونحصل على :

$$\frac{d^2E}{dx^2} = -Z\frac{dI}{dx}$$

نعوض عن dI/dx في هذه المعادلة من المعادلة 2.26 ونحصل على :

$$\frac{d^2E}{dx^2} = (YZ)E \qquad (2.27)$$

يجب ان يكون الحل دالة واذا ماتفاضلت مرتين تنتج الدالة الاصلية مضروبة بالكمية YZ . ان اخذ اشكال هذا الحل هو :

$$E = A_1\epsilon^{-\sqrt{YZ}x} + A_2\epsilon^{\sqrt{YZ}x} \qquad (2.28)$$

حيث ان A_1 و A_2 هما ثابتان ولهما وحدات فولتية .

لايجاد تعبير مماثل للتيار I ، نعوض النتيجة السابقة في المعادلة (2.25) لنحصل على :

$$I = \frac{1}{\sqrt{Z/Y}}(A_1\epsilon^{-\sqrt{YZ}x} - A_2\epsilon^{\sqrt{YZ}x}) \qquad (2.29)$$

ان الكمية $\sqrt{Z/Y}$ هي خاصية الخط ولها وحدات ممانعة : $\frac{\text{اوم / وحدة طول}}{\text{سيمنس / وحدة طول}} =$ اوم

هذه هي الممانعة المميزة للخط (Characterstic Impeadance) وسنرمز لها بالرمز Z_0 كما في الفصل الاول : ـ

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \qquad (2.30)$$

ان الممانعة المميزة لخطوط مهملة الفقد (Negligible loss) تختزل الى $\sqrt{L/C}$ وتكون مقاومة (Pure Resistance) ولا تعتمد على التردد (قارن ذلك مع الجزء 1.5) .

لاحظ ان الممانعة المميزة لاتتأثر بطول الخط او بخواص حمل الانتهاء (Terminating load) ولكن تتحدد بخواص الخط لكل وحدة طول فقط ولاحظ ايضاً انها ليست الممانعة التي يمتلكها الخط نفسه .

سيبين فيما بعد بأن ممانعة الحمل (Load Impeadance) المساوية الى $\sqrt{Z/Y}$ هي الوحيدة التي لاتسبب انعكاسات لموجة مستلمة وسنبين ايضاً بانه لهذا الانتهاء (Termination) فقط تكون ممانعة جانب الارسال لخط في حالة استقرار التيار المتناوب تساوي $\sqrt{Z/Y}$ بدون اي اعتبار لطول الخط وهذه هي الاهمية الاساسية للممانعة المميزة .

بالرجوع مرة اخرى الى المعادلتين (2.28) (2.29) يلاحظ بأن الكمية $\sqrt{YZ}$ هي التي تتحكم بطريقة تغير E و I ومعنى هذا انها تتحكم بالطريقة

التي تنتشر بها الموجة . لذلك سميت هذه الكمية بثابت الانتشار (Propagation Constant)ويرمز لها بالرمز γ . في الحقيقة ان γ هي دالة للتردد ومن الاصح تسميتها بدالة الانتشار (Propagation Function)وبوضوح فأن :

$$\gamma = \sqrt{YZ} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \qquad (2.31)$$

ان ثابت الانتشار بصورة عامة هو عدد مركب ، الجزء الحقيقي منه يرمز له بالرمز α ووجد بانه يحدد الطريقة التي تتضاءل بها الموجات عند انتقالها على الخط ولذلك فالجزء الحقيقي α, يسمى ثابت التوهين(Attenuation Constant) اما الجزء الخيالي لـ γ فيرمز له بالرمز β ووجد بانها تحدد التغيير في موقع طور (Phase position)كل من E و I على طول الخط . ولهذا السبب يدعى بثابت الطور(Phase Constant). ان وحدة α تدعى نيبر (Neper) لكل وحدة طول ووحدة β هي زوايا نصف قطرية لكل وحدة طول . ان الكلمة نيبر هي التغيير في لفظ اسم نابير (Napier) .

مثال :

خط هاتف نموذجي (Typical) مفتوح السلك له $R = 10$ أوم لكل ميل و $L = 0.0037$ هنري لكل ميل و $C = 0.0083 \times 10^{-6}$ فراد لكل ميل و $G = 0.4 \times 10^{-6}$ مرة لكل ميل عند تردد مقداره 1000 هرتز ومن المعادلة (2.30) عندنا :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{10 + j23.4}{(0.4 + j52.1) \times 10^{-6}}}$$

$$= \sqrt{\frac{25.3/66.8^\circ}{52.1 \times 10^{-6}/89.6^\circ}} = \sqrt{48.5 \times 10^4/-22.8^\circ}$$

$$= 697/-11.40^\circ = 683 - j\,138 \text{ أوم}$$

ومن المعادلة (2.31) يتضح ان ثابت الانتشار عند هذا التردد هو :

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{(25.3/66.8^\circ)(52.1 \times 10^{-6}/89.6^\circ)}$$

$$= \sqrt{13.2 \times 10^{-4}/156.4^\circ}$$

$$= 0.0363/78.2^\circ = 0.0074 + j0.0356 \text{ لكل ميل}$$

وعليه فان ثابت التوهين هو :

$\alpha = 0.0074$ نيبر لكل ميل

وثابت الطور هو :

$\beta = 0.0356$ زوايا نصف قطرية لكل ميل

2.3 الخط العديم الانعكاس : .The Line with No Reflection

ان ابسط خط من وجهة النظر الرياضية هو الذي لاتكون عليه موجة منعكسة ، ويمكن الحصول على هذا الشرط على خط افتراضي منتظم (Hypothetical Smooth Line) وبطول غير نهائي (Infinite Length) ، حيث ان الانعكاس لايمكن ان يرجع من الجهة البعيدة وسنبين ايضاً بأن شرطاً مشابهاً لهذا من الممكن الحصول عليه لخط منته (Terminated) بممانعته المميزة. اعتبر الحل العام (2.28) لخط غير نهائي (لاحظ شكل 2.30) ان الحد الثاني لهذا الحل يحتوي على أس موجب ويقترب من مقدار اللانهاية عندما تزداد x . وهذا مستحيل فيزياوياً من مفهوم الطاقة ومن ثم فان قيمة A_2 يجب ان تكون صفراً . نستطيع حساب الثابت A_1 بدلالة فولتية جانب الارسال وذلك بالتعويض عن $x = 0$ و $E = E_s$ في الحل (طالما ان $A_2 = 0$) ونحصل على :

$$E_s = A_1$$

وبالتعويض عن A_1 يمكن كتابة (2.28) بالشكل الآتي :

$$E = E_s \epsilon^{-\sqrt{YZ}x} \qquad (2.32)$$

في الجزء السابق عرفنا ثابت الانتشار وجزأيه الحقيقي والخيالي α و β بدلالة هذين الثابتين نستطيع كتابة :

$$E = E_s \epsilon^{-\alpha x} \epsilon^{-j\beta x} = E_s \epsilon^{-\alpha x} \underline{/-\beta x} \qquad (2.33)$$

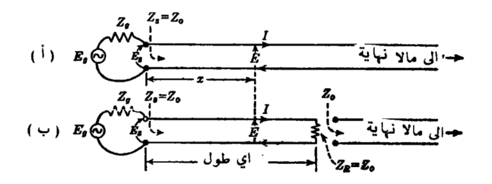
ونحصل على حل مماثل للتيار من المعادلة (2.29) باستعمال $A_1 = E_s$ و $A_2 = 0$ والتي تؤدي الى :

$$I = \frac{E_s}{Z_0} \epsilon^{-\alpha x} \epsilon^{-j\beta x} \qquad (2.34)$$

وبالمقارنة مع المعادلة (2.33) نرى أن التيار والفولتية على كل نقطة من نقاط الخط يرتبطان بالعلاقة :ـ

$$I = \frac{E}{Z_0} \qquad (2.35)$$

هذه العلاقة يمكن تطبيقها بالطبع على جانب الارسال للخط وعلى النقاط الاخرى . وعليه فان ممانعة جانب الارسال او المدخل لخط غير متناه هي مساوية لممانعته المميزة. افترض الان باننا قطعنا الخط غير النهائي في اية نقطة $x = l$ كما هو مبين في الشكل 2-3. ان الخط الى يمين القطع مازال طوله غير متناه وله ممانعة مدخل تساوي Z_0 . وعليه اذا اخذ الخط الى يسار القطع بنظر الاعتبار ، فأن الجزء غير النهائي الى اليمين من الممكن استبداله بممانعة مكتلة في جانب الاستلام (Lumped Receiving End Impeadance) وتساوي Z_0، ان الجزء المحدد



شكل 2.3 الخط غير النهائي ومكافئه المحدد .

سيتصرف كما لو ان طوله غير متناهٍ وان الحلول (2.33) و (2.34) و (2.35) ستطبق ايضاً وان ممانعة جانب الارسال للخط ستساوي Z_0 بدون اي اعتبار لطول الخط . للخطوط القليلة الفقد low-loss فان الممانعة هي مقاومة بحته ولا تعتمد على التردد $\sqrt{L/C}$ وعليه فان تغيراً معتدلاً بالتردد لايؤثر بصورة ملحوظة على فولتية الحمل والقدرة .

ان الخط المنتهي بممانعة المميزة يدعى عادةً خطأ منتهياً بصورة صحيحة (Correctly Terminated) وخط غير رنان (Non resonant) وللخط المنتهي بهذا الشكل فان الطاقة تسريْ من المولد وتنتقلْ على الخط على شكل موجة ، ومن وجهة نظر الدائرة الكهربائية فان الطاقة كلها يمتصها الحمل بدون اي انعكاس . اما من وجهة نظر المجال الكهربائي والمغناطيسي المنتقل ، فان الممانعة المكتلة للحمل لاتعطي استمرارية المجالين كما في الخط غير النهائي على اية حال فان نظرية الدائرة دقيقة تماماً الاّ عندما تكون المسافة بين الموصلين جزءاً كبيراً من ربع طول الموجة وعند الموجات ذات الاطوال القصيرة فان اداء الخطوط يتحسن وتحافظ نظرية الدائرة على دقتها بوضع عاكس على بعد يساوي ربع طول الموجة من الحمل . وستناقش هذه النظرية في الفصل السادس .

ان الحلين (2.33) و (2.34) المعطيان بدلالة فولتية جانب الارسال للخط بالرغم من ان (كما في الشكل 2.3) فولتية الدائرة المفتوحة (Open Circuit Voltage) للمولد وممانعته الداخلية تكون معروفة.بدلاً من ذلك بالامكان ايجاد فولتية جانب الارسال بحل دائرة جانب الارسال المكافئة المبينة في الشكل 2.4 ، حيث ان الخط قد استبدل بممانعة مكتلة مساوية لـ Z_s وعندما تحسب قيمة E_s، فان المعادلتين (2.33) (2.34) تستعملان لوجدان الفولتية والتيار على اية نقطة على الخط . بالامكان حساب القدرة على اية نقطة على الخط



الشكل 2.4 الدائرة المكافئة لجانب الارسال لخط منتهي بـ Z_0

من العلاقة $P = |E||I|\cos\theta$ حيث ان θ هي زاوية طور الممانعة المميزة . او من الممكن حسابها من العلاقة $|I|^2R_0$ حيث ان R_0 هي المركبة المقاومية (Resistive Component) لـ Z_0 للخطوط قليلة الفقد تكون Z_0 قريبة جداً من مقاومة وفي هذه الحالة $\cos\theta = 1$ و $R_0 = Z_0$

مثال :

خط هاتف مفتوح السلك طوله 200 ميل ومنته في جانب الاستلام بممانعته المميزة . في جانب الارسال للخط مولد ذو تردد 1 000 هرتز ودائرة مفتوحة قوتها الدافعة الكهربائية تساوي 10 فولت جـ. م. ت وممانعة داخلية هي مقاومة وقيمتها 500 اوم . ان الخط عند هذا التردد له $Z_0 = 683 - j136$ اوم و $\gamma = 0.0047 + j0.0356$ لكل ميل. جد فولتية وتيار وقدرة جانب الارسال وتيار وفولتية وقدرة جانب الاستلام باستعمال الدائرة المكافئة لجانب الارسال للشكل 2.4
$E_s = 10$ فولت و $Z_g = 500 + j0$ اوم و $Z_s = 683 - j138$ اوم . نستطيع ان نجد سعة تيار جانب الارسال[1]:

$$|I_s| = \left|\frac{E_s}{Z_g + Z_s}\right| = \frac{10}{|500 + 683 - j138|}$$

$$= \frac{10}{1.190} = 8.40 \times 10^{-3}$$ امبير جـ . م . ت

سعة فولتية جانب الارسال هي :

$$|E_s| = |I_sZ_s| = 8.40 \times 10^{-3}\sqrt{(683)^2 + (138)^2}$$

$$= 5.85$$ فولت جـ . م .ت

معدل القدرة (Avarage Power) الداخلة في جانب الارسال للخط هي :

$$P_s = |I_s|^2R_s = (8.40 \times 10^{-3})^2 \times 683$$

$$= 48.2 \times 10^{-3}$$ واط

او : $= 48.2$ ملي واط

(1) في هذا الكتاب استعملنا الرموز اللاتينية I ، E و Z لتمثل المركب او المتجه للتيار او الفولتية والممانعة . ونبين اتساعاتها او قيمها المطلقة بوضع الرموز بين خطوط عمودية اي ان : $|E|$ و $|I|$ و $|Z|$.

لفولتية جانب الاستلام نستعمل المعادلة (2.23) مع x مساو لطول الخط ، ثم اختياريا نأخذ E_s لتكون قياسيا وعندها :

$$E_R = E_s\epsilon^{-\alpha l}\epsilon^{-j\beta l}$$
$$= 5.85\epsilon^{-0.0074\times200}\epsilon^{-j0.0366\times200}$$
$$= 1.33\epsilon^{-j7.12} = 1.33\angle{-7.12}$$ زوايا نصف قطرية $= 1.33\angle{-408^\circ}$ فولت

ان اتساع فولتية جانب الاستلام هي 1.33 فولت جـ . م . ت والخط طوله $1.34 = 7.12/2\pi$ طول موجي وجانب الاستلام يتخلف عن جانب الارسال بـ 1.134 دورة . واذا اعتبرنا موقع فولتية جانب الاستلام فاننا نستطيع ان نطرح 2π من الزوايا نصف قطريه او 360° بدون تغير النتيجة . وعليه فان :

$$E_R = 1.33\angle{-0.84}\text{ radian} = 1.33\angle{-48^\circ}$$ فولت

واتساع تيار جانب الاستلام هي :

$$|I_R| = \left|\frac{E_R}{Z_R}\right| = \frac{1.33}{697} = 1.91\times10^{-3}$$ امبير جـ . م . ت

ومعدل قيمة القدرة الممتدة من قبل ممانعة الانتهاء هي :

$$P_R = |I_R|^2R_R = (1.91\times10^{-3})^2\times683$$
$$= 2.49\times10^{-3}$$ واط

او = 2.49 ملي واط

2.4. الموجة المنتقلة وخواصها

The Traveling Wave and Its Characteristics.

المعادلتان (2.33) و (2.34) تبينان انه على خط منتهٍ بممانعته المميزة ، فان اتساعي التيار والفولتية يقلان اسياً بالعامل $\epsilon^{-\alpha x}$ كلما ازدادت المسافة من المولد وهذا يحدث نتيجة الفقد في الخط حيث انه يمتص الطاقة من الموجة عند انتقالها ، والتأثير الثاني المهم هو الزيادة التدريجية للتخلف بالطور كنتيجة للوقت المحدد اللازم للموجة لكي تنقل مسافة مقدارها x .

من الممكن التعبير بدقة عن الموجة المنتقلة على خط باستعمال الطريقة المستعملة في الجزء 2.1 للحصول على القيم الانية : اولاً بالتعبير عن المعادلة (2.33) بدلالة اعلى قيمة ثم الضرب بمتجه دوار ذي وحدة طول $\epsilon^{j\omega t}$ وفي النهاية يؤخذ الجزء الحقيقي في التعبير الناتج . اذا اخذت القيمة الحقيقية فان هذه الطريقة تعطينا :

$$e = \mathcal{R}e[\sqrt{2}E_s\epsilon^{-\alpha x}\epsilon^{-j\beta x}\epsilon^{j\omega t}]$$
$$= \sqrt{2}E_s\epsilon^{-\alpha x}\mathcal{R}e[\epsilon^{j(\omega t-\beta x)}]$$

$$e = \sqrt{2}E_s\epsilon^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x)$$

الان ، نستطيع ان نتبع الاستدلال نفسه آخذين بنظر الاعتبار الموجات المنتقلة التي استعملناها في الفصل الاول . تخيل مراقباً (Observer) يتبع الموجة $(\text{Cos}(\omega t-\beta x))$ بحيث انه يبقى مع نقطة ثابتة الطور ، النقطـــة التي لها زاوية $\omega t - \beta x$ مساوية لثابت ، لايجاد سرعة هذه النقطة نأخذ مشتقة الزمن لهذا التعبير ونحصل على :

$$\omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0$$

ولكن dx/dt هي السرعة التي نريدها (سرعة الطور) وهي تساوي : ـ

$$v = \frac{\omega}{\beta} \qquad (2.37)$$

يجب ملاحظة ان هذه السرعة هي التي تنتشر بها موجة التيار المتناوب والمجالان المغناطيسي والكهربائي المرافقين لها ولكن هذه السرعة هي ليست سرعة الالكترونات في الموصل ومن الممكن تصور الالكترونات كمُنفذ (Executing) لحركة تذبذبية (Oscillating Motion) كما مبين في الشكل (2.5) هذه الحركة متراكبة على سرع الالكترونات العشوائية المعتادة) .

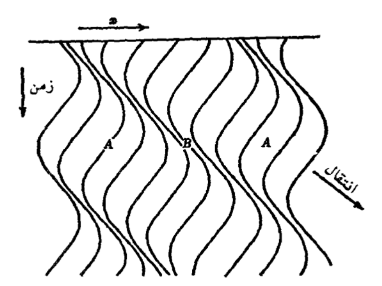
ان طور التذبذب (Phase of the Oscillation) يتخلف في اتجاه حركة الموجة ولهذا السبب يتولد توزيع جيبي للشحنات والذي هو ينتقل ظاهرياً على الموصل . كما هو مقترح بالرسوم التوضيحية . ان الجزئين المؤشرين بـ A هما منطقتان تعانيان نقصاً (Deficiency) في الشحنة والجزء المؤشر بـ B منطقة الشحنات الزائدة (Excess) ان المناطق المشحونة تتحرك الى اليمين بسرعة الطور وان الوضعية المماثلة لهذا التمثيل هو انتشار الصوت الذي ينتقل بحوالي 1,100 قدم / ثانية في الهواء وعند مستوى سطح البحر . ان الحركة الحقيقية لجزيئات الهواء ، على اية حال ، هي جيبية فقط وسرعة اية جزيئة منفردة (Individual) لايمكن مقارنتها مع سرعة انتشار الموجة .

لخط مهمل الفقد فان المعادلة (2.31) تصبح $\gamma = j\omega\sqrt{LC}$ اي بمعنى آخر $\alpha = 0$ و $\beta = \omega\sqrt{LC}$ والسرعة ω/β في هذه الحالة ببساطة هي :

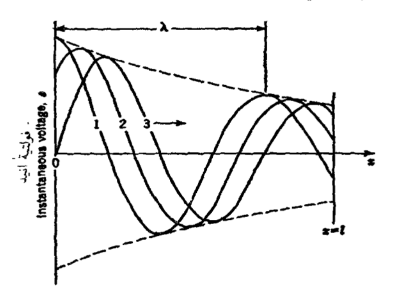
كما ذكر في الجزء 1.5 فان حاصل ضرب LC لموصل مثالي (Perfect) مغمور في عازل عديم الفقد يكون ثابتاً ويعتمد فقط على ثابت العزل وانفاذية (Permeability) العازل ، والسرعة للهواء هي تقريباً 3×10^8 متر / ثانية . ان العازل الصلب (Solid Dielectric) سيزيد C وعليه يقلل السرعة وهذا التأثير

غالباً ما يعبر بدلالة ثابت السرعة :

$$\text{ثابت السرعة} = \frac{\text{سرعة الطور الحقيقية}}{\text{سرعة الضوء في الفراغ المطلق}}$$



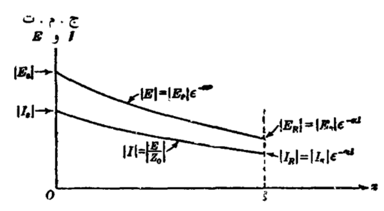
شكل 2.5 توليد موجة متنقلة بواسطة ذبذبات جيبية منفردة



• شكل 2.6 موجة متنقلة على خط منته بممانعته المميزة مرسوماً لخط طوله $1\frac{1}{8}$ طول موجي وتوهين كلي مساوٍ لـ 0.9 نيبر .

لخط محوري قليل الفقد (Low-loss) متكون من عازل صلب فان ثابت السرعة حوالي 10.6 0.6 او 0.7 وكما هو مبين في (1.1) فان الطور الموجي لذبذبة معينة يقل نسبة سرعة الطور نفسها . الشكل (2.6) يبين موجة منتقلة لفولتية على خط عالي الفقد (Lossy) في ثلاث لحظات متعاقبة من الزمن مرسومة

(Plotted) من المعادلة (2.36) . ان سعة الموجة تتلاشى اسياً بالعامل $\epsilon^{-\alpha x}$ اثناء انتقالها وان شكل التيار الموجي المرافق يكون مشابهاً لشكل الفولتية ولكن مختلف الطور(Out of phase) عنها بمقدار مساوٍ لزاوية Z_0 حيث ان $I = E/Z_0$ وان القدرة المرسلة على طول الخط تتناقص بالعامل $\epsilon^{-2\alpha x}$



شكل 2.7 فولتية وتيار جـ . م . ت على طول خط كثير الفقد منته بممانعته المميزة مرسومة لتوهين مساو لـ 0.9 نيبر .

ان الفولتية الآنية في اية نقطة على الخط ستتغير جيبياً كلما زحفت الموجة السنتقلة اكثر ، وستكون سعتها $\sqrt{2}E_s\epsilon^{-\alpha x}$ وقيمة جـ . م . ت $E_s\epsilon^{-\alpha x}$ وان تخلف الطور يزداد مع طول الخط ، وكمثال فانه عند مسافة ربع طول موجة من المولد ، الفولتية تتخلف بربع دورة او°90 . ان تخلف الطور على اية نقطة بالنسبة الى المدخل هو βx من الزوايا نصف القطرية .

ان طول الموجة λ يكون مساوياً المسافة بين ذروتين (Crest) متعاقبتين لموجة في اية لحظة او بمعنى آخر هو مساوٍ الى التغيير في x التي تجعل الزاوية βx تزداد 2π من الزوايا نصف القطرية وعليه $2\pi = \beta\lambda$ او :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

بالمقارنة مع المعادلة (2.37) يتبين بان سرعة الطور وطول الموجة يرتبطان بالعلاقة

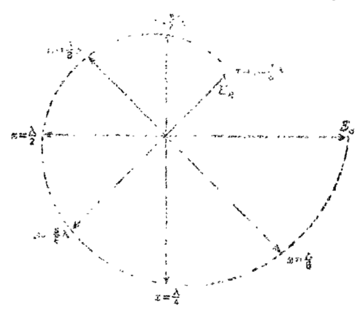
$$\lambda = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{v}{f}$$

هذه العلاقة وضعت اولاً في الفصل 1 ، في المعادلة (1.1) . وكتمرين للطالب ان يراجع المثال المعطى في الجزء السابق ويبرهن بأن سرعة الطور كانت 176,200 ميل / ثانية وطول الموجة يساوي 176.2 ميلاً .

[illegible] مرسومة في الشكل 2.7 ؛ وعندما [illegible] الاعتيادي للخط [illegible] فان العامل $\epsilon^{-\alpha l}$ يساوي [illegible] تقريباً [illegible] فان التيار والفولتية سيكونان [illegible] وفي هذه الحالة يدعى بالخط المسطح [illegible]

[illegible] $E = E_R$ [illegible] على طول خط [illegible]

[illegible] (Logarithmic Spiral) [illegible] هذه النقطة على الطالب [illegible] المنحنيات الى فولتية [illegible]

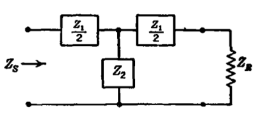


شكل 2.8 الرسم القطبي (Polar Plot) لـ E لخط منتهٍ بـ Z_0 . مرسوم لـ $l = 7\lambda/8$ وتوهين 0.8 نيبر لكل طول موجي.

2.5. ملاحظة عن الممانعة المميزة :

Note on Characteristic Impeadance:

الشكل 2.9 يبيّن شبكة T رباعية الاطراف متناظرة متكونة من عناصر مكتلة . نظرية الشبكة تبين ان هناك قيمة معينة لممانعة جانب الاستلام ، التي تجعل Z_s مساوية بالضبط لـ Z_R . هذه الممانعة المعينة تسمى بالممانعة المميزة



شكل 2.9 شبكة T المتناظرة .

للشبكة ، وليس من الصعب البرهنة على ان الممانعة المميزة لشبكة T المتناظرة هي :

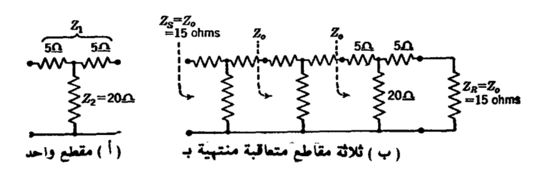
$$Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2 + \frac{Z_1^2}{4}} \qquad (2.42)$$

حيث ان Z_1 هي ممانعة التوالي الكلية للمقطع و Z_2 هي ممانعة التوازي للفرع .

مبين في الشكل (2.10) مثال عددي بسيط يحتوي على مقاومات فقط لدينا هنا $Z_1 = 10$ اوم و $Z_2 = 20$ اوم وعليه فان الممانعة المميزة هي :

$$Z_0 = \sqrt{10 \times 20 + \frac{10^2}{4}} = 15 \text{ ohms}$$

ان اي عدد من المقاطع المتشابهة يمكن ربطها بالتعاقب (Cascade) لتكوين شبكة سلمية (Ladder) منتظمة كما مبين بالشكل (2.10 ب) واذا ماانتهى المقطع الاخير بـ Z_0 فان ممانعة المدخل ستكون Z_0 . كما ان الطالب يستطيع البرهنة على ذلك بجمع المقاومات على التوالي والتوازي في الشكل (2.10) وهذا سينهي المقطع التالي الى الاخير بـ Z_0 ، وهكذا فان ممانعة جانب الارسال لكل المجموعة ستكون مساوية للممانعة المميزة .



شكل 2.10 توضيح الممانعة المميزة لشبكة سلمية منتظمة .

ولهذا السبب يستعمل اسم الممانعة المتكررة (Iterative) عادة في نظرية الشبكات الرباعية الاطراف .

افترض بأن الشبكة T في الشكل (2.9) تمثل طولاً صغيراً لخط نقل ، في هذه الحالة :

$$Z_1 = (R + j\omega L)\Delta x \quad \text{و} \quad Z_2 = \frac{1}{(G + j\omega C)\Delta x}$$

وعندما تصغر Δx (لتقترب من خط منتظم) فان حاصل ضرب Z_1Z_2 سيظل ثابتاً بينما الكمية Z_1^2 ستتلاشى في النهاية وتصبح المعادلة (2.42) كالآتي $Z_0 = \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)}$ والذي يمثل التعبير المشتق سابقاً لخط منتظم .

2.6. الدسيبل والنيبر The Decibel and the Neper:

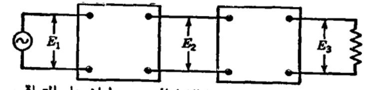
بينا سابقاً بأنه على خط منتهٍ بممانعته المميزة فان سعة التيار وكذلك الفولتية تقلان بـ $\epsilon^{-\alpha x}$ ، حيث ان α هو الجزء الحقيقي لثابت الانتشار $\sqrt{YZ}$ وان وحدة α هي نيبر لكل وحدة طول . خذ نقطتين 1 و 2 متباعدين بمسافة مقدارها Δx على خط منتهٍ بصورة صحيحة (Properly Terminated). ان النسبة بين سعتي E و I عند هاتين النقطتين هي :

$$\left|\frac{E_1}{E_2}\right| = \left|\frac{I_1}{I_2}\right| = \epsilon^{\alpha \Delta x} \qquad (2.43)$$

ان الكمية $\alpha \Delta x$ تمثل التوهين الكلي مقاسة بالنيبر ، للموجة المتنقلة بين النقطتين وبأخذ لوغاريتم الاساس ϵ لطرفي المعادلة (2.43) نحصل على التوهين بالنيبر :

$$\text{عدد النيبرات} = \log_\epsilon\left|\frac{E_1}{E_2}\right| = \log_\epsilon\left|\frac{I_1}{I_2}\right| \qquad (2.44)$$

ان هذا التعريف عبر عنه بدلالة اللوغاريتم الطبيعي(Natural Logarithm) يوضح ارتباط اسم نيبر مع الوحدة .



شكل 2.11 شبكتان رباعيتا الاطراف مربوطتان على التعاقب .

ان المقياس اللوغاريتمي(Logarithmic Scale)لقياس التيار او الفولتية مناسب تماماً في نظام النقل . الشكل (2.11) يبيّن شبكتين رباعيتي الاطراف (ممكن ان يكونا خطي نقل) مربوطتين بالتعاقب والتوهين بالنيبر خلال كل شبكة سيرمز له بـ N_1 و N_2 حيث ان :

$$N_1 = \log_\epsilon\left|\frac{E_1}{E_2}\right|$$

$$N_2 = \log_\epsilon\left|\frac{E_2}{E_3}\right|$$

ان التوهين الكلي خلال المجموعة هو حاصل جمع توهين الشبكتين وعليه فان التوهين الكلي N هو :

$$N = N_1 + N_2 = \log_e \left|\frac{E_1}{E_2}\right| + \log_e \left|\frac{E_2}{E_3}\right|$$

وباستخدام قانون جمع اللوغاريتمات، يصبح :

$$N = \log_e \left|\frac{E_1}{E_3}\right|$$

وعليه فان جمع التوهين اللوغاريتمي (Logarithmic Attenuation) هو مكافيء لضرب نسب الفولتيات وهذه الطريقة تصبح اكثر ملاءمة عندما تزداد الشبكات المضافة على التعاقب . هنالك سبب آخر لاستعمال مقياس لوغاريتمي هو انه ضمن حدود واسعة فان حواس الانسان تتبع قانوناً مشابهاً ، وعليه فان أدنى (Minimum) تغير محسوس لشدة (Intensity) الصوت ممكن للاذن ادراكه يتناسب تقريباً مع كمية الصوت الذي كان موجوداً اصلاً . هنالك وحدة لوغاريتم اخرى تستعمل غالباً وهو الديسبل (Decible) ومختصرها (db) والديسبل هو عشر حجم البل (Bel) والذي سمي بهذا الاسم تكريماً لـ Alexander)(Graham Bell ان الديسيبل معرف اساساً بدلالة نسبة القدرة :

$$\text{عدد الديسيبلات} = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2} \qquad (2.45)$$

اذا كانت القدرتان P_1 و P_2 هما لممانعتين متساويتين كما هي الحالة في خط نقل منتهٍ بممانعته المميزة ففي هذه الظروف يمكن التعبير عن نسبة القدرة كتربيع لنسبة الفولتية او التيار اي ان :

$$\text{عدد الديسيبلات} = 20 \log_{10} \left|\frac{E_1}{E_2}\right| = 20 \log_{10} \left|\frac{I_1}{I_2}\right| \qquad (2.46)$$

ان الديسبل هي وحدة ذات حجم مناسب فتغير بمستوى مقداره 3 db يقرب جداً من بنسبة قدرة مساوية لاثنين ، وان 10 db يعادل نسبة قدرة مساوية لـ 10 وان تغير مقداره 1 db بقدرة الصوت هو اقل تغير محسوس من قبل اذن الانسان .

ان فوائد المقياس اللوغاريتمي والحجم المناسب للديسيبل فتحا المجال للتعبير عن نسب الفولتيات بالديسبل وحتى عندما تكون الممانعتان مختلفتين في النقطتين فان هذا الاستعمال شائع مع مضخمات الفولتية (Voltage Amplifier) المتعاقبة الذي تكون نسبة الفولتية مهمة وعليه فالكمية التي تحل محل التعريف في المعادلة (2.45) هي $20 \log_{10} |E_2/E_1|$ ان

التعريفين غير متكافئين الا عندما يكون مستوى الممانعة في النقطتين نفسه ، و من الممكن ان يحدث ارتباك اذا كان الاستعمال غير واضح .

على الطالب ان يبرهن بانه في نظام فيه نقطتين لهما الممانعة نفسها فان توهيناً مقداره 1 نيبر يكافي 8.686 ديسيبل .

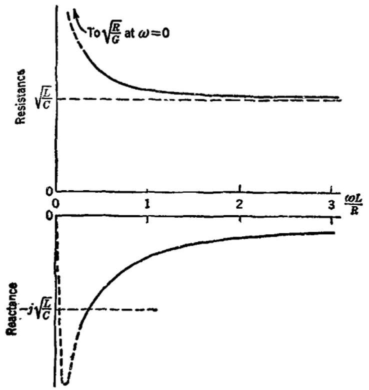
2.7 . تغير Z_0 ، α و β مع التردد :

Variation of Z_0, α, and β with Frequency.

ان الممانعة المميزة لخط منتظم معطاة بالمعادلة (2.30) كالآتي :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \tag{2.47}$$

عند تردد مقداره صفراً اويسمى آخر مع التيار المستمر المستقر فان الممانعة المميزة تصبح $\sqrt{R/G}$ ويمكن ان تكون هذه الكمية متغيرة الى حد ما في خط مفتوح السلك(Open Wire Line) حيث ان G تعتمد الى حد بعيد على كمية الرطوبة الموجودة في العوازل (Insulators) وعندما يزداد التردد تصبح G مهملة بالمقارنة مع ωC و R تصبح مهملة بالمقارنة مع ωL معطية ممانعة مميزة لترددات عالية مقدارها مساو تقريباً لـ $\sqrt{L/C}$.



شكل 2.12 المركبة المقاومية والمفاعلية للممانعة المميزة مرسومتان مع تردد متغير بدون وحدات $\omega L/R$ وافتراض ان $G/C << R/L$

على الخطوط الجيدة العزل فان نسبة G/C تصبح اصغر بكثير من النسبة R/L ، وعليه فان G تصبح مهملة بالنسبة الى R عند التردد الواطئ جداً . واذا كانت $G \ll \omega C$ فالمعادلة (2.47) يمكن كتابتها ببساطة اكثر كالآتي :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{1 - j\,\frac{R}{\omega L}} \tag{2.48}$$

ان المركبتين المقاومية والمفاعلية(Resistive and Reactive) لهذه المعادلة مرسومتان في الشكل (2.12) بدلالة $\omega L/R$ ، ان المركبة المقاومية تقترب من قيمة التردد العالي $\sqrt{L/C}$. بسرعة اكثر ، بينما تجنح المركبة المفاعلية نحو الصفر ببطئ اكثر والاجزاء المقطعة (Dashed Portions) للمنحنين تبيّن تقريباً تأثير التوصيلية (Conductance) المهملة في الترددات الواطئة .

خط هاتف نموذجي مفتوح السلك ، يتكون من سلكين No. 10 AWG نحاسيين متباعدين بـ 12 انجاً وله الثوابت الآتية : $R = 10.2$ اوم / ميل ، $L = 0.00367$ هنري / ميل ، $C = 0.00821 \times 10^{-6}$ فراد / ميل التوصيلية المتسربة لخط مفتوح السلك تتأثر بصورة كبيرة بكمية الرطوبة الموجودة ، سنستعمل $G = 0.3 \times 10^{-6}$ سيمنس / ميل والتي تمثل تقريباً القيمة لجو جاف ولخط في ظروف جيدة ، ان المفاعلة على هذا الخط هي ωL ومساوية للمقاومة R عند التردد الزاوي $\omega = R/L = 2{,}780$ من الزوايا نصف القطرية / ثانية او $f = 442$ هرتز .

وعليه فان هذا التردد سيكون مماثلاً لـ $\omega L/R = 1$ في الشكل 2.12 . ان الصيغة التقريبية (2.48) تخفق في الترددات الواطئة (Lower Frequencies) حيث ان G تصبح ملحوظة بالمقارنة مع ωC. لهذا الخط و G تساوي ωC عند التردد المساوي تقريباً لـ 6 هرتز . ان ثابت الانتشار لخط منتظم من المعادلة (2.31) هو : –

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \tag{2.49}$$

و γ عند تردد مقداره صفر هي $\sqrt{RG}$ وبما ان هذه هي كمية حقيقية فانها تمثل ثابت التوهين ، وثابت الطور يساوي صفراً .

عندما يزداد التردد سنحصل في النهاية على $\omega L \gg R$ و $\omega C \gg G$. وفي هذه الظروف نستطيع فك المعادلة (2.49) باستعمال نظرية ذات الحدين (Binomial Theorem)وبابقاء الحدين الاولين فقط او بمعنى آخر نستعمل $a \gg b$ $(a+b)^{1/2} \approx a^{1/2} + a^{-1/2}b/2$. نحصل على :

$$\gamma = (j\omega L + R)^{1/2}(j\omega C + G)^{1/2}$$
$$= \left[(j\omega L)^{1/2} + \frac{R}{2}(j\omega L)^{-1/2}\right]\left[(j\omega C)^{1/2} + \frac{G}{2}(j\omega C)^{-1/2}\right]$$

بعد التبسيط واهمال الحدود الصغيرة التي تحتوي على حاصل الضرب RG نجد ان ثابت انتشار التردد العالي يساوي :

$$\gamma \approx \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} + j\omega\sqrt{LC} \qquad (2.50)$$

وبما ان $Z_0 \approx \sqrt{L/C}$ في الترددات العالية فان :

$$\alpha \approx \frac{R}{2Z_0} + \frac{GZ_0}{2} \qquad (2.51)$$

وكما في الخط عديم الفقد فان :

$$\beta \approx \omega\sqrt{LC} \qquad (2.52)$$

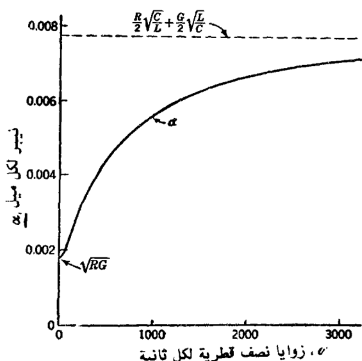
ان الحد $R/2Z_0$ في المعادلة (2.51) هو التوهين الناتج عن فقد الطاقة في الموصلين ، بينما $GZ_0/2$ هو التوهين الناتج عن فقد الطاقة في العازل . ومن الممكن وجدان تعبير عام لكل من α و β باتباع العملية الآتية :

بتربيع طرفي المعادلة (2.49) وفصل النتيجة الى معادلتين وبمساواة الحدود الحقيقية بالحقيقية والخيالية بالخيالية ، ثم حل المعادلة لايجاد αو β فان هذه العملية تؤدي الى تعبيرين معقدين هما :

$$\left.\begin{aligned}\alpha^2 &= \tfrac{1}{2}\left[\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)} + (RG - \omega^2LC)\right]\\ \beta^2 &= \tfrac{1}{2}\left[\sqrt{(R^2+\omega^2L^2)(G^2+\omega^2C^2)} - (RG - \omega^2LC)\right]\end{aligned}\right\} \qquad (2.53)$$

بالامكان استعمال هاتين المعادلتين لدراسة تفصيلية لتغير في α و β مع التردد

ان الشكلين البيانيين (2.13) و (2.14) يبينان تغير α و β مع التردد الزاوي محسوباً لخط الهاتف النموذجي مفتوح السلك المذكور سابقاً ، وبالرغم من ان منطقة التردد المقارنة بينت فقط لـ (478 ـ 0 هرتز) فان كلاً من α و β يظهران مقتربين من مقارب ترددهما العالي(High Frequency Asymptot).

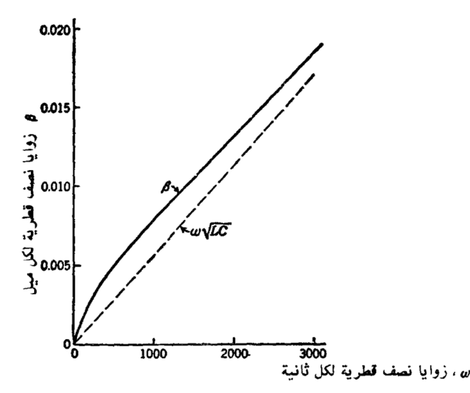


الشكل 2.13 دالة التوهين مع السرعة الزاوية محسوبة لخط مفتوح السلك متكوّن من ـوصلين No7.10 نحاسيين متباعدين بمسافة 30.48 سم . ان قيمة التردد العالي $\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}+\frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ مبينة للمقارنة .

2.8. الخط غير المشوه : .The Distortionless Line

ان الاشارة المركبة (Complex Signal) التي تُجابه عملياً في المواصلات يمكن تحليلها (Resolved) باستعمال تحليل فورير Fourier Analysis الى مركبات جيبية[1]. في النظم الخطية فان كل من هذه المركبات ممكن معالجتها على حدى باستعمال النظرية الجيبية لحالة الاستقرار . عند تسليط اشارة مركبة

(1) يفترض بأن القاريء له اطلاع بمسلسلة فورير ، والتي بواسطتها تحلل الموجات الدورية (Periodic) اي مركبات جيبية وبصورة مشابهة فان تكامل فورير قادر على تحليل الموجات غير الدورية (Non–Periodic) ان مسلسلة فورير قد نوقشت في عدد كبير من الكتب المدرسية (Text Books) البدائية على نظرية الدائرة وفي كتب الرياضيات الهندسية اما مقدمة معالجات تكامل فورير فمن الممكن وجدانها في : ـ
integral can be found in E. A. Guillemin, «Communication Networks,» Vol. II, Chap. XI, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1935, and «The Mathematics of Circuit Analysis, » Chap. VII, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1949; W. C. Johnson, «Mathematical and Physical Principles of Engineering Analysis, »Sec. 97, McGraw Hill Book Company, Inc., New York, 1944; L. A. Pipes, «Applied Mathematics for Engineers and Physicists, » Chap. III, Sec. 9, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1946; and J. A. Stratton, «Electromagnetic Theory, » Sec. 5. 7, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1941.



شكل 2.14 دالة الطور مع السرعة الزاوية العائدة للشكل 2.13 ، وقد رسم مقارب التردد العالي للمقارنة .

على نظام نقل (Transmission System) فان الموجة المستلمة ستكون بشكل الموجة المرسلة نفسها فقط عندما يكون توهين مركبات الموجة متساوي وتنتقل بالسرعة نفسها وعليه فان الشرط الاول لعدم التشوه (Zero Distortion) هو عدم اعتماد ثابت التوهين على التردد والشرط الثاني جعل سرع الطور ω/β متساوية في كل الترددات . اي ان ثابت الطور يجب ان يكون متناسباً خطياً مع التردد وبصورة عامة فان هذه الشروط غير متوفرة حيث ان α هو الجزء الحقيقي و β هي الجزء الخيالي لدالة معقدة للتردد $\sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$ وعلى كل حال يمكن الحصول على خط عديم التشوه اذا ارتبطت ثوابت الخط ببعضها بالعلاقة التالية :

$$\frac{R}{L}=\frac{G}{C} \tag{2.54}$$

وفي هذه الظروف يختصر ثابت الانتشار الى :

$$\gamma=\sqrt{RG}+j\omega\sqrt{LC} \tag{2.55}$$

ان الخط عديم التشوه له α لاتعتمد على التردد وتتغير β خطياً مع التردد وله سرعة طور ببساطة هي $v=1/\sqrt{LC}$ لكل الترددات . ان الخط عديم الفقد هو حالة خاصة لهذا ، حيث ان $R=G=0$ يحقق المعادلة (2.54) .

على الطالب ان يبرهن بان الخط عديم التشوه له :

1 . ممانعة مميزة تساوي $\sqrt{L/C}$

2 . الطاقة الكهربائية والمغناطيسية المرافقة للموجة المتنقلة متساوية .

3 . فقد متساوٍ في مقاومة وتوصيلية التسرب (Leakage Conductance) للخط .

الشرطان الاخيران ينطبقان فقط على موجة متنقلة منفردة وليس لتراكب (Superpositions) موجتين متنقلتين بعكس الاتجاه .

ان شرط التشوه القليل (Low-Distortion) مهم خصوصاً في الخطوط التي تكون لها نسبة اعلى الى اوطأ تردد كبيرة نوعاً ما كما هو الحال في خطوط الهاتف . في اغلب خطوط النقل فان الفقد في مقاومة الموصلات اكبر من الفقد في العازل ، اي ان R/L. اكبر من G/C (يستثنى من هذا عند استعمال العوازل الصلبة في منطقة التردد فوق العالي(Ultra High Frequ.)حيث ان فقد العازل قد يكون عالٍ فعلاً .

ان خط الهاتف النموذجي مفتوح السلك المذكور في الجزء السابق $R/L = 2780$ و $G/C = 36.5$ ان هذا يكون اكثر تبايناً في قابلو الهاتف (Telephone Cable) حيث ان قرب الموصلات من بعضها يجعل السعة عالية نوعاً ما والمحاثة واطئة ، ان الثوابت العملية لقابلو هي : $R = 60$ اوم / ميل $L = 0.001$ هنري / ميل، $C = 0.060 \times 10^{-6}$ فراد / ميل و$G = 2 \times 10^{-6}$سيمنس ميل جاعلاً $R/L = 60,000$ و $G/C = 33$. ليس من المرغوب فيه اعتياديا زيادة G صناعياً (Artificially) حيث انه سيزيد التوهين بكمية كبيرة ومن جهة اخرى فان تقليل المقاومة يحتاج الى موصلات ذات قطر كبير غير اعتيادي لتحقيق المعادلة (2.54) والى حدٍ ما فبالامكان زيادة L وتقليل C بمباعدة (Spacing) اكبر بين الموصلات ولكن هنالك حد عملي لهذه العملية كما انه من الممكن زيادة المحاثة ايضا بعملية تدعى التحميل الحثي (Inductive Loading) والتي ستشرح في الجزء القادم . ان كمية معينة من التشوه يسمح بها عملياً ونادراً مايوجد بالضبط خط عديم التشوه .

2.9. تحميل حثي : Inductive Loading.

في انواع من خطوط النقل تزداد المحاثة بقيمة اعلى من قيمتها الطبيعية ، وذلك بلف الموصلين بشريط معدني (Metal Tape) عالي الانفاذية او بادخال ملفات محاثة (Inductance Coils) عند فواصل منتظمة (uniform intervals) وهذه العملية تدعى بالتحميل الحثي (inductive loading) وبما ان G/C تكون عادة اصغر من R/L ، فان اية زيادة بالمحاثة ستجعل الخط يقترب اكثر من خط عديم التشوه ، وكنتيجة لهذا فالممانعة المميزة وثابت التوهين وسرعة الطور ستصبح اقل اعتماداً على التردد ، ان فائدة التحميل الحثي هي تقليل التوهين الذي يسببه الخط عادة . وهذا ماسنبحثه الآن وافترض للحظة بان المحاثة المضافة موزعة بصورة منتظمة بحيث ان معادلات الخط المنتظم تطبق عليها .

في الجزء 2.7 برهن على ان حدود التردد العالي لـ α هو:

$$\alpha = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.56)$$

وعندما يكون $R/L > G/C$ فان الحد الاول للمعادلة (2.56) سيكون اكبر من الثاني ويبين على ان الفقد بالموصل هو المسبب للجزء الاساسي للتوهين . وان اية زيادة في L ستقلل الحد الاول وتزيد الثاني بالعامل نفسه ، ولكن عند نقطة معينة والتي عندها يكون الحدان متساويين ومحصلة التأثير ستكون نقصاناً في حدود التردد العالي لـ α .

وهذا يعني فيزياوياً بان اي زيادة في L، ستزيد الممانعة المميزة للتردد العالي $\sqrt{L/C}$ ، وهكذا يحتاج تيار اقل للقدرة المرسلة نفسها وينتج عنه فقد اقل I^2R وسيحتاج الى فولتية اعلى مما ستزيد الفقد في العازل ، ولكن طالما يبقى هذا الجزء ثانوياً فان صافي التأثير سيكون كسباً (Gain)

كمثال ، اعتبر الخط المرسوم في الشكل 2.13 بدون تحميل ، ان حدي المعادلة (2.56) هما على التوالي 7.63×10^{-3} و 0.10×10^{-3} نيبر / ميل ، مؤشراً على ان الفقد بالنحاس هو 76 مرة اكبر من الفقد بالعوازل واذا زيدت L بعامل مقداره 4 بدون اي تغير بالثوابت الاخرى فان الحد الاول سيقل الى 3.82×10^{-3} والثاني سيزداد الى 2.20×10^{-3} معطياً ثابت توهين كلي مساوٍ لـ 4.02×10^{-3} نيبر / ميل ، وهذا اصغر من السابق . بالرجوع مرة اخرى الى الشكل 2.13 فان

اكبر تحسن يمكن الحصول عليه هو بتقليل الخط المقارب(Asymptote) للتردد العالي الى قيمة تقاطع التردد صفر نفسها اي $\sqrt{RG}$ وعند ذلك سيكون الخط عديم التشوه . اما اذا ازدادت L خارج هذه النقطة فان الحد الثاني من المعادلة (2.56) يهيمن ويزداد مقارب التردد العالي لـ α .

ان التحميل الحثي اكثر ضرورة لقابلوات الهاتف منه لخطوط المفتوحة السلك بسبب المحاثة القليلة والسعة العالية المتأصلتان في القابلو ، ان الفراغ المحدد ضمن غلاف (Sheath) القابلو يجعل استعمال سلك اصغر مرغوب به اكثر مما هو شائع استعماله للخطوط مفتوحة السلك ، وهكذا يسبب مقاومة اعلى . ان المحاثة الطبيعية تكون واطئة بسبب قرب الموصلين من بعضهما ووجود عازل صلب بينهما يجعل السعة عالية ، وكنتيجة لهذا فالفقد بالموصل يهيمن بعامل كبير كما وان التوهين وسرعة الطور يتغيران كثيراً ضمن المدى السمعي (Audio Range)، وخط مقارب توهين التردد العالي عالي جداً وعليه يستعمل التحميل الحثي بصورة عامة على خطوط القابلو .

من الممكن تحميل خط نقل التردد السمعي(Audio Frequency) بصورة منتظمة بلف الموصلين بشريط معدني ذي انفاذية عالية ، وعلى اية حال فان هذه الطريقة تكلف كثيراً وتستعمل مبدئياً في القابلوات البحرية(Submarine Cable) حيث ان الطرق الاخرى غير عملية . اما الخطوط القابلوية على اليابسة(Land) فهي محملة كتلياً(Lump loaded) بملفات محاثة متباعدة عند فواصل منتظمة . ان مساويء هذه الطريقة هي ان المحاثة المكتلة في الخط تسبب تأثيراً مشابهاً لتأثير مرشح واطيء الامرار والذي يشوه الترددات العالية . وهذا التأثير ينقص كلما وضعت الملفات قريبة من بعضها كتقريب احسن لخط منتظم .

من الاستدلال الفيزياوي يمكن رؤية ان هناك على الاقل عدة ملفات لكل نصف موجة عند اعلى تردد مرغوب اذا اريد للخط ان يتصرف بالتقريب تصرفاً معقولاً كالخط المنتظم .

في الماضي كان شائعاً تحميل خطوط الهاتف المفتوحة السلك لتقليل توهينها وعلى اية حال فالتحميل كان له تأثير متغير يعتمد على التوصيلية المتسربة وهي التي تحدد برطوبة العازل ، كما ان زيادة المطالب لاستجابة (Response) التردد العالي جعل تقليل المباعدة بين ملفات التحميل ضرورياً نوعاً ما .

الخطوط المفتوحة السلك تستعمل الان بدون تحميل حيث ان مضخمات صمامية (Vaccum Tube Amplifier) تدخل عند فواصل متكررة كافية لكي تحفظ الاشارة من توهينها الى مستوى الضوضاء حيث عند ذلك لايمكن استعادتها .

2.10 . سرعتا الطور والمجموعة : Phase and Group Velocities.

في الجزء 2.4 ناقشنا سرعة الطور ، وهي سرعة نقطة لها طور ثابت على موجة جيبية متنقلة وكما بينا في المعادلة (2.37) فانها تعطى بالعلاقة :

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (2\ 57)$$

حيث نستعمل الان الرمز السفلي p لتمييز هده السرعة عن السرعة الاخرى التي سنناقشها الان .

عندما تسلط اشارة مركبة على نظام نقل له دالة طور β والتي لاتتناسب خطياً مع التردد فان المركبات الجيبية المتعددة للاشارة سيكون لها سرع طور مختلفة وستغير الموجة شكلها كلما انتقلت اكثر تحت هذه الظروف ولا يمكن القول بان الاشارة تنتقل باية سرعة واحدة .

ان الحالة البسيطة الخاصة بالنسبة الى السرع هي الناتجة من احدى الحالات المهملة للاشارة وهي التي يكون تردد مركباتها الجيبية متقاربا من بعضه وكمثال على هذا النوع من الموجة هو الاشارة المضمنة للاتساع (Amplitude Modulated) حيث ان الاتساع الجيبي للموجة الحاملة (Carrier) يتغير بالنسبة الى القيمة الآنية لاشارة ذات تردد واطيء ، احدى مركبات هذه الموجة لها تردد مساوي لتردد الموجة الحاملة نفسها وكل من الترددين في الاشارة الاصلية تنتج عنه حزمتان جانبيتان(Side Bands) احداهما فوق الحاملة والاخرى تحتها بمقدار مساو لتردد التضمين[1] (Modulating Frequency)واذا ماسلطت هذه المجموعة من الفولتيات على نظام نقل فان غلاف (Envelope) الموجة والذي له شكل الاشارة الاصلية نفسها ينتقل بسرعة واحدة في حين تتحرك الحقيقية والمحصورة ضمن الغلاف بسرعة اخرى.

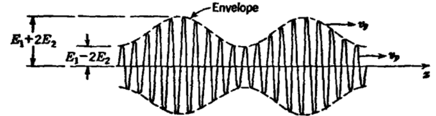
(1) راجع

F. E. Terman, «Radio Engineering, » 3d ed., Secs. 1.5 anu ?.1, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947; M. I. T. Staff, «Applied Electronics,» PP. 632-- 638, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1943, or any standard textbook on communication theory

او اي كتاب مدرسي قياسي في نظرية المواصلات .

وللسهولة اعتبر ان الموجة المضمنة للاتساع لها حزمتان جانبيتان فقط ، وارمز لاتساع الموجة الحاملة بـ E_1 وترددها الزاوي بـ ω وثابت الطور لخط النقل عند هذا التردد بـ β سنرمز لاتساع الحزمة بـ E_2 وتردديهما بـ $\omega - \Delta\omega$ و $\omega + \Delta\omega$ على التوالي وثابتي طوريهما بـ $\beta - \Delta\beta$ و $\beta + \Delta\beta$ ان الموجة المتنقلة المحتوية على المركبات الثلاث يمكن كتابتها كالاتي :

$$e = E_2 \cos[(\omega - \Delta\omega)t - (\beta - \Delta\beta)x] + E_1 \cos(\omega t - \beta x) + E_2 \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (\beta + \Delta\beta)x] \quad (2.58)$$



شكل 2-15 توضيح الرسم لسرعتي المجموعة والطور لموجة بسيطة مضمنة للاتساع

واذا بسّطنا التعبير لفولتيات الحزمة الجانبية باستعمال المتطابقة الهندسية $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ وجمعنا الحدود نحصل على :

$$e = [E_1 + 2E_2 \cos(\Delta\omega\, t - \Delta\beta\, x)] \cos(\omega t - \beta x) \quad (2.59)$$

نستطيع ان نعتبر الحد المحصور بين القوسين كالاتساع لموجة منتقلة $\cos(\omega t - \beta x)$ يتحرك بسرعة طور مساوية لـ ω/β وان الاتساع نفسه يتغير جيبياً بين حدين $E_1 + 2E_2$ و $E_1 - 2E_2$ هذا بالاضافة انها تتحرك على الخط بسرعة $\Delta\omega/\Delta\beta$ للمركبات القريبة من بعضها وهذه السرعة تقترب من المشتقة $d\omega/d\beta$ هو مقلوب مَيل دالة الطور ، وهذه تسمى بسرعة المجموعة :(Group Velocity)

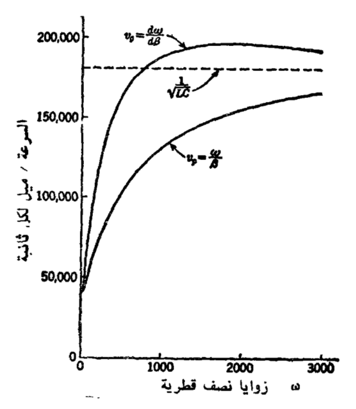
$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad (2.60)$$

وهذه السرعة بصورة عامة مختلفة عن سرعة الطور ω/β . وفي اي حال لاحظ بانه في حالة عدم التشوه (عندما $\beta = \omega\sqrt{LC}$) فان سرعتي الطور والمجموعة كليهما مساويتان لـ $1/\sqrt{LC}$.

ان الصورة التي حصلنا عليها الآن للموجة المتنقلة المضمنة للاتساع الموضحة بالشكل (2-15) والغلاف الذي هو منحني خيالي يصل بين ذروات (Peaks) الموجة الحقيقية يتحرك على طول الخط بسرعة المجموعة ، في حين تزلق

الموجة الحقيقية خلال الغلاف بسرعة الطور[1].

الشكل (2-14) يبين المنحني المحسوب لـ β مع ω لخط هاتف نموذجي مفتوح السلك ، سرعتا الطور والمجموعة رسمتا (Plotted) في الشكل (2-16) الصورة الذهنية لسرعة المجموعة تفقد فائدتها عندما تكون مركبات الموجة واسعة الانتشار بالتردد وبحيث $\Delta\omega/\Delta\beta$ تساوي تقريباً المشتقة $d\omega/d\beta$.



شكل 2-16 سرعتا الطور والمجموعة العائدتان للشكل 2-14 . قيمة عدم التشوه $1/\sqrt{LC}$ مرسومة للمقارنة .

لقد لوحظ « كما في المثال المرسوم في الشكل (2.16) » بأن سرعة المجموعة قد تزيد على سرعة الضوء . على اي حال اننا نتعامل هنا مع الموجة في حالة الاستقرار والذي نظرياً ليس له بداية ولا نهاية . وعليه لايمكن ان نتتبع (Tag) اية طاقة عندما تدخل نظام نقل ، وكذلك لانستطيع تميزها عند مغادرتها . وهكذا

(1) راجع

'See H. H. Skilling, «Fundamentals of Electric Waves,» 2d ed., PP. 228-231, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1948.

لانستطيع ان نستخلص اي استنتاج نهائي بالنسبة الى السرعة التي تنتشر بها الطاقة الحقيقية ولهذا السبب فسرعة مجموعة اكبر من سرعة الضوء لاتحرق الفرضية النسبية (Relativity postulate) نستطيع تمييز موقع الطاقة في اشارة ذات امد قصير وفترة قصيرة ، ولكن تحليل فورير لمثل هذه الموجة تبين بأن المركبات متباعدة جداً بالتردد ، وعليه فان الصورة الذهنية لسرعة المجموعة تفقد فائدتها ، ان تحليلاً اضافياً يبين بان جبهة الموجة لاشارة مسلطة بصورة فجائية لايمكن ان تنتقل بسرعة اكثر من سرعة الضوء ، وان الفرضية النسبية لاتتعارض معها[1].

(1) لمعالجة تامة لموضوع سرعة المجموعة راجع :

J. A. Stratton, «Electro-m...etic Theory,» Secs. 5.17 and 5.18, McGraw- Hill Book Company, Inc., New York, 1941, and R. I. Sarbacher and W. A. Edson, «Hyper and Ultra- high Frequency Engineering,» Sec. 5.8, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1943.

ولمناقشة سرعتي المجموعة والاشارة راجع :

E. A. Guillemin, «Communication Networks,» Vol. II, Chap. III, Sec. 6, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1935.

مسائل :

1 . خط هاتف معين مفتوح السلك له الثوابت التالية عند التردد 1,000 هرتز

اوم / ميل $R = 6.75$

هنري / ميل $L = 3.50 \times 10^{-3}$

فراد / ميل $C = 0.00872 \times 10^{-6}$

سيمنس / ميل $G = 0.40 \times 10^{-6}$

باستعمال المعادلتين (2.30) و (2.31) . احسب Z_0 ، α و β واحسب سرعة الطور وطول الموجة عند هذا التردد .

2 . قابلو هاتف معين (بدون ملفات تحميل) له الثوابت الاتية عند التردد 1,000 هرتز

اوم / ميل $R = 86.0$

هنري / ميل $L = 1.1 \times 10^{-3}$

فراد / ميل $C = 0.0620 \times 10^{-6}$

و G مهملة . باستعمال المعادلتين (2.30) و (2.31) احسب Z_0 ، α و β . واحسب سرعة الطور وطول الموجة عند هذا التردد .

3 . مع ادخال ملفات تحميل حثي ، للقابلو المحوري في المسألة (2) الذي له الثوابت الآتية عند التردد 1,000 هرتز :

اوم / ميل $R = 95.0$

هنري / ميل $L = 151 \times 10^{-3}$

فراد / ميل $C = 0.0620 \times 10^{-6}$

و G مهملة ، احسب Z_0 ، α و β وسرعة الطور وطول الموجة عند هذا التردد . قارن النتائج مع نتائج المسألة 2 .

4 . قابلو هاتف غير محمل بملف حثي على التوالي ، المحاثة والمتسربة **(Leakage)** ممكن اهمالها على مدى تردد واسع $(G/C << \omega << R/L)$

أ . ابتداءً من المعادلتين (2.30) و (2.31) وباهمال L و G اكتب التغير الناتج بـ α ، Z_0 و β

ب . استعمل المعلومات (Data) $R = 86.0$ اوم / ميل ، $0.062 \times 10^{-6} =$ C فراد / ميل ، ارسم الكميات الآتية مع التردد وللمدى (Range) $3000 > f > 200$ هرتز : α ، سرعة الطور ، والمركبة المقاومية والمفاعلية لـ Z_0

جـ . اذا كان $L = 1.1 \times 10^{-3}$ هنري / ميل و $G = 2.0 \times 10^{-6}$ سيمنس / ميل عند اي تردد ستكون G مساوية لـ ωC ، وعند اي تردد ستكون ωL مساوية لـ R ؟

5 . قابلو هاتف بدون ملفات تحميل حثية له الثوابت الآتية :
$R = 42.0$ اوم / ميل ، $L = 1.1 \times 10^{-3}$ هنري / ميل ، $\times 10^{-6}$ $C = 0.0620$ فراد / ميل، اضيفت ملفات تحميل بحيث ازدادت المحاثة بمقدار 30×10^{-3} هنري / ميل . ايضاً اضيفت مقاومة تخمينية مقدارها 6 اوم / ميل عند تردد 3,000 هرتز . جد المسافة بين الملفات التي ستجعل المسافة بينهما سدس طول الموجة عند التردد 3,000 هرتز .

6 . خط مفتوح السلك يتكون من موصلين رقم AWG 10 متباعدين بمسافة مقدارها 3 سم وله الثوابت التالية :

عند التردد 1.000 هرتز $R = 6.55 \times 10^{-6}$ اوم / متر ، $L = 1.36 \times 10^{-6}$ هنري / متر $C = 8.84 \times 10^{-12}$ فراد / متر و G مهملة

عند التردد 100 ميكا هرتز $R = 6.06$ اوم / متر $L = 1.26 \times 10^{-6}$ هنري / متر $C = 8.84 \times 10^{-12}$ فراد / متر و G مهملة .

جد α ، Z_0 لكل من الترددين السابقين والفقد بالنيبر لكل طول موجة وقارن بينهما .

7 . مصدر تيار مستمر سلط على جانب الارسال لقابلو له $R = 86.0$ اوم / ميل و $G = 1.50 \times 10^{-6}$ سيمنس / ميل . احسب Z_0 و α لهذا الشرط من الاشتغال . احسب نسبة فولتية جانب الاستلام الى فولتية جانب الارسال اذا كان طول القابلو 100 ميل ومنتهٍ بممانعته المميزة .

8 . برهن على انه عند نقطتين من نظام لهما نفس مستوى الممانعة فان توهيناً مقداره 1 نيبر مكافيء لـ 8.686 ديسيبل .

9 . احسب نسب القدرة والفولتية (افترض ممانعات متساوية) لـ 1 ، 3 ، 10 و 30 ديسبيل .

10 . خط هاتف نموذجي مفتوح السلك له توهين مقداره 0.0050 نيبر / ميل عند تردد 1,000 هرتز ، بينما قابلو هاتف نموذجي له توهين مقداره 0.05 نيبر ميل عند هذا التردد . احسب الطول الذي سيعطي توهيناً مقداره 10 ديسيبل لكل من هذين الخطين

11 . قابلوات هواتف غير محملة تستعمل احياناً كحاملة هاتف (Carrier Telephony). قابلو غير محمل له الثوابت الاتية عند التردد 3,000 هرتز . $R = 52.5$ اوم / ميل، $L = 1.1 \times 10^{-3}$ هنري / ميل $\times 10^{-6}$ $C = 0.062$ فراد / ميل و G مهملة . احسب α و β وطول الموجة وسرعة الطور ، وطول الخط الذي يعطي توهيناً مقداره 25 ديسبيل .

12 خط هاتف مفتوح السلك له الثوابت الاتية عند التردد 1,000 هرتز . $Z_0 = 615 - j87$ اوم ، $\alpha = 0.00491$ نيبر / ميل $\beta = 0.0351$ زوايا نصف قطرية / ميل وطول الخط 150 ميل ومنته بممانعته المميزة . مولد تردده 1,000 هرتز يجهز فولتية جانب الارسال بـ 5.0 فولت :

أ . احسب سرعة الطور وطول الموجة .

ب . احسب تيار وقدرة جانب الارسال وقدرة جانب الاستلام .

جـ . ارسم الرسم البياني القطبي (P olar Diagram) لـ E المشابه للشكل (2.8) خذ E_s افقياً .

13 . قابلو محوري مرن (Flexible) له عازل صلب يستعمل عند التردد 300 ميكا هرتز له $Z_0 = 52.0 + j0$ اوم ، $\alpha = 0.0156$ نيبر / متر ، ثابت السرعة يساوي 0.66 (لاحظ المعادلة (2.39) وطول الخط 75 متراً ومنته بممانعته المميزة . عند جانب الارسال مولد ذو تردد 300 ميكا هرتز له فولتية دائرة مفتوحة مقدارها $E_s = 50$ فولت جـ . م . ب وممانعته داخلية $Z_s = 52 + j0$ اوم . وجد اتساع فولتية جانب الارسال وفولتية جانب الاستلام . احسب قدرة جانب الارسال وقدرة جانب الاستلام . ماهو عدد الاطوال الموجية لهذا الخط .

14 . برهن في الفصل 1 على ان معامل الانعكاس لموجة تضرب جانب المولد لخط هو :

$$k_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$$

افترض بأن الخط يشتغل بحالة استقرار مع ممانعة حمل مساوية للممانعة المميزة ومساق بمولد فولتية دائرته المفتوحة E_g وممانعته الداخلية Z_g

برهن على ان :

$$E_s = \frac{1 - k_g}{2} E_g$$

وعليه ففي اية نقطة x :

$$E = \frac{E_g}{2}(1 - k_g)\epsilon^{-\gamma x}$$

15 . برهن على ان الخط غير المشوه له :

أ . ممانعة مميزة مساوية لـ $\sqrt{L/C}$

ب . الطاقة الكهربائية والمغناطيسية المرادفة للموجة المتنقلة متساوية .

حـ . فقد في الطاقة متساوٍ في المقاومة والمواصلة المتسربة للخط .

16 . كما مبين بالمعادلة (2.51) ، ان ثابت توهين التردد العالي للخط هو :

$$\alpha_{h\text{-}f} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

وحدود التردد صفر لـ α هو $\sqrt{RG}$ ، رتب المعادلة السابقة للتعبير عن النسبة $\alpha_{h\text{-}f}/\sqrt{RG}$ كدالة للنسبة LG/RC . ارسم هذه الدالة على مدى $0 < LG/RC < 4$. لاحظ القيمة الصغرى التي يحدث عندها $LG/RC = 1$ ، والتي تمثل شرط عدم التشوه $R/L = G/C$.

17 . عند الترددات العالية قيمة β هي $\omega\sqrt{LC}$ تقريباً . ابتداءً بهذا التعبير والمعطى بالمعادلة (2.53) وباستعمال نظرية ذي الحدين ، برهن انه لـ β^2 عندما تكون G مهملة و $\omega L \gg R$ فان احسن تقريب لـ β هو :

$$\beta = \omega\sqrt{LC}\left(1 + \frac{R^2}{8\omega^2L^2}\right)$$

18 . استعمل نتيجة المسألة 17 لاشتقاق معادلات سرعتي المجموعة والطور . ان هذان التعبيران سيطبقان بالطبع فقط عندما تكون G مهملة وعندما $\omega L \gg R$ احسب السرعتين للقابلو في المسألة 1 .

الفصل الثالث

ثوابت الخطوط ذات الموصلين

THE CONSTANTS OF Two-CONDUCTOR LINES

3.1 صورة نوعية للتأثير السطحي : A Qualitative Picture of Skin Effect.

عند سريان تيار متناوب في موصل فان الفيض (Flux) المغناطيسي المتناوب في الموصل تحت قوة دافعة كهربائية وهذه القوة الدافعة الكهربائية تسبب نقصاً في كثافة التيار داخل السلك وزيادة في كثافة التيار على السطح الخارجي للسلك . تعرف هذه النتيجة بظاهرة التأثير السطحي وتزداد اهميتها بازدياد التردد .

عند استعمال موصلات حديدية مغناطيسية (Ferromagnetic) فان التاثير السطحي يكون ملحوظاً في ترددات القدرة التجارية .

وعندالترددات الراديوية فان التيار في سلك متوسط الحجم يتركز في طبقة رقيقة على السطح الخارجي للسلك. تبين التحليلات انه عندما تكون مساحة مقطع سلك اكبر بكثير من السمك الفعال لمرور التيار فان كثافة التيار تتغير تغيراً اسياً بالابتعاد عن سطح السلك . ان المسافة التي تنقص فيها كثافة التيار الى $1/\epsilon$ مما هي في السطح السلك تسمى بعمق الاختراق الاسمي (Nominal Depth of Penetration $\epsilon = 2.718$) وقد تكون هذه التسمية مضللة ... وجود مقدار كبير من التيار تحت هذا العمق . ان العمق الاسمي للاختراق مشابه الثابت الوقت (Time Constant) لحالة عابرة اسية (Exponential Transient) في الجزء 3.2 سيبرهن على ان العمق الاسمي للاختراق هو كالاتي :

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f \mu}} \quad \text{meters} \qquad (3.1)$$

وحدة δ هي المتر .

حيث ان P هي مقاومية (Resistivity) الموصل ووحدتها اوم ـ متر (في بعض الاحيان اوم لكل متر مكعب)

f هو التردد ووحدته هرتز لكل ثانية

و μ هي الانفاذية المطلقة للسلك ووحدتها اوم ـ كيلو غرام ثانية او هنري لكل متر (قيمة μ في الفراغ المطلق هي $4 \pi \times 10^{-7}$ هنري / متر) . لسلك نحاسي تكون المعادلة 3.1 كما يلي :

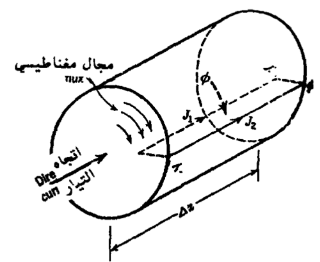
$$\delta = \frac{6.64}{\sqrt{f}} \quad \text{سنتمتر} \tag{3.2}$$

وحدته سنتمتر

وهكذا فان عمق لاختراق الاسمي لسلك نحاسي هو حوالي 0.86 في تردد مقداره 60 هرتز و 0.0066 سنتمتر عند تردد 1 ميكاهرتز .

عندما تكون كثافة الفيض المغناطيسي غير منتظمة حول سطح الموصل فان التحليلات تبين ان التيار يتركز بوضوح في المواقع التي يكون فيها الفيض المغناطيسي اعظم . اذا كان الموصل اسطواني الشكل والمسافة بين السلكين تعادل اضعاف نصف قطره كما هو الحال في الخطوط ذات السلكين فان الفيض المغناطيسي قرب الموصل يكون دائري ومتحد المركز مع السلك وتكون كثافة الفيض منتظمة تقريباً حول السطح الخارجي للموصل ويتمركز تيار الترددات العالية بانتظام حول السطح . على كلٍ اذا كان السلك مستطيل الشكل فان كثافة الفيض على سطح السلك سيكون اعظم في زوايا الموصل ويتركز التيار في هذه المناطق .

عندما يحتوي خط نقل على سلكين متقاربين من بعضهما فان كثافة الفيض المغناطيسي تكون اكبر في المنطقة مابين الموصلين وان التيار يحاول ان يتركز



شكل 3.1 مساران متوازيان طوليان خلال موصل اسطواني .

على السطحين المتقابلين للموصلين . هذا الظاهرة تُعطي اسماً خاصاً وهو التأثير التقاربي (Proximity Effect) وهو ملاحظ اكثر عندما يتكون الخط في شريحتين متوازيتين متقاربتين من بعضهما كما في الشكل 1.1 جـ وعلى خط كهذا فان التيار المتناوب لترددات عالية سوف يسري بصورة رئيسة على الوجهين المتقابلين من هاتين الشريحتين .

في الخط المحوري (Coaxial Line) الذي يحمل تيارين متساويين ومتعاكسين في الموصلين لايتكون فيض مغناطيسي خارج الموصل الخارجي وعليه فان الفيض الخارجي للموصلين سوف يكون في الفراغ الحلقي بينهما . ان التيار المتناوب يحاول ان يتركز على السطحين اللذين يحدان هذا الفراغ (السطح الداخلي للموصل الخارجي والسطح الخارجي للموصل الداخلي) . لتكوين فكرة نوعية احسن لتأثيرات التأثير السطحي ونتائجه ، افترض موصلاً اسطوانياً صلباً يحمل تياراً متناوباً والمسافة بين الموصلين عدة مرات بقدر نصف قطر الموصل حتى يكون الفيض المغناطيسي داخل الموصل على شكل دوائر متحدة المركز . الشكل 3.1 يبيّن طول مقداره Δx من سلك كهذا ، افترض المسارين الطولين أ ب و جـ د حيث ان أ ب هو المسار الداخلي للموصل و جـ د هو المسار على سطح الموصل . ارمز لكثافتي التيارين على طول هذين المسارين بـ J_1، و J_2 والفيض المغناطيسي الواصل (Linking) بالمستطيل أ ب جـ د بـ ϕ ، حول هذا المسار المغلق يجب ان يكون حاصل الجمع الجبري للتيار i في المقاومة R، (iR) زائداً القوة الدافعة الكهربائية المستحثة $d\phi/dt$، مساوياً لصفر .

ان حاصل ضرب التيار في المقاومة على طول المسار أ ب يساوي $J_1\rho\,\Delta x$ فولت ، حيث ان J_1 هو كثافة التيار "امبير متر مربع" و ρ هي المقاومية ووحدتها اوم متر و Δx تقاس بالمتر . وبالطريقة نفسها فان حاصل ضرب التيار في المقاومة على طول الخط جـ د هو $J_2\rho\,\Delta x$. ان القوة الدافعة الكهربائية المستحثة حول المسار أ ب جـ تساوي $d\phi/dt$ فولت ، حيث ان ϕ هو الفيض ووحدته هي الويبر (اوبير = 10^8 ماكسويل) . وهكذا فاذ، يمكن كتابة مايأتي حول هذا المسار :

$$J_1\rho\,\Delta x - J_2\rho\,\Delta x + \frac{d\phi}{dt} = 0$$

و

$$J_1\rho\,\Delta x + \frac{d\phi}{dt} = J_2\rho\,\Delta x \qquad (3.3)$$

اذا كان التيار تياراً مستمراً فان معدل تغير الفيض يكون صفراً وكثافة التيارين J_1 و J_2 تكونان متساويتين ولكن عندما يكون التيار متناوباً فان $d\phi/dt$ لاتساوي صفراً وقيمة J_1 يجب ان تكون اصغر من J_2 حتى تكون المعادلة (3.3) صحيحة .

اما اذا اختير الخط أ ب اقرب الى مركز السلك فان قيمة ϕ تكون اكبر وكثافة التيار J_1 تكون ايضاً اقل ، ومن ثم نرى ان كثافة التيار يجب ان تقل ابتداءاً من سطح السلك باتجاه مركزه وكذلك فان عدم التساوي في كثافة التيار

تزداد اكثر كلما ازداد معدل تغير الزمن لتغير الفيض بزيادة التردد . هذا بالاضافة الى انه يلاحظ من المعادلة (3.3) انه بزيادة في قيمة ϕ لايمكن معادلة هذه الزيادة بمجرد النقصان في J_1 من غير ان تحصل ازاحة زاوية في كلتا الكميتين وذلك لان احد الحدين من المعادلة (3.3) هو مشتقة في حين الاخر ليس بمشتقة . ان هذا التعقيد لا يمكن تتبعه الا بالتحليلات الرياضية ولكن ما يمكن اعتقاده من الصورة النوعية هو ان التيارات عند انصاف اقطار مختلفة سوف لن تكون الطور نفسه مع بعضها وعندما نتكلم عن تيار متناوب في موصل نقصد به تكامل كثافة التيار على مساحة المقطع آخذين بنظر الاعتبار الازاحة بالطور في انصاف الاقطار المختلفة .

عندما يكون التردد عالٍ بمقدار كافٍ فان الاجزاء المركزية للموصل سوف لن تحمل قدراً من التيار يمكن قياسه بسبب ان الحد $d\phi/dt$ وحده يكون كافياً لتحقيق المعادلة (3.3) لتلك المسارات ، عندما يكون التيار غير موزع بانتظام في المقطع العرضي للموصل فان حرارة السلك تزداد مما يسبب مقاومة فعالة اعلى . ان مقاومة التردد العالي للموصل يمكن ان تكون عدة مرات اكثر من مقاومة التيار المستمر ومع ازدياد المقاومة للتيار المتناوب سيكون هنالك نقصاً في ذلك الجزء من المحاثة المتسببة من الفيض الداخلي لان هذا الفيض يضمحل كلما تحرك التيار بعيداً عن مركز السلك .

للموصلات غير المغناطيسية المفصولة عن بعضها بعدة أنصاف اقطار فان أكثرية المحاثة متسببة من الفيض الذي هو خارجي بالنسبة الى هذه الموصلات وتُمثل هذه الخطوط فان النقصان في المحاثة ليس بالكثير . في الجزء (3.4) بينا أنه يمكن حساب مقاومة التردد العالي لموصل بطريقة بسيطة جداً بشرط أن يكون الفيض المغناطيسي منتظماً حول السطح الخارجي . تصور بأن الموصل الفعلي استبدل بموصل خيالي مجوف له الشكل السطحي نفسه له سمك يساوي عمق الاختراق الاسمي . اذاً فالمقاومة للتيار المستمر لهذا الموصل الخيالي هي بالضبط تساوي مقاومة السلك الحقيقية للتردد العالي .

في ترددات اوطأ عندما يكون اختراق التيار عميقاً في الموصل يجب استعمال تحليلات أكثر دقة كما في التحليلات لموصل اسطواني في الجزئين 3 5 و 3.6 ، ان نتائج مقاومة التيار المتناوب والمحاثة المتسببة من الفيض الداخلي قد مثلت بالرسوم في الشكلين 3.10 و 3.11 .

ان مركز الموصل الصلب في الترددات العالية قليل الفائدة ماعدا للدعم الميكانيكي وتستعمل الموصلات المجوفة عادة بسبب صلابتها العالية (Rigidity) ومحيطها الاوسع لكمية معينة من المادة .

يمكن جعل التيار يسري خلال الجزء الأعظم من مساحة مقطع الموصل بواسطة صنع السلك من جذائل (Strands) منسوجة مع بعضها حتى تحتل كل جذيلة على التعاقب مواقع عند أنصاف اقطار مختلفة .

تدعى موصلات كهذه لتزيندراهت (Litzendraht) او سلك لتز (Litz Wire) وهذه الاسلاك تستعمل ربما الى حدود 1 او 2 ميكاهرتز اي عندما يصبح عمق الاختراق مساوٍ تقريباً لنصف قطر الجذيلة المنفردة . وتستعمل عادةً الموصلات الصلبة والمجوفة خارج هذا المدى .

3.2 التأثير السطحي في موصل مسطح[1] :

Skin Effect in a Plane Conductor.

سوف نحلل اولاً حالة محددة من التأثير السطحي عندما يكون عمق الاختراق الفعلي في الموصل اصغر بكثير من وحدات مساحة مقطع الموصل ، هذه هي الحالة في الترددات الراديوية . في الجزء الآتي سوف نعطي تحليلات اكثر عمومية لموصلات دائرية المقطع ومتناظرة لكافة الترددات عندما يكون عمق الاختراق صغير جداً بالمقارنة مع نصف قطر انحناء السطح ، نستطيع ان نتصور ان ذلك السطح مسطح تماماً في منطقة صغيرة كما مبين في الشكل 3.3 . كذلك اذا كان سمك الموصل عدة مرات اكبر من عمق الاختراق فيمكن ان نفترض ان الموصل غير نهائي في العمق دون ارتكاب خطأ ملحوظ .

سوف نعبر عن كل الكميات في نظام الوحدات المنطقية[2] (متر . كيلوغرام . ثانية وسنستعمل مجموعة المصطلحات(Nomen-clature) الآتية :

ε = كثافة المجال الكهربائي وحدتها هي فـولت لكل متر .

ϕ = الفيض المغناطيسي وحدته هو الويبر (الويبر = 10^8 ماكسويل) .

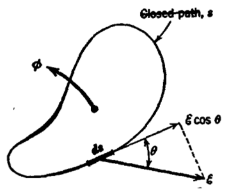
(1) الاجزاء من 3.2 الى 3.6 التي تشرح نظرية التأثير السطحي باسهاب نوعاً ما ممكن اهمالها بدون التأثير على استمرار الموضوع مع ملاحظة النتائج المبينة في الشكلين 3.10 و 3.11.

(2) يمكن الرجوع الى شرح نظام م . ك . ث للوحدات في عدة كتب بضمنها :

A. B. Bronwell and R. E. Beam, «Theory and Application of Microwaves,» PP. 459- 461, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947, and MIT Staff, «Elec- tric Circuits, » Appendix C, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1940.

B = كثافة الفيض المغناطيسي وحدتها هي ويبر لكل متر مربع .
H = شدة المجال المغناطيسي وحدتها هي امبير ـ لفة لكل متر (امبير ـ لفة لكل متر)
J = كثافة التيار وحدتها هي امبير لكل متر مربع .
μ = الانفاذية المغناطيسية (القيمة للفراغ المطلق في نظام الوحدات متر كيلوغرام . ثانية (م . ك . ث) هي $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر) .
ρ = المقاومية وحدتها اوم ـ متر .
z = المسافة من سطح الموصل مقاسة بصورة عمودية الى داخل الموصل وحدتها هي المتر .

لهذه التحليلات يستعمل قانونان اساسيان الاول قانون الحث لفراداي والذي ينص على ان القوة الدافعة الكهربائية حول مسار مغلق تساوي $d\phi/dt$ ، حيث ان ϕ هو الفيض المغناطيسي الوصلي للمسار ويمكن التعبير عن القوة الدافعة الكهربائية المحتثة بتكامل مركبة المماس لشدة المجال الكهربائي حول المسار . ان مركبة المجال الكهربائي باتجاه هذا المسار هي $\varepsilon \cos\theta$. حيث ان θ هي الزاوية بين اتجاهي ε و s (كما في الشكل 3.2)



شكل 3.2 يوضح تكاملية المعادلة (3.4)

وهكذا فان القوة الدافعة الكهربائية هي :

$$\text{emf} = \oint \varepsilon \cos\theta \, ds = -\frac{d\phi}{dt} \qquad (3.4)$$

حيث ان ϕ هي الفيض المغناطيسي الوصلي للمسار وتبيّن الدائرة على اشارة التكامل ان التكامل يؤخذ حول المسار المغلق . القانون الثاني المراد هو ان القوة الدافعة المغناطيسية (mmf) حول اي مسار مغلق مساوية عددياً الى التيار الوصلي لذلك المسار (ان العامل 4π غير موجود في هذه المعادلة في نظام

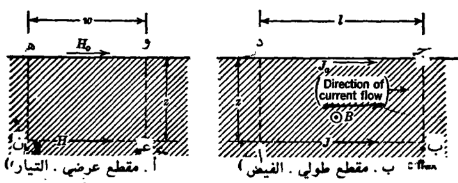
الوحدات الذي نستعمله) . ان القوة الدافعة المغناطيسية يمكن كتابتها كتكامل لمركبة المماس لشدة المجال المغناطيسي حول المسار ، وهكذا :

$$\text{mmf} = \oint H \cos\theta \, ds = I$$

حيث ان θ الان هي الزاوية بين اتجاهي H و s .[1]

في المعادلتين (3.4) و (3.5) اتجاه التكامل حول المسار والاتجاه الموجب للفيض والتيار على التعاقب يجب ان يكونا حسب قاعدة اليد اليمنى كذلك يوجد علاقتان سوف تكونان ضرورتين في تحليلاتنا :

الاولى هي العلاقة المعتادة التي تخص كثافة الفيض المغناطيسي بشدة الفيض المغناطيسي $B = \mu H$ والثانية هي قانون اوم التي تعبر عن كثافة التيار J وشدة المجال الكهربائي $\mathcal{E}$ اي $\mathcal{E} = J\rho$ حيث ان ρ هي مقاومية الموصل .



. خارج عمودياً على الورقة . conductor b داخل عمودياً على الورقة .

شكل 3.3 موصل صلب محاط بسطح مستوٍ

بالرجوع الى الشكل 3.3 وباعتبار ان الحجم بعرض مقداره w وطول مقداره l محاط من الاعلى بسطح الموصل ومن الاسفل بمستوٍ على عمق z.

اولاً سوف نكتب المعادلة (3.4) حول المسار أ ب جـ د أ ، ان شدة المجال الكهربائي على طول الخط أ ب وباستعمال قانون اوم هي $J\rho$ في حين على طول الخط جـ د على السطح تساوي $J_0\rho$. ان المجال الكهربائي له اتجاه التيار نفسه ومن ثم فليس هنالك مركبة على طول الخطين ب جـ و د أ . ولهذا فان التكامل في المعادلة (3.4) يصبح $J\rho l - J_0\rho l$. يمكن ايجاد الفيض المغناطيسي الكلي

(1) القاريء الذي درس تحليل المتجهات بقدر ان يتعرف على ان تكامليات المعادلتين (3.4) و (3.5) تكونان حاصل الضرب غير الاتجاهي (Scalar Product) $\mathcal{E}\cdot ds$ و $H\cdot ds$ بالتعاقب ، وكذلك سوف يجد الطالب انه باستعمال المعادلة (3.5) سوف نهمل تيار الازاحة ، وهذا ممكن في المعادن حتى في الترددات المتناهية الصغر بسبب ان الموصلية العالية تجعل تيار التوصيل اكبر بكثير من تيار الازاحة .

الوصلي في المسار أ ب جـ د أ بتكامل كثافة الفيض المغناطيسي على المساحة :

$$\phi = l \int_0^z B\, dz$$

وعليه تصبح المعادلة (3.4) حول المسار أ ب جـ د كالآتي :

$$J\rho - J_0\rho = -\frac{d}{dt}\int_0^z B\, dz \quad (3.6)$$

اذا مارغبنا في اعتبار كميات متغيرة جيبياً فقط فيمكن استعمال الرمز المركب في الجزء 2.1 وكتابة :

$$\left.\begin{aligned} J &= J_m\epsilon^{j\omega t} \\ J_0 &= J_{m0}\epsilon^{j\omega t} \\ B &= B_m\epsilon^{j\omega t} \end{aligned}\right\} \quad (3.7)$$

بتعويض هذه العلاقات في المعادلة (3.6) وبأخذ مشتقة الزمن المبينة وباختصار الكمية $\epsilon^{j\omega t}$ نحصل على :

$$J_m\rho - J_{m0}\rho = -j\omega \int_0^z B_m\, dz \quad (3.8)$$

يمكن ازالة اشارة التكامل بأخذ المشتق لهذه المعادلة بالنسبة الى z وبما ان J_{m0} هي كمية ثابتة . يمكن الحصول على :

$$\rho\frac{dJ_m}{dz} = -j\omega B_m \quad (3.9)$$

وبما ان $B_m = \mu H_m$ فهذا مكافيء الى :

$$\rho\frac{dJ_m}{dz} = -j\omega\mu H_m \quad (3.10)$$

المعادلة (3.10) تحتوي على متغيرين مستقلين هما J_m و H_m ، ولهذا نحتاج الى معادلة اخرى ، هذه المعادلة يمكن الحصول عليها من قانون القوة الدافعة المغناطيسية (3.5) . بتأمل المسار هـ و ز ع هـ في الشكل (3.3) فان التكامل في المعادلة (3.5) يصبح :

$$H_0w - Hw$$

ويمكن كتابة الطرف اليمين كالآتي :

$$w\int_0^z J\, dz$$

اذن يكون لدينا :

$$H_0 - H = \int_0^z J\, dz$$

بافتراض ان التغير جيبي وباستعمال العلاقات $H = H_m\epsilon^{j\omega t}$ و $J = J_m\epsilon^{j\omega t}$ تصبح هذه كالآتي :

$$H_{m0} - H_m = \int_0 J_m\, dz \quad (3.11)$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة الى z نحصل على :

$$-\frac{dH_m}{dz} = J_m \quad (3.12)$$

لازالة H_m بين المعادلتين (3.10) و (3.12) ، خذ مشتقة المعادلة (3.10)

بالنسبة الى z وثم عوض J_m هو مبين بالمعادلة (3.12) في محل $-dH_m/dz$.
هذا يعطينا المعادلة التفاضلية التي تبيّن تغير كثافة التيار مع العمق :

$$\frac{d^2J_m}{dz^2} = \frac{j\omega\mu}{\rho} J_m \qquad (3.13)$$

ان حل هذه المعادلة التفاضلية يجب ان يكون دالة عندما تشتق مرتين ينتج عنها الدالة الاصلية مضروبة بـ $j\omega\mu/\rho$. هكذا هي الحالة مع الدالة $C_1\epsilon^{-z\sqrt{j\omega\mu/\rho}}$ او الدالة $C_2\epsilon^{z\sqrt{j\omega\mu/\rho}}$ او مجموع هاتين الدالتين ، لكن الدالة الثانية تزداد قيمتها بازدياد z ونعرف ان هذا غير ممكن فيزياوياً في المسألة الحالية ولهذا فان الحل المناسب يجب ان يكون :

$$J_m = C_1\epsilon^{-z\sqrt{j\omega\mu/\rho}}$$

يمكن التعبير عن الكمية الثابتة C_1 بدلالة كثافة التيار على السطح (سطح الموصل) وذلك باستبدال $J = J_{m0}$ عند $z = 0$ ناتجاً $C_1 = J_{m0}$ ، وعليه عند اي عمق z يكون لدينا :

$$J_m = J_{m0}\epsilon^{-z\sqrt{j\omega\mu/\rho}}$$
$$= J_{m0}\epsilon^{-z(1+j)\sqrt{\omega\mu/2\rho}}$$

وبصورة عامة يمكن التعبير عنها بـ :

$$J_m = J_{m0}\epsilon^{-z/\delta}\epsilon^{-jz/\delta} \qquad (3.14)$$

حيث ان δ تسمى عمق الاختراق الاسمي او التأثير السطحي الاسمي كما مبين في العلاقة الآتية :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi f\mu}} \qquad (3.15)$$

ويمكن الحصول على معادلة لكثافة التيار الآنية بالطريقة المبينة في الجزء 2.1 . المعادلة (3.14) تعطي موقع المتجه الدوار (Rotating Vector) في زمن مقداره $t = 0$. يمكن الحصول على قيمة آنية باسقاط (Projecting) المتجه على الاحداثي الافقي بضرب المعادلة (3.14) بـ $\epsilon^{j\omega t}$ واخذ الجزء الحقيقي نحصل على :

$$J = J_{m0}\epsilon^{-z/\delta}\cos(\omega t - z/\delta) \qquad (3.16)$$

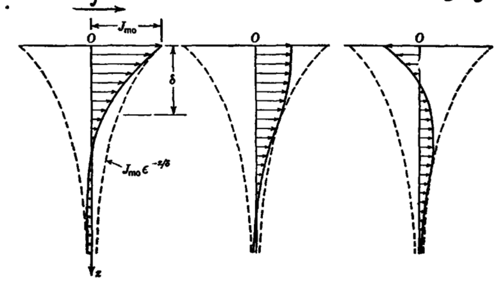
هذه العلاقة هي مشابهة بالشكل الى العلاقة التي حصلنا عليها من موجة تنتقل على خط نقل منتظم وبدون انعكاس (قارن مع المعادلة 2.36) .

ان التفسير الفيزياوي لهذا هو ان الموجة الموجودة على سطح الموصل التي تنتقل عمودياً الى داخل الموصل تتوهن بصورة سريعة كلما انتقلت . ان الموجة تتلاشى الى $1/\epsilon$ من قيمتها على السطح بمسافة تساوي عمق الاختراق الاسمي δ . ليس للتيار عمق محدد في الموصل ولكن التعاريف السابقة لـ δ توفر قياساً ملائماً للسمك النسبي .

على عمق مقداره 5δ تكون كثافة التيار هي ϵ^{-5} او 0.0067 من قيمته على سطح الموصل ولموصل سمكه اكبر فان يتصرف كما لو كان له عمق محدد .

لموجة متنقلة تكون قيمة كل من ثابت التوهين وثابت الطور مساوية بالتعاقب لـ $1/\delta$، وهكذا فان طول الموجة يزاح درجة واحدة نصف قطرية كلما قل اتساع الموجة بمقدار $1/\epsilon = 0.368$ وان طول الموجة هو $2\pi/\beta = 2\pi\delta$ وسرعة الطور للموجة هو $\omega/\beta = 2\pi\delta f$. يبيّن الشكل (3.4) رسماً تخطيطاً لموجة تيار متنقلة وبسبب التوهين العالي فان شكل الموجة يتشوه كثيراً .

ان مقدار عمق الاختراق مهم بصورة خاصة ، للنحاس $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر وان $\rho = 1.74 \times 10^{-8}$ اوم متر . ثم وباستعمال المعادلة (3.15) نحصل على :



شكل 3.4 يبين موجة متنقلة الى اسفل جسم معدني صلب في ثلاث لحظات متعاقبة من الزمن .

$$\delta = \sqrt{\frac{1.74 \times 10^{-8}}{\pi f \times 4\pi \times 10^{-7}}} = \frac{0.0664}{\sqrt{f}}$$

وحدة δ هنا هي المتر .

$$= \frac{6.64}{\sqrt{f}}$$

وحدة δ هنا هي السنتمتر .

وهكذا ففي تردد مقداره 60 هرتز لكل ثانية فان عمق الاختراق الاسمي في النحاس هو 0.857 سنتمتر او حوالي 0.34 انجاً وفي تردد مقداره 10 كيلو هرتز لكل ثانية عمق الاختراق الاسمي هو 0.066 سنتمتر وفي 10 ميكا هرتز لكل ثانية

يساوي حوالي 0.0021 سنتمتراً ، في الترددات الراديوية عمق الاختراق الاسمي هو في الحقيقة صغير جداً . يمكن الحصول على معادلة للتيار الكلي الذي يسري في موصل بتكامل كثافة التيار بالنسبة الى العمق . فلو كان العرض w فان التيار الكلي :

$$I_m = w \int_0^\infty J_m \, dz \qquad \text{amp}$$

وحدته هي الامبير وبالتعويض في المعادلة (3.14) وبالتكامل نحصل على :

$$I_m = \frac{w\delta}{1+j} J_{m0} = \frac{w\delta}{\sqrt{2}} J_{m0} \angle -45^\circ \qquad (3.17)$$

وهكذا تكون محصلة التيار المتناوب الذي يسري خلال مساحة مقطع موصل بعرض مقداره w لها ذروة قيمتها $w\delta J_{m0}/\sqrt{2}$ ومتخلفة عن كثافة التيار في السطح بمقدار 45° . ان محصلة التيار هذه هي التي نشير اليها في معادلات خطوط النقل .

ان معادلة شدة المجال المغناطيسي H في الموصل يمكن ايجادها بتعويض المعادلة (3.14) في المعادلة (3.10) وبأخذ المشتقة بالنسبة الى z ينتج ما يأتي :

$$H_m = \frac{\rho J_{m0}}{\mu\omega\delta} \frac{1+j}{j} \epsilon^{-(1+j)z/\delta}$$

باستعمال المعادلة (3.15) لـ δ يمكن ان نكتب :

$$H_m = \frac{\delta}{2} J_{m0}(1-j)\epsilon^{-(1+j)z/\delta} \qquad (3.18)$$

تبيّن المقارنة مع المعادلة (3.14) انه في كل نقطة يرتبط شدة المجال المغناطيسي بكثافة التيار بالعلاقة الآتية :

$$H_m = \frac{\delta}{2} J_m(1-j) = \frac{\delta}{\sqrt{2}} J_m \angle -45^\circ \qquad (3.19)$$

اذن تتناسب شدة المجال المغناطيسي في اية نقطة مع القيمة العددية لكثافة التيار في تلك النقطة ولكن تتخلف عنها بزاوية مقدارها 45 درجة او ثمن دورة كذلك بالمقارنة مع المعادلة (3.17) تبين ان محصلة تكامل التيار لكل وحدة عرض هي تساوي عددياً شدة المجال المغناطيسي على السطح ، او لعرض مقداره w فان :

$$I_m = wH_{m0} \qquad (3.20)$$

يمكن برهان المعادلة (3.20) مباشرة من قانون القوة الدافعة المغناطيسية (3.5)

3.3 الممانعة الداخلية (Internal Impedance)

يبين الشكل 3.5 جزءاً صغيراً من خط نقل ، نحن نرغب في تثبيت الاسس لايجاد المحاثة والمقاومة لخط لاستعمالها في المعادلات الاساسية لخط .

خذ المسار أ ب حـ أ في الشكل 3.5 حيث ان أ ب هو المسار الطولي خلال موصل واحد و حـ د المسار المستعرض خلال الموصل الثاني . حول هذا المسار يمكن كتابة قانون القوة الدافعة الكهربائية كما في المعادلة (3.4) ومن هذه المعادلة يمكن فصل فولتية المحاثة وفولتية المقاومة .

يمكن كتابة المعادلة بصورة اسهل اذا كان الخطان أ ب و جـ د هما على سطحي الموصلين حيث انه في هذه الحالة يوصل المسار فقط بالفيض الذي يكون خارجياً بالنسبة الى الموصلين وحول هذا المسار يمكن كتابة :

$$J_1\rho_1\,\Delta x + (E + \Delta E) + J_2\rho_2\,\Delta x - E = -\frac{d\phi_{ext}}{dt}$$

حيث ان ϕ_{ext} هو الفيض الخارجي للموصلين ، ويمكن كتابة هذه المعادلة بالصورة التالية :

$$-\Delta E = \frac{d\phi_{ext}}{dt} + (\rho_1 J_1 + \rho_2 J_2)\Delta x \qquad (3.21)$$

الكمية ΔE --تمثل النقصان في فولتية خط الى خط في المسافة Δx ، قسم من هذا الهبوط هو نتيجة للفولتية $d\phi_{ext}/dt$ المستحثة من الفيض الخارجي للموصلين ، والباقي متسبب من الموصلين نفسيهما ويمكن القول بانه هبوط في الممانعة الداخلية .

ان هبوط الممانعة الداخلية لوحدة الطول لكل من الموصلين يساوي حاصل ضرب $J\rho$ عند سطح الموصل ووفق قانون اوم يساوي هذا شدة المجال الكهربائي الطولي ε وحدته هي الفولت لكل متر على سطح الموصل .

بتقسيم الهبوط بالفولت لكل متر على التيار الكلي المحمول في السلك نحصل على الممانعة الداخلية وهكذا باستعمال القيم القصوى :—

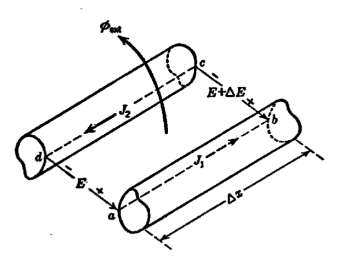
$$Z_{int} = \frac{\varepsilon_{ms}}{I_m} = \frac{J_{ms}\rho}{I_m} \qquad (3.22)$$

وحدتها هي اوم لكل متر طول .

حيث ان I_m هو التيار الكلي المحمول في الموصل و J_{ms} هو كثافة التيار على سطح الموصل .

وحيث ان كثافة التيار على السطح ليست بالطور نفسه مع التيار الكلي فان النسبة ستكون مركبة . القسم الحقيقي للمعادلة (3.22) سيعرف بالمقاومة الفعالة للموصل والقسم الخيالي سيعرف بالمفاعلة الداخلية وكلتا القيمتين لكل وحدة طول ، في هذه الحالة يجب التفكير في الفيض على انه اكبر من ϕ_{ext} وان كثافة التيارين J_1 و J_2 في هذا العمق تكونان اقل ، وان الزيادة في احداهما تتعادل بالضبط بالنقصان في الاخرى كما مبين في شرح الجزء 3.1 .

سوف تشتق معادلات المحاثة المتسببة من الفيض الخارجي لهيئات عامة من خطوط النقل في اجزاء لاحقة .



شكل 3.5 مقطع من خط ذي موصلين .

3.4 . الممانعة الداخلية لموصل مسطح

(The Internal Impedance of a Plane Conductor.)

لايجاد الممانعة الداخلية لموصل مسطح نعوض المعادلة (3.17) في المعادلة (3.22)ولسمك قيمته w' نحصل على :

$$Z_{int} = \frac{\rho}{w\delta}(1 + j) \tag{3.23}$$

وحدتها هي اوم لكل متر طول .

وان الجزء الحقيقي لهذه هو المقاومة الفعالة :

$$R = \frac{\rho}{w\delta} \tag{3.24}$$

وحدتها هي اوم لكل متر طول .

الجزء الخيالي هو المفاعلة الخيالية ، وبالتقسيم على ω نحصل على المحاثة الداخلية وهي :

$$L_i = \frac{\rho}{\omega w\delta} \tag{3.25}$$

وحدتها هي هنري لكل متر طول .

ليس من الصعب اثبات ان المقاومة الفعالة كما هي معرفة اعلاه عندما تضرب بمربع التيار الفعال نحصل على النتيجة الصحيحة لمعدل القدرة المبددة في الموصل .

من المفيد ملاحظة ان المقاومة الفعالة لكل وحدة طول كما معطاة بالمعادلة (3.24) مساوية لتيار مستمر للوح (slab) مستطيل له سمك قيمته w وعمق قيمته δ . ان هذا يوفر طريقة بسيطة يمكن تذكرها لحساب مقاومة التردد العالي لموصل في الحالات البسيطة ولكي تكون تحليلاتنا صحيحة فان عمق الاختراق الاسمي يجب ان يكون اصغر من ابعاد مساحة مقطع الموصل واذا كانت كثافة الفيض السطحي منتظمة فان التيار حسب المعادلة (3.20) يكون موزعاً بصورة منتظمة على سطح الموصل وبهذه الشروط فان المقاومة الفعالة للموصل تكون مساوية لمقاومة التيار المستمر لموصل مجوف خيالي له الشكل السطحي نفسه ولكن له سمك مساوٍ الى عمق الاختراق الاسمي . ان هذه الطريقة البسيطة لاتنطبق عندما يكون شكل الموصل مختلفاً بسبب عدم انتظام كثافة الفيض المغناطيسي على السطح ، لان التيار يكون حينئذٍ موزعاً بصورة غير منتظمة وهذا يزيد من الفقد .

مثال :

جد مقاومة للتردد العالي والمحاثة الداخلية لموصل اسطواني نصف قطره يساوي a ، افرض ان المجال المغناطيسي منتظم حول السطح وان $a \gg \delta$

يمكن ان يمثل هذا موصلاً وسطياً لخط محوري او واحد من الاسلاك لخط ذي سلكين عندما تكون المسافة بين السلكين اكبر من نصف قطر السلك بكثير .

باستعمال المعادلة (3.24) وجعل w يساوي محيط السلك يكون عندنا :

$$R = \frac{\rho}{2\pi a\delta} = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\rho f\mu}{\pi}} \tag{3.26}$$

وحدتها اوم لكل متر طول .

حيث ان a هي نصف القطر بالامتار و ρ وحدتها اوم ـ متر و μ وحدتها هنري لكل متر . وبافتراضاتنا السابقة للتأثير السطحي فان مقاومة السلك تزداد بازدياد الجذر التربيعي للتردد .

فلو افترضنا ان سلكاً نحاسياً غير مطلي بالقصدير او الفضة وبأخذ قيمة $\rho = 1.74 \times 10^{-8}$ اوم ـ متر و $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر نحصل على :

$$R = 4.17 \times 10^{-8}\frac{\sqrt{f}}{a} \tag{3.27a}$$

اوم لكل متر

اذا قيست قيمة .a بالامتار فان :

$$R = 4.17 \times 10^{-8} \frac{\sqrt{f}}{a} \qquad (3.27b)$$

اوم لكل متر .

حيث ان وحدة .a هي السنتمترات .

يمكن الحصول على المحاثة الداخلية للموصل من المعادلة (3.25) باستعمال $w = 2\pi a$. ومن ثم فان :

$$L_i = \frac{\rho}{2\pi a \omega \delta} = \frac{1}{4\pi a} \sqrt{\frac{\rho \mu}{\pi f}} \qquad (3.28)$$

هنري لكل متر طول .

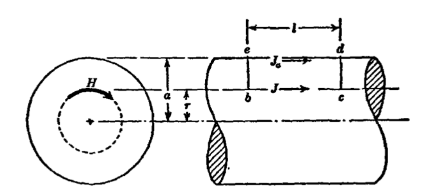
يمكن ملاحظة ان المحاثة الداخلية تقل بـ $1/\sqrt{f}$ عندما يكون التأثير السطحي واضح المعالم . يجب التأكيد مرة اخرى على ان الطرق السابقة لاتنطبق عندما يكون عمق الاختراق الاسمي مقارن مع احداثيات مساحة المقطع للموصل .

ان التحليلات الاكثر عموماً لموصل اسطواني في اي تردد معطاة في الفقرة اللاحقة .

3.5 . التأثير السطحي في موصل اسطواني

(Skin Effect in a Cylindrical Conductor)

ان التحليلات لهذه الحالة تبدأ بالطريقة نفسها للموصل المسطح ، نفترض وجود تناظر اسطوانياً كما في القابلو المحوري ولكن لخط ذي سلكين سنفرض بأن الموصل المرجع (Return Conductor) هو على مسافة عدة انصاف اقطار بعيداً عن الموصل الآخر حتى يكون المجالان الكهربائي والمغناطيسي منتظمان تقريباً حول الموصلين .



شكل 3.6 موصل اسطواني صلب .

الشكل 3.6 يبين جزءاً من موصل اسطواني . باستعمال قانون القوة الدافعة الكهربائية (المعادلة 3.4) على المسار ب جـ د هـ ب يكون عندنا :

$$J\rho l - J_a \rho l = -\frac{d\phi}{dt}$$

حيث ان ϕ هي الفيض الواصل في المسار ويعطى بالعلاقة الآتية :

$$\phi = l \int_r^a B\, dr$$

اذن يكون عندنا :

$$J\rho - J_a\rho = -\frac{d}{dt}\int_r^a B\, dr$$

وبفرض ان التغيرات جيبية مع الزمن وباستعمال العلاقات : $B = B_m\epsilon^{j\omega t}$, $J = J_m\epsilon^{j\omega t}$

$$J_m\rho - J_{ma}\rho = -j\omega \int_r^a B_m\, dr$$

بأخذ المشتقة لهذه المعادلة لازالة التكامل وملاحظة ان المتغير r هو الحد الادنى وان ذلك يؤدي الى عكس الاشارة ومن ثم نحصل على :

$$\rho\frac{dJ_m}{dr} = j\omega B_m$$

باستعمال μH B نحصل على :

$$\rho\frac{dJ_m}{dr} = j\omega\mu H_m \qquad (3\text{-}29)$$

المعادلة المهمة الثانية نحصل عليها من قانون القوة الدافعة المغناطيسية (معادلة 3-5) ، بكتابة هذه المعادلة حول المسار الدائري عند نصف قطر مقداره r، ووضع mmf مساوية للتيار المحصور يكون عندنا :

$$2\pi r H = \int_0^r J 2\pi r\, dr$$

باستعمال $H = H_m\epsilon^{j\omega t}$ و $J = J_m\epsilon^{j\omega t}$ نحصل على :

$$2\pi r H_m = \int_0^r J_m 2\pi r\, dr$$

بأخذ المشتقة بالنسبة الى r يصبح :

$$\frac{dH_m}{dr} + \frac{1}{r}H_m = J_m \qquad (3.30)$$

لازالة H_m نحل المعادلة (3-29) لـ H_m ونعوض في المعادلة (3-30) ، ينتج من ذلك التفاضلية لكثافة التيار J_m :

$$\frac{d^2J_m}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dJ_m}{dr} = \frac{j\omega\mu}{\rho}J_m \qquad (3.31)$$

المعادلة (3-31) تختلف عن المعادلة (3-13) لحالة الموصل المسطح بالحد الجديد $(1/r)dJ_m/dr$ وبسبب وجود المعامل المتغير $1/r$ فأن الحل هو ليس لدوال

ابتدائية ، المعادلة (3.31) نوع خاص من معادلة بسل التفاضلية حيث انها تكتب عادة بهذا الشكل :

$$\frac{d^2y}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dy}{dr} + k^2 y = 0 \qquad (3.32)$$

هذه المعادلة لها حلان مستقلان معروفان بدوال بسل من النوع الاول والنوع الثاني(١). النوع الثاني يقترب من مقدار غير متناهٍ كلما اقتربت r من الصفر ومن ثم هي ليست حل لمشكلتنا وليست بالاهمية هنا . قيمة k في المعادلة (3.32) هي حقيقية في اكثر الحالات الابتدائية . المشكلة الحالية تحتوي على قيمة مركبة لـ k حيث ان $k^2 = -j\omega\mu/\rho$.

بامكاننا الحصول على الحل المرغوب فيه بكتابة المعادلة بصورة متسلسلة غير نهائية (Infinite Series) وايجاد المعاملات بتعويض المتسلسلة في المعادلة التفاضلية . وهكذا نفترض حلاً بهذا الشكل :

$$y = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 + \cdots + a_n r^n + \cdots \qquad (3.33)$$

بأخذ المشتقة الاولى والثانية والتعويض في المعادلة (3.32) نحصل على :

$$\begin{aligned} 2a_2 + 3\cdot 2a_3 r + 4\cdot 3a_4 r^2 + \cdots + n(n-1)a_n r^{n-2} + \cdots \\ + a_1 r^{-1} + 2a_2 + 3a_3 r + \cdots + na_n r^{n-2} + \cdots \\ = -k^2(a_0 + a_1 r + a_2 r^2 + \cdots + a_{n-2} r^{n-2} + \cdots) \end{aligned}$$

وهذه هي متطابقة ويجب ان تكون صحيحة لكل قيم r ولكي يكون هذا صحيحاً فان كل اس لـ r يجب ان يكون له المعامل نفسه على طرفي المعادلة .

بمساواة المعادلات للاسس المتشابهة لـ r ، اولاً لـ r^{-1} ثم r^0 (الحدود الثابتة) ثم لـ r نحصل على مجموعة من العلاقات :

$$\begin{aligned} a_1 &= 0 \\ 2a_2 + 2a_2 &= -k^2 a_0 \\ 3\cdot 2a_3 + 3a_3 &= -k^2 a_1 \\ &\cdots\cdots \\ n(n-1)a_n + na_n &= -k^2 a_{n-2} \end{aligned}$$

نلاحظ اولاً ان المعاملات الفردية كلها لها علاقة بـ a_1 وتساوي صفراً ولهذا فان كل المعاملات الفردية يجب ان تكون صفراً ، المعاملات الزوجية لها علاقة بـ a_0 :

---

(١) المعادلة (3.32) هي معادلة بسل يسمى حلها بالترتيب صفر ، معادلة بسل التي حلولها من الترتيب هي :
في مشكلتنا الحاضرة عندنا 0 = . لشرح اكثر عموماً لدوال بسل راجع :
N. W. Mclachlan, «Bessel Functions for Engineers, « oxford University Press, New York, 1934.

$$a_2 = -\frac{k^2}{2^2} a_0$$

$$a_4 = -\frac{k^2}{2^4} a_2 = \frac{k^4}{2^2 4^2} a_0$$

وهلم جرا . وبصورة شاملة فان الصيغة المعاودة(Recursion Formula) يمكن ان تستعمل لايجاد اي a_n من سابقتها a_{n-2} :

$$a_n = -\frac{k^2}{n^2} a_{n-2} \tag{3.34}$$

يمكن كتابة حل المتوالية غير المتناهية بالشكل الآتي :

$$y = a_0 \left[1 - \frac{(kr)^2}{2^2} + \frac{(kr)^4}{2^2 \cdot 4^2} - \frac{(kr)^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \cdots \right] \tag{3.35}$$

في المعادلة (3.35) المحصوزة بين قوسين هي متسلسلة تقاربية (Convergent) لكل القيم المحدودة لـ kr فيما اذا كانت حقيقية او خيالية . عندما تكون حقيقية فان المتسلسلة تعرف بدالة بسل من النوع الاول والرتبة صفر ويرمز لها بـ J_0 وقيمها مجدولة في كثير من المراجع . ان رسمها يشابه دالة جيبتمامية متضائلة(Damped Cosine Function)،. على كلٍ في مشكلتنا الحاضرة يكون عندنا :

$$k^2 = -\frac{j\omega\mu}{\rho}$$

ومن الفقرات السابقة نتذكر ان عمق الاختراق الاسمي هو :

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}}$$

ونستطيع كتابة k^2 هكذا :

$$k^2 = -j\frac{2}{\delta^2}$$

ان الحل لكثافة التيار بدلالة نصف القطر يمكن كتابته من المعادلة (3.35) كما يلي :

$$J_m = a_0 \left[1 + j\frac{(\sqrt{2}r/\delta)^2}{2^2} - \frac{(\sqrt{2}r/\delta)^4}{2^2 \cdot 4^2} - j\frac{(\sqrt{2}r/\delta)^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \cdots \right]$$

الحدود على التناوب حقيقية وخيالية وبفصلها الى متتاليتين يصبح عندنا :

$$J_m = a_0 \left\{ \left[1 - \frac{(\sqrt{2}r/\delta)^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{(\sqrt{2}r/\delta)^8}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} - \cdots \right] + j\left[\frac{(\sqrt{2}r/\delta)^2}{2^2} - \frac{(\sqrt{2}r/\delta)^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \cdots \right] \right\} \tag{3.36}$$

ان الجزئين لهذا الشكل الخاص من دالة بسل يعطيان اسماءاً خاصة وان القيم للمتسلسلات المحصورة بالاقواس مجدولة بدلالة الازاحة الزاوية (Argument) $\sqrt{2}r/\delta$. الاسماء مشتقة من الكلمات دالة بسل الحقيقية ودالة بسل الخيالية وهكذا يكون عندنا :

$$\left.\begin{aligned} \text{ber}\, u &= 1 - \frac{u^4}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{u^8}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2} - \cdots \\ \text{bei}\, u &= \frac{u^2}{2^2} - \frac{u^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \frac{u^{10}}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 8^2 \cdot 10^2} - \cdots \end{aligned}\right\} \quad (3.37)$$

الدالتان ومشتقتهما الاولى في شكل 3.7 وشكل 3.8[1].

يمكن الآن كتابة التيار بدلالة نصف القطر كالآتي :

$$J_m = a_0 \left(\text{ber} \frac{\sqrt{2}r}{\delta} + j\, \text{bei} \frac{\sqrt{2}r}{\delta} \right) \quad (3.38)$$

$$J_{ma} = a_0 \left(\text{ber} \frac{\sqrt{2}a}{\delta} + j\, \text{bei} \frac{\sqrt{2}a}{\delta} \right)$$

شكل 3.7 دالتا بسل الحقيقية (Beru) والخيالية (Beiu)

(١) يمكن ايجاد جداول معينة ومفيدة في :
H. B. Dwight, «Mathematical Tables,» PP. 214--221, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1941.

الكمية a_0 هي ثابت التكامل ويمكن ايجاد قيمتها بواسطة الشروط الحدودية (Boundary Conditions). اذا رمزنا للتيار في نصف القطر الخارجي للسلك بـ J_{ma} وعوضناه في المعادلة (3.38) نحصل على :

يمكن حل المعادلة لـ a_0 ثم كتابة الحل الشامل للمعادلة (3.38) كالآتي :

$$J_m = J_{ma} \frac{\text{ber } \sqrt{2}r/\delta + j \text{ bei } \sqrt{2}r/\delta}{\text{ber } \sqrt{2}a/\delta + j \text{ bei } \sqrt{2}a/\delta} \tag{3.39}$$

ان القيمة المطلقة للمعادلة (3.39) تعطي القيمة العددية لكثافة التيار عند نصف القطر r وزاويته تعطي طور التيار. الرسوم البيانية للقيمة العددية لكثافة التيار وتغيرها مع نصف القطر معطاة في الشكل (3.9) لقيم متعددة من a/δ لغرض المقارنة فان المنحنيات المتقطعة تبين التوزيع الاسي كما حسبت من حالة الموصل المسطح .

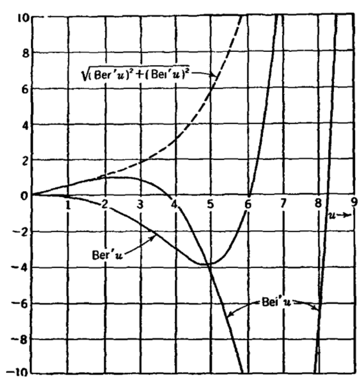
وسوف تلاحظ انه عندما يكون نصف القطر اكبر بكثير من عمق الاختراق الاسمي فان التوزيع كما حسب في حالة الموصل المسطح دقيق جداً . ان الرسم البياني لـ $a/\delta = 2$ يوافق تردد قيمته حوالي 10,500 هرتز لكل ثانية لسلك نحاسي قطره 0.102 انجاً (No. 10 AWG) والرسم لـ $a/\delta = 5$ تقريباً يوافق تردداً مقداره 66,000 هرتز لكل ثانية السلك نفسه .

3.6 الممانعة الداخلية لموصل اسطواني

The Internal Impedance of a Cylindrical Conductor

كما مبين في المعادلة (3.22) بامكاننا ايجاد الممانعة الداخلية لموصل اسطواني لكل وحدة طول وذلك بايجاد كثافة المجال الكهربائي الطولية على سطح الموصل وتقسيمها على التيار المحمول في السلك .

يمكن حساب التيار بتكامل المعادلة (3.39) على مساحة مقطع الموصل ، وعلى كل فان اسهل طريقة هي ملاحظة قانون القوة الدافعة المغناطيسية من المعادلة (3.5) . ان تكامل المجال المغناطيسي H حول محيط السلك يساوي التيار المحصور .



شكل 3-8 المشتقة الاولى لدالتي بسل الحقيقية (ber) والخيالية (bei) F

باستعمال القيم القصوى فان :

$$2\pi a H_{ma} = I_m \tag{3.40}$$

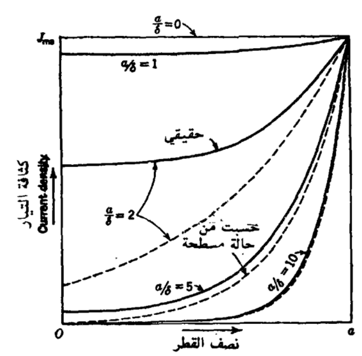
ان كثافة المجال المغناطيسي على سطح السلك من المعادلة (3.29) هي :

$$H_{ma} = \frac{\rho}{j\omega\mu}\left[\frac{dJ_m}{dr}\right]_{r=a} \tag{3.41}$$

ويمكن الحصول على المشتقة dJ_m/dr من المعادلة (3.39) . سوف نستعمل الفتحات (Primes) لنرمز لمشتقتي بسل الحقيقية وبسل الخيالية بالنسبة الى ازاحتيهما وكمثال :

$$\frac{d}{dr}\,\mathrm{ber}\,\frac{\sqrt{2}r}{\delta} = \frac{\sqrt{2}}{\delta}\frac{d}{du}\,\mathrm{ber}\,u = \frac{\sqrt{2}}{\delta}\,\mathrm{ber}'\,u$$

$$\frac{d}{dr}\,\mathrm{bei}\,\frac{\sqrt{2}r}{\delta} = \frac{\sqrt{2}}{\delta}\frac{d}{du}\,\mathrm{bei}\,u = \frac{\sqrt{2}}{\delta}\,\mathrm{bei}'\,u$$



شكل 3.9 توزيع التيار المتناوب في موصل اسطواني صلب . المنحنيات الاسية المتقطعة حسبت من الحالة المسطحة ورسمت لغرض المقارنة .

باستعمال هذا الرمز ، نعوض المعادلة (3.39) في المعادلة (3.41) ومن ثم نستعمل المعادلة (3.40) لحساب I_m ، بعد التبسيط ينتج :

$$I_m = \sqrt{2}\pi a\delta J_{ma}\left(\frac{\text{bei}' q - j \text{ ber}' q}{\text{ber } q + j \text{ bei } q}\right) \qquad (3.42)$$

حيث ان $q = \sqrt{2}a/\delta$.

الآن من المعادلة (3.22) فان الممانعة الداخلية تعطى كالاتي :

$Z_{int} = \frac{J_{ma}\rho}{I_m}$ اوم لكل متر طول

بالتعويض عن I_m من المعادلة (3.42) ينتج :ـ

$$Z_{int} = \frac{\rho}{\sqrt{2}\pi a\delta}\left(\frac{\text{ber } q + j \text{ bei } q}{\text{bei}' q - j \text{ ber } q}\right) \quad \text{اوم لكل متر} \qquad (3.43)$$

بحذف جذور هذه المعادلة لايجاد القسم الحقيقي والخيالي نحصل على المقاومة الفعالة والمحاثة الفعالة لموصل اسطواني :

$$R = \frac{\rho}{\sqrt{2}\pi a\delta}\,\frac{\text{ber } q \text{ bei}' q - \text{bei } q \text{ ber } q}{(\text{bei}' q)^2 + (\text{ber}' q)^2} \quad \text{اوم لكل متر} \qquad (3.44)$$

$$\omega L_i = \frac{\rho}{\sqrt{2}\pi a\delta}\,\frac{\text{bei } q \text{ bei}' q + \text{ber } q \text{ ber}' q}{(\text{bei}' q)^2 + (\text{ber}' q)^2} \quad \text{هنري لكل متر} \qquad (3.45)$$

من معادلات المتسلسلات التي تُعرَف دالتي بسل الحقيقية والخيالية يمكن اثبات انه كلما قرب التردد من صفر $(q \to 0)$ فان المعادلتين (3.44) و (3.45) تصبحان :

$$\left.\begin{aligned} R_0 &= \frac{\rho}{\pi a^2} \qquad \text{ohms/meter} \\ L_{i0} &= \frac{\mu}{8\pi} \qquad \text{henrys/meter} \end{aligned}\right\} \tag{3.46}$$

اوم لكل متر
هنري لكل متر

ان معادلة المقاومة $[R_0]$ اعلاه طبعاً هي التي فيما لو حسبت من الصيغة الابتدائية نفسها التي هي المقاومية . $\times \dfrac{\text{الطول}}{\text{المساحة}}$

سوف نبرهن ان الصيغة للمحاثة الداخلية للتردد الواطيء سوف تبرهن بطريقة مختلفة في الفقرة 3.8 . المعادلات السابقة اشتقت لموصل منفرد ويجب ان تضرب بـ 2 لخط ثنائي السلك .

من المناسب ايجاد نسبة قيمة المقاومة والمحاثة الداخلية لاي تردد الى قيمتهما في تردد قيمته صفر .

من المعادلات (3.44) الى (3.46) يمكن كتابة هذه النسب كالآتي :

$$\frac{R}{R_0} = \frac{q}{2} \frac{\text{ber } q \text{ bei}' q - \text{bei } q \text{ ber}' q}{(\text{bei}' q)^2 + (\text{ber}' q)^2} \tag{3.47}$$

و

$$\frac{L_i}{L_{i0}} = \frac{4}{q} \frac{\text{bei } q \text{ bei}' q + \text{ber } q \text{ ber}' q}{(\text{bei}' q)^2 + (\text{ber}' q)^2} \tag{3.48}$$

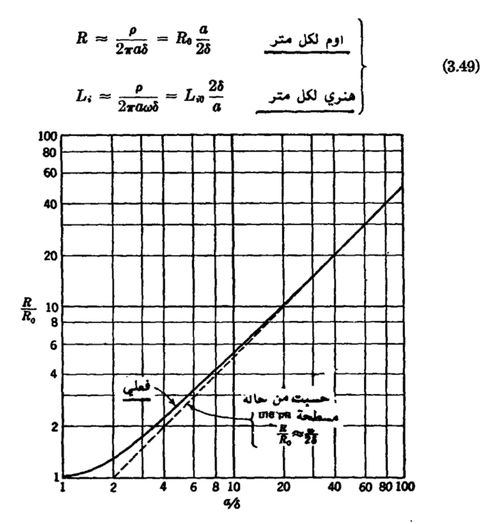
حيث ان $q = \sqrt{2}a/\delta$.

ان النسب R/R_0 و L_i/L_{i0} رسمت في المعادلتين 3.10 و 3.11 بدلالة النسبة بين نصف القطر الى عمق السطح الاسمي وهو a/δ. عندما يكون عمق الاختراق اقل بكثير من نصف قطر السلك فان المقاومة والمحاثة الداخلية تقترب من القيم التي حسبت من قواعد الحالة المسطحة (انظر المعادلات (3.26) و (3.28) .

لايجاد المحاثة لكل وحدة طول لخط نقل ذو سلكين فان المحاثة الداخلية Li يجب ان تضرب بـ 2 لاخذ السلكين بنظر الاعتبار وتضاف النتيجة الى المحاثة المتسببة من الفيض الخارجي للسلكين . ان المحاثة المتسببة خارجياً هي على

الاكثر تساوي تقريباً الجزء الرئيسي من المحاثة ، وكلما ازداد التردد فان المحاثة الداخلية تقترب من الصفر .

$$\left.\begin{aligned} R &\approx \frac{\rho}{2\pi a\delta} = R_0 \frac{a}{2\delta} && \text{اوم لكل متر} \\ L_i &\approx \frac{\rho}{2\pi a\omega\delta} = L_{i0} \frac{2\delta}{a} && \text{هنري لكل متر} \end{aligned}\right\} \quad (3.49)$$



شكل 3-10 نسبة المقاومة لموصل اسطواني ، بافتراض مجال مغناطيسي منتظم حول محيط الموصل ، $R_0 = \rho/\pi a^2$ لموصل واحد ، $\delta = \sqrt{\rho/\pi f\mu}$ متر ، حيث ان a, هو نصف قطر الموصل .

3-7 المجال حول موصل اسطواني طولي

(The Field about a Long Cylindrical Conductor)

في التحضير لاشتقاق معادلات المتسعة والمحاثة الخارجية للخط المتوازي وللخطوط المحورية سوف نراجع باختصار اشتقاق المجال المغناطيسي حول موصل اسطواني يحمل تياراً وكذلك المجال الكهربائي حول موصل مشحون .

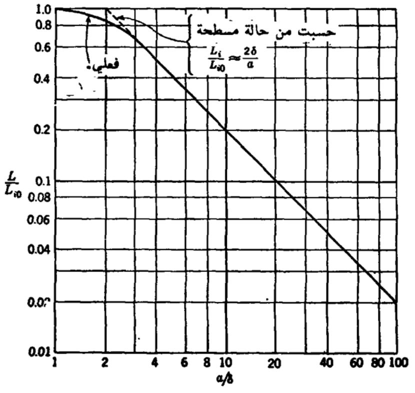
يبين شكل 3-12 موصلاً اسطوانياً معزولاً وافرض هذا الموصل طويل جداً لحد انه يمكن اهمال نهايتي الخط وان الموصل يحمل تياراً مقداره I في الاتجاه المحوري . من اعتبارات التناظر فان الفيض المغناطيسي سيكون دائرياً حول السلك ، اولاً سوف نجد الفيض خارج الموصل ، ان القوة الدافعة المغناطيسية المؤثرة حول مسار مغلق يحيط بالموصل تساوي عددياً التيار I بغض النظر عن توزع التيار على مساحة المقطع (ان العامل 4π غير موجود في نظام الوحدات المنطقية) وعليه حول دائرة نصف قطرها r يكون :

$$H = \frac{\text{mmf}}{2\pi r} = \frac{I}{2\pi r} \tag{3.50}$$

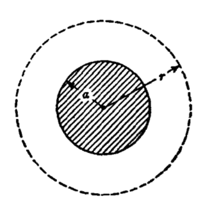
كثافة الفيض خارج السلك تكون اذن :

$$B = \mu H = \frac{\mu I}{2\pi r} \qquad \text{for } r > a \tag{3.51}$$

حيث ان a هو نصف قطر السلك و μ هي الانفاذية المطلقة للوسط العازل ، وبصورة عامة تكون الانفاذية تقريبا جداً مساوية الى القيمة في الفراغ المطلق $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$، هنري لكل متر ، بعد ذلك خذ بنظر الاعتبار الفيض داخل السلك سوف نفترض هنا ان التردد واطيء بصورة كافية كي نتمكن من اهمال التأثير السطحي وان التيار موزع بصورة منتظمة .



شكل 3-11 النسبة بين المحاثة الداخلية الفعلية والمحاثة الداخلية للتردد واطيء لموصل اسطواني $L_{i0} = \mu/8\pi$ هنري لكل متر لموصل واحد .



شكل 3.12 مقطع عرضي لموصل اسطواني .

ثم في دائرة نصف قطرها r في الموصل تكون قيمة التيار المحصور Ir^2/a^2 حول هذه الدائرة :

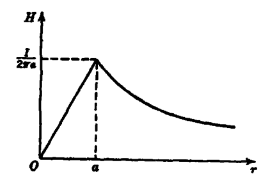
$$H = \frac{Ir^2/a^2}{2\pi r} = \frac{Ir}{2\pi a^2}$$

ثم لقيمة $a > r$ تكون :

$$B = \frac{\mu_o r}{2\pi a^2} I \qquad (3.52)$$

حيث ان μ_o هي الانفاذية المطلقة للموصل .

ان العلاقات السابقة بالطبع لاتكون صحيحة عندما يكون التأثير السطح كبيراً كلما ازداد التردد فان التيار سوف يجبر على السريان في سطح الموصل وان كثافة الفيض المغناطيسي الداخلي ستقل ، هذا التأثير على المحاثة مبين في الشكل 3.11 . يبين الشكل 3.13 مخططاً لكثافة الفيض المغناطيسي H لموصل منعزل (Isolated) يحمل تياراً . ان التغير الخطي المبين في داخل الموصل في الشكل (3.13) افترض بان التيار موزع بانتظام على نصف قطر مقطعه .



شكل 3.13 كثافة الفيض المغناطيسي حول موصل اسطواني منعزل.التغير الخطي لـ $\bar{H}$ المبين داخل الموصل يفرض ان كثافة التيار منتظمة .

في حساب المتسعة نحتاج الى صيغة للمجال الكهربائي المحيط بموصل اسطواني منعزل والذي يحمل شحنة كهربائية مقدارها q كولوم لكل متر. من اعتبارات التناظر فان الفيض الكهربائي سوف يمتد باتجاه القطر من الموصل وان الفيض الكهربائي الكلي يساوي عددياً الشحنة بالكولوم (العامل 4π هو ايضاً غير موجود في نظام الوحدات المنطقية).

اذن كثافة الفيض الكهربائيةلنصف قطر مقداره r يكون :

$$D = \frac{q}{2\pi r}$$

حيث ان q هي الشحنة بالكولوم لكل متر طول.

وهكذا فان كثافة الفيض الكهربائي تكون :

$$\varepsilon = \frac{D}{\epsilon} = \frac{q}{2\pi r \epsilon} \qquad (3.53)$$

وحدتها فولت لكل متر.

حيث ان ϵ هو ثابت العزل المطلق للعازل المحيط بالسلك.للفراغ المطلق :

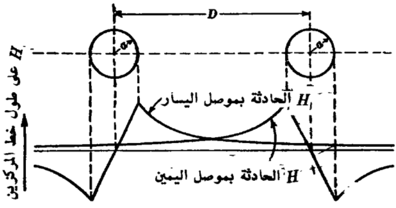
$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ فراد لكل متر.

3-8 الثوابت للخطوط المتوازية الاسلاك

The Constants of Parallel- wire Lines

يبين الشكل 3-14 مقطعاً عرضياً لخط متوازي الاسلاك، ومخطط المجالين الكهربائي والمغناطيسي حول هذا الخط مبين في الشكل 1.1 أ.

سنفرض ان البعد بين السلكين هو D وانه اكبر بكثير من قطر السلك a، حتى يمكن اهمال تأثير التقارب.



شكل 3-14 منظر لمساحة المقطع لخط متوازي الاسلاك.التغير في H المبين في الموصلين لتيار موزع بصورة منتظمة.

نتأمل طولاً مقداره متر واحد من دائرة كاملة مكونة من هذين السلكين ، سوف نستخدم التراكب (Superposition) وسنجد الفيض الوصلي المتكون من الدائرة بواسطة التيار الساري في موصل واحد فقط وسنضرب النتيجة بـ 2 لنأخذ بنظر الاعتبار التيار في كلا الموصلين ، وسنتبصر على حدى المحاثة المتسببة من الفيض اي (خارج الموصلين) والمحاثة المتسببة من الفيض اي (داخل الموصلين) (المحاثة الداخلية) . شاهد اولاً الفيض الخارجي المتسبب من التيار في الموصل الذي على يسار الشكل . ان جزء هذا الفيض الموجود بين السلكين يصل الدارة قاطبة ، في حين يوصل الجزء الذي يقطع خلال الموصل على يمين الشكل بجزء من الدارة الكاملة واخيراً فان الفيض خارج الموصل الذي على يمين لا يسبب اي وصليات (Linkages) مع الدائرة بتاتاً .

سوف نعتبر بصورة تقريبية ان الفيض الى وسط السلك الذي هو على اليمين وصلي للدارة الكلية وباقي الفيض كأنه غير وصلي للدائرة بتاتاً . كثافة الفيض الخارجي عند نصف قطر مقداره ـ $r > a$ معطى بالمعادلة (3.51) . في دائرة حلقية بسمك dr ووحدة طول محوري يكون الفيض المغناطيسي كما يلي :

$$d\phi = B\, dr = \frac{\mu I}{2\pi r}\, dr$$

وحدته ويبر لكل متر طول .

بين $r = a$ و $r = D$ هذا الفيض يصل لفه واحدة وعليه يكون الفيض الخارجي الوصلي :

$$\int_a^D \frac{\mu I}{2\pi r}\, dr$$

وبتكامل هذا مع ضربه بـ 2 لاخذ الموصلين بنظر الاعتبار نحصل على الفيض الخارجي الوصلي :

$$\psi_e = \frac{\mu I}{\pi} \log_e \frac{D}{a} \tag{3.54}$$

وحدته هي ويبر ـ لفة لكل متر طول .

محاثة الدائرة تساوي الفيض الوصلي لكل أمبير وعليه ، بتقسيم ψ_e بـ I نحصل على المحاثة لكل متر طول المتسببة من الفيض الخارجي :

$$L_e = \frac{\mu}{\pi} \log_e \frac{D}{a} \tag{3.55}$$

هنري لكل متر .

بفرض ان قيمة μ للعازل تساوي قيمتها في الفراغ المطلق $4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر تصبح المعادلة (3.55) كالآتي :

$$L_e = 4 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{a} \tag{3.56}$$

هنري لكل متر .

ان المحاثة المتسببة من الفيض الداخلي لسلك اسطواني وجدت في الجزء 3.6 . المحاثة الداخلية عند اي تردد L_i اعطيت بالمعادلة (3.45) ، والصيغة المبسطة للمحاثة الداخلية في الترددات الواطئة جداً L_{i0} اعطيت في المعادلة الثانية من (3.46) . ان نسبة L_i/L_{i0} رسمت بيانياً في الشكل 3.11 بدلالة النسبة بين نصف قطر السلك وعمق الاختراق الاسمي .

في هذا الجزء سوف نستخدم طريقة مختلفة لاشتقاق المحاثة الداخلية لتردد واطيء L_{i0} واذا كان التردد واطئاً لحد كافٍ بحيث تكون كثافة التيار منتظمة تقريباً فانه يمكن ايجاد كثافة الفيض الداخلية من المعادلة (3.52) . بعدئذ يكون الفيض في دائرة حلقية لها وحدة طول وسمك dr كالآتي :

$$d\phi = B\,dr = \frac{\mu_c rI}{2\pi a^2}\,dr$$

حيث ان μ_c هي الانفاذية المطلقة للموصل . هذا الفيض يصل جزءاً مقداره r^2/a^2 من التيار الكلي واذن فان الفيض الداخلي الوصلي هو :

$$d\psi_{i0} = \frac{r^2}{a^2}\,d\phi = \frac{\mu_c r^3 I}{2\pi a^4}\,dr$$

وبالتكامل من $r = 0$ الى $r = a$ والضرب بـ 2 لاخذ الموصلين بنظر الاعتبار يكون لدينا الفيض الداخلي الوصلي للتردد الواطيء:

$$\psi_{i0} = \frac{\mu_c I}{4\pi}$$

ويبر ـ لفة لكل متر طول .

وبتقسيم ψ_{i0} بـ I نحصل على المحاثة الداخلية للتردد الواطيء للسلكين :

$$L_{i0} = \frac{\mu_c}{4\pi} \qquad (3.58)$$

هنري لكل متر طول .

ان هذا يتحقق مع النتيجة في المعادلة (3.46) التي تعطي المحاثة لسلك واحد تساوي $\mu/8\pi$ هنري لكل متر .

يمكن وضع النتيجة الآنفة الذكر بصورة اكثر ملائمة بضربها وتقسيمها بانفاذية الفراغ المطلق $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر : ـ

$$L_{i0} = \left(\frac{\mu_c}{\mu_0}\right) \times \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) = \left(\frac{\mu_c}{\mu_0}\right) \times 10^{-7}$$

هنري لكل متر

حيث ان نسبة (μ_c/μ_0) هي الانفاذية النسبية لمادة الموصل (وتساوي واحداً تقريباً للمواد غير المغناطيسية) .

اذا ازداد التردد فان التيار سيندفع الى سطح الموصل وان الفيض الداخلي والمحاثة الداخلية سيقلان .

يمكن كتابة المحاثة الداخلية في اي تردد كالاتي :

$L_i = (L_i/L_{i0})L_{i0}$ اوبالتعويض من المعادلة (3.59) :

$$L_i = \left(\frac{L_i}{L_{i0}}\right)\left(\frac{\mu_e}{\mu_0}\right) \times 10^{-7}$$ هنري لكل متر

المحاثة الكلية للخط لكل متر طول ستكون مجموع المحاثتين الداخلية والخارجية ، باستعمال المعادلتين (3.56) و (3.60) يمكن كتابة ما يأتي :

(3.61) $$L = \left[4 \log_e \frac{D}{a} + \left(\frac{\mu_e}{\mu_0}\right)\left(\frac{L_i}{L_{i0}}\right)\right] \times 10^{-7}$$ هنري لكل متر

في الترددات الواطئة تساوي نسبة المحاثة الداخلية L_i/L_{i0} واحداً تقريباً، ويمكن الحصول على النسبة في اي تردد من الشكل 3.11 . عندما يكون التأثير السطحي ظاهراً بصورة جيدة فان L_i/L_{i0}. يقترب من الصفر ويمكن اهمال المحاثة الداخلية .

لتحويل العلاقات اعلاه الى الميل اضرب هذه العلاقات بـ 1,609 متر لكل ميل .

بعد ذلك سنجد السعة لكل وحدة طول تحت شرط ان $D \gg a$.

يمكن الحصول على فرق الجهد بين الاسلاك بتكامل قوة المجال الكهربائي المسبب من موصل منفرد ومشحون (معادلة 3.53) من $r = a$ الى $= D$ ومن ثم ضرب النتيجة بـ 2 لاخذ المجال للموصلين بنظر الاعتبار :

$$\text{Potential فرق الجهد} = 2\int_a^D \mathcal{E}\, dr = \frac{q}{\pi\epsilon} \log_e \frac{D}{a}$$ فولت

حيث ان q هي الشحنة لكل متر طول على كل موصل (الشحنتان على الموصلين متساويتان ومتعاكستان في الاشارة) ان تعريف السعة هو الشحنة لكل وحدة فرق جهد وعليه بتقسيم q على فرق الجهد واستعمال :

$$\epsilon = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)\epsilon_0 = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)\frac{10^{-9}}{36\pi}$$ فراد لكل متر

يمكن كتابة :

(3.62) $$C = \frac{(\epsilon/\epsilon_0)}{36 \log_e (D/a)} \times 10^{-9}$$ فراد لكل متر

ان المقدار ϵ/ϵ_0 في المعادلة اعلاه هو ثابت العازل النسبي للمحيط العازل .

ان اكثرية الخطوط المتوازية الاسلاك تستعمل الهواء كعازل اي ان $\epsilon/\epsilon_0 = 1$.

لحالة التردد العالي قليل الفقد فان الممانعة المميزة (Characteristic impedance) هي $Z_0 = \sqrt{L/C}$ وان سرعة الطور هي $v = 1/\sqrt{LC}$ وباستعمال المعادلتين (3.61) و (3.62) واهمال المحاثة يكون لدينا خط ثنائي السلك :

$$Z_0 = \frac{120}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}} \log_e \frac{D}{a} \qquad \text{اوم} \qquad (3.63)$$

$$v = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}} \qquad \text{متر لكل ثانية} \qquad (3.64)$$

التحليلات السابقة تفترض ان قطر السلك اصغر بكثير من المسافة بين الاسلاك وان المعادلات الناتجة صحيحة بالقدر الكافي لاكثر الاغراض ، التحليل الاكثر دقة والذي لايفرض هذا الافتراض يبين ان السعة تعطي بصورة ادق كما في العلاقة الآتية :[1]

$$C = \frac{(\epsilon/\epsilon_0) \times 10^{-9}}{36 \cosh^{-1}(D/2a)} \qquad \text{فراد لكل متر} \qquad (3.65)$$

في الترددات العالية عندما يكون التأثير السطحي ملحوظاً فالتعبير عن المحاثة يكون كالآتي[1] .

$$L = 4 \times 10^{-7} \cosh^{-1} \frac{D}{2a} \qquad \text{هنري لكل متر} \qquad (3.66)$$

ان سرعة $1/\sqrt{LC}$ تبقى كما هي معطاة في المعادلة (3.64) ولكن الممانعة المميزة في التردد العالي تعطي كما يلي :

$$Z_0 = \frac{120}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}} \cosh^{-1} \frac{D}{2a} \qquad \text{اوم} \qquad (3.67)$$

يمكن وجدان مقاومة الخط في الترددات الواطئة من جداول الاسلاك او من صيغة التيار المستمر $\rho \times \frac{\text{الطول}}{\text{المساحة}}$. عندما يكون التأثير السطحي اكثر فانه يمكن ايجاد المقاومة من الشكل 3.10 . في الترددات العالية جداً يكون عمق الاختراق اقل بكثير من نصف قطر السلك ويمكن استعمال الطريقة التي في الجزء 3.4 . ان مقاومات الاسلاك للتيار المتناوب تساوي مقاومة التيار المستمر لزوج من انابيب اسطوانية لها نصف قطر وسمك يساوي عمق الاختراق الاسمي $\sqrt{\rho/\pi f \mu}$.

ومن ثم نحصل لخط ثنائي السلك على مايأتي :

$$R = \frac{2\rho}{2\pi a \delta} = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{\rho f \mu_0}{\pi}} \qquad \text{اوم لكل متر من طول الخط} \qquad (3.68)$$

(١) لاحظ مثلاً :

[1] See, for example, G. P. Harnwell, "Principles of Electricity and Electromagnetism," p. 40, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1938. The function abbreviated *cosh* is the hyperbolic cosine, which we will discuss in Sec. 4.3.

الدالة المختصرة $\overline{\text{Cosh}}$ هي جيبتمام زائدي القطع والتي سنناقشها في الجزء 3.4 .

حيث ان a هو نصف قطر السلك بالمتر و ρ هي المقاومية ووحدتها اوم لكل متر وللنحاس تصبح المعادلة اعلاه كالآتي :

$$R = 8.34 \times 10^{-6} \frac{\sqrt{f}}{a}$$

(3.69) اوم لكل متر طول

حيث ان a. الان هي نصف قطر السلك بالسنتمترات .

3.9 . الثوابت للخطوط المحورية (The Constants of Coaxial Lines)

سوف نكشف عن الثوابت لخطوط محورية للحالة التي يكون فيها التأثير السطحي ظاهراً وسوف نهمل كلياً المحاثة الداخلية للموصلات . بسبب التناظر في السلك الاسطواني فان المجال في الفراغ الحلقي للموصل يكون له هيئة المجال نفسها في الموصل الاسطواني المنعزل نفسه (كما في الشكل 1.1 حـ) . ان كثافة المجال المغناطيسي عند نصف قطر مقداره r معطى في المعادلة (3.51) $\mu I/2\pi r$

بالرجوع الى شكل 3.15 فان الفيض في حلقة لها وحدة طول وسمك dr هي :

$$d\phi = \frac{\mu I}{2\pi r}\, dr$$

وبتكامل هذه العلاقة من $r = a$ الى $r = b$ نحصل على الفيض المغناطيسي الكلي في الفراغ الحلقي :

$$\phi = \frac{\mu I}{2\pi} \log_e \frac{b}{a}$$

هذا الفيض يوصل لفة واحدة ومن ثم يمكن الحصول على المحاثة بتقسيم ϕ ب I وينتج :

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \log_e \frac{b}{a}$$

(3.70) هنري لكل متر

بفرض قيمة الفراغ المطلق لـ μ فان :

$$L = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{b}{a}$$

(3.71) هنري لكل متر

ان شدة المجال المغناطيسي في الفراغ الحلقي في المعادلة (3.53) وتساوي $q/2\pi\epsilon r$ حيث ان q هي الشحنة لكل وحدة طول .

وبتكامل شدة المجال بدلالة نصف قطر من $r = a$ الى $r = b$ نحصل على فرق الجهد (Potential Ditterence):

$$\text{فرق الجهد} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \log_e \frac{b}{a}$$

لايجاد السعة لكل وحدة طول تقسم الشحنة q على فرق الجهد ونحصل على :

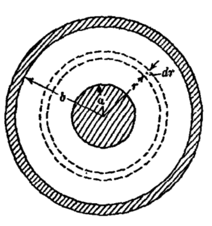
$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\log_e (b/a)}$$

(3.72) فراد لكل متر

ويمكن كتابة المعادلة (3.72) بدلالة قيمة ϵ_0 في الفراغ المطلق كالآتي :

$$C = \frac{1}{18 \log_e (b/a)} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right) \times 10^{-9}$$

(3.73) فراد لكل متر



شكل 3.15 مقطع عرضي لقابلو محوري .

حيث ان ϵ/ϵ_0 هي ثابت العزل النسبي للعازل ،
في حالة التردد العالي فان قيمة الممانعة المميزة هي قريبة جداً من $\sqrt{L/C}$
وباستعمال المعادلات السابقة لـ L و C نحصل على :

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}} \log_e \frac{b}{a}$$

(3.74) أو م

للخطوط التي يكون العازل بينهما هو الهواء فان ثابت العزل النسبي ϵ/ϵ_0 بالطبع له قيمة عملية تساوي واحداً .

في حالة التردد العالي فان سرعة الطور تساوي تقريباً $1/\sqrt{LC}$ ومن ثم :

$$v = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}}$$

(3.75) متر لكل ثانية

يجب ملاحظة انه عندما يكون ثابت العزل لعازل صلب عالٍ نسبياً فانه يقلل سرعة الطور بصورة يمكن ملاحظتها وتكون سرعة الطور اقل من قيمتها في الفراغ المطلق ولذا فانه يقصر من طول الموجة في تردد معين .

ان المقاومة في التردد العالي لقابلو محوري تساوي المقاومة لتيار مستمر في دائرة تتكون من موصلين مجوفين لهما أنصاف اقطار قيمتهما a و b وسمك الجدارين لهذين الموصلين يساوي عمق الاختراق الاسمي ، النتيجة هي كالآتي :

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\rho f \mu}{\pi}}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

(3.76) أوم

حيث ان وحدة ρ هي اوم متر و μ هي هنري لكل متر و a و b تقاس بالامتار وبفرض ان الموصلين مصنوعان من النحاس فان المعادلة (3.76) تصبح :

$$R = 4.2 \times 10^{-6}\sqrt{f}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

(3.77) اوم لكل متر

حيث ان وحدتي a و b هي السنتمترات .

ان القابلو المحوري المرن يصنع من موصل خارجي تشابكي وعازل صلب عـادة من البولثين (نوع من البلاستيك) حتى يعطي متانة للقابلـو ولدعم الموصل الداخلي . في الترددات العالية جداً فان فقد العازل في العازل الصلب قد يتسبب في ان تكون قيمة التوصيلية عالية . هذا الفقد يتسبب من تأثير التخلفية (Hysteresis Effect) للجزيئات عندما تستقطب نتيجة مجال التيار المتناوب (a. c. Field)، ولكن على الخط تكون النتيجة هي التوصيلية الحقيقية نفسها . فكر لحظة بمتسعة اعتيادية وبأي شكل كانت وقد ملئت هذه المتسعة بعازل كهربائي متسرب ، فان المسايرة لهذه المتسعة تكون بهذا الشكل :

$$Y = G + j\omega C = j\omega C\left(1 - j\frac{G}{\omega C}\right) \qquad (3.78)$$

ان الزاوية في العدد المركب داخل القوسين في المعادلة (3.78) تبين القيمة النسبية لمركبة الفقد للتيار وهو المقدار الذي تتخلف به زاوية الطور بين الفولتية والتيار عن الـ 90 درجة وتسمى احياناً بزاوية الفقد (Loss Angle).

ان ظل هذه الزاوية الذي يسمى بظل الفقد يستعمل عادة لتحديد خواص الفقد في العوازل الكهربائية . لقيم صغيرة من زاوية الفقد فان ظل الفقد وعامل القدرة هما متساويان عملياً ان ظل الفقد من المعادلة (3.78) هو $G/\omega C$ وهكذا فلخط نقل له عازل صلب يكون عندنا :

$$G = T_L\omega C \qquad (3.79)$$

حيث ان T_L ترمز الى ظل الفقد للمادة العازلة .

ان ثابت التوهين للتردد العالي للخط هو تقريباً $\alpha = R/2Z_0 + GZ_0/2$ لنصف القطر الخارجي b يوجد نسبة معينة b/a بحيث يخفض التوهين الى الحد الادنى .

ان التوهين المتسبب من فقد العازل الكهربائي لايعتمد على ابعاد الخط وبالامكان كتابة ما يأتي :

$$\frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{T_L\omega C}{2}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{T_L\omega\sqrt{LC}}{2},$$

ان $\sqrt{LC}$ هو مقلوب سرعة الطور التي لاتعتمد على ابعاد الخط . على كل فان جزءاً من ثابت التوهين يتسبب من الفقد في الموصل وهي $R/2Z_0$ ولا يعتمد على ابعاد الموصل . اذا كان الموصل الداخلي صغيراً فان قيمة R تكون عالية ومن ناحية اخرى اذا كان الموصل الداخلي بكبر الموصل الخارجي تقريباً

فان Z_0 تكون صغيرة . عندما تخفض قيمة α الى الحد الادنى بالطرق المعتادة ينتج ان 3.6 $= b/a$ يعطي ادنى توهين وتكون قيمة Z_0 الموافقة هي $77/\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$ أوم تقريباً على كل فان اوطأ قيمة ليست في قيمة واحدة لـ b/a وانما لعدة قيم من b/a حيث لن هذه القيمة ليست حرجة بنقطة واحدة .

ان ارسال أقصى قدرة بواسطة خط محوري تتحدد بقوة العازل (Deilectric-Strength) او في حالة عازل صلب في الترددات العالية فان اقصى قدرة تتحدد بالحرارة المتولدة من الفقد في العازل(1). لكثافة مجال كهربائي معينة ولنسبة معينة لـ b/a فان سعة تحمل القدرة لخط محوري تتغير مع مربع قطره ، ولهذا فان قيماً عالية من القدرة الآنية تتطلب قابلواً له قطر كبير نسبياً .

في انواع الموجات التي حللناها فان المجال الكهربائي والمجال المغناطيسي يكونان مستعرضين على اتجاه الانتشار . اما اذا كان قطر القابلو المحوري كبيراً بالقدر الكافي بالمقارنة مع طول الموجة فبالامكان ارسال موجات غير مستعرضة بالاسلوب نفسه كما في الموجة ذات الانبوب المجوف .

ان تحليلات هذه الموجات هي خارج نطاق هذا الكتاب وعلى كل فهناك قاعدة تقريبية هي ان هنالك احتمالاً لوجودهما اذا كان متوسط المحيط للفراغ الحلقي اكبر من طول الموجة اي عندما يكون $(2\pi a + 2\pi b)/2 = \pi(a + b)$ اكبر من طول الموجة(2) .

في الارسال على القابلو المحوري تكون الموجة الكهرومغناطيسية المستعرضة النسق الاساسي عادة مرغوبة بدون نسق اعلى ، وهذا يحدد النهاية العليا لنصف قطر الخط ، وهذا الحد يمكن ان يكون معرقلاً في الترددات المتناهية الصغر (Microwave) خصوصاً اذا اريد ان تبقى قيمة التوهين واطئة او اذا كانت القدرة المستعملة عالية .

١ . يمكن قراءة

Willis Jackson, «High-Frequency Transmission Lines, » PP. 53--58, Methucn & Co., Ltd., London. Distributed in the United States by the Sherwood Press, Cleveland, Ohio.

(2) يمكن قراءة :

[2] See S. Ramo and J. R. Whinnery, "Fields and Waves in Modern Radio," Chap. 9, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1944.

3.10 الثوابت لخطوط متوازية الشرائح

(The Constants of Parallel-strip Lines.)

يبين شكل 3.16 مقطعا عرضياً لخط متوازي الشريحة . اذا كان $b \gg a$ وكان التردد عالياً بصورة كافية لكي يكون التأثير السطحي ملموسا فان معظم التيار سوف يسري على السطوح الداخلية للشرائح ، يمكن اهمال تأثيرات الحافة وانه يمكن افتراض ان المجالات تكون منتظمة بين الموصلات ، ان هذا الافتراض هو مشابه الى الافتراض المستخدم عادة لحساب السعة لمتسعة مسطحة اللوح . تحت هذه الشروط . علاوة على افتراض ان للعازل انفاذية مساوية الى الانفاذية في الفراغ المطلق فان المعادلات لثوابت الخط يمكن ان تكون كما يلي :

$$L = 4\pi \times 10$$ هنري لكل متر (3.80)

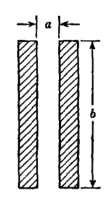
$$C = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \frac{b}{a} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)$$ فراد لكل متر (3.81)

$$Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}} \frac{a}{b}$$ اوم (3.82)

$$R = \frac{2}{b} \sqrt{\pi \rho f \mu}$$ اوم لكل متر (3.83)

ان برهان هذه المعادلات ترك الى الطالب .

يمكن رؤية انه عندما تكون قيمة $a \ll b$ فان الممانعة المميزة تكون واطئة نسبياً وان ثابت التوهين يزداد كلما قل البعد .



شكل 3.16 مقطع عرضي لخط نقل متوازي الشرائح .

مسائل

1 . احسب عمق الاختراق الاسمي عند تردد مقداره 60 هرتز لكل ثانية ل :
أ ـ فضة لها انفاذية $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر ومقاومية $\rho = 1.63 \times 10^{-8}$ اوم ـ متر .
ب ـ نحاس اصفر Brass له انفاذية ، $\mu = \mu_0$ و $\rho = 6.41 \times 10^{-8}$ اوم ـ متر
جـ ـ المنيوم له انفاذية $\mu = \mu_0$ و $\rho = 2.83 \times 10^{-8}$ اوم ـ متر .
د ـ حديد له انفاذية $\mu = 250\,\mu_0$ و $\rho = 10.7 \times 10^{-7}$ اوم ـ متر .
(الانفاذية النسبية 250 هي الانفاذية التزايدية التي تطبق في حالة كثافات الفيض القليلة وهي اقل بكثير من الانفاذية القصوى للحديد)

2 . احسب عمق الاختراق الاسمى للنحاس وبوحدة جزء من الالف من الانج(Mils) للترددات التالية : 1000 هرتز و 100 كيلوهرتز و10 ميكاهرتز و 1000 ميكاهرتز .

3 . برهن لتيار مستمر ان الهبوط IR في الجهد خلال سلك منتظم طوله l يساوي $J\rho l$ حيث ان J هو كثافة التيار في السلك وان ρ هي المقاومية لمادة الموصل .

4 . احسب دالة بسل الحقيقية 2 ودالة بسل الخيالية 2 من المعادلة المتسلسلة (3.78) .

5 . سلك من النحاس قطره 0.128 انجاً سيستعمل عند تردد مقداره 15,000 هرتز ، احسب النسبة بين كثافة التيار في مركز السلك وكثافة التيار عند سطح السلك ، كذلك جد الفرق في الطور بينهما .
ـ جد النسبة بين كثافة التيار عند 0.032 انجاً وكثافة التيار عند السطح واحسب الفرق في الطور بينهما .

6 . خط ذو سلكين مصنوعان من النحاس ، قطره يساوي 0.128 انجـاً جد النسبة بين مقاومته لتيار متناوب ومقاومته لتيار مستمر للترددات 1000 هرتز و10,000 هرتز .

7 . سلك نحاسي قطره 0.128 انجاً ومقاوميته 1.74×10^{-8} اوم ـ متر سيستعمل عند تردد مقداره 15,000 هرتز .

أـ احسب الممانعة الداخلية لكل متر طول من المعادلة (3.43) والشكلين 3.7 و 3.8 . احسب المقاومة والمحاثة لهذه الممانعة .

ب ـ جد R' و L_i من الشكلين 3.10 و 3.11 وقارن النتائج مع نتائج الفرع أ .

8 . خط ذو سلكين العازل بينهما هواء يتكون هذا الخط من سلكين من النحاس قطر كل منهما 0.104 انجات والمسافة بين السلكين هي 8 انجات . اوجد قيم R و L و C و Z_0 لهذا الخط عند تردد مقداره 10,000 هرتز .

9 . خط ذو سلكين بينهما هواء يتكون من سلكين من النحاس قطر كل منهما 0.064 انجاً والمباعدة بين مركزي السلكين هي 1 انج . احسب R و L و C و Z_0 للخط عند تردد مقداره 50 ميكاهرتز .

10 . أ . خط ذو سلكين يستعمل في التردد العالي ، يتكون من موصلين اسطوانيين من النحاس قطر كل موصل هو 0.125 انجاً والمسافة بين مركزي السلكين هي 1 انج . احسب الممانعة المميزة من المعادلة اللوغارتمية (3.63) وكذلك من المعادلة زائدية المقطع (3.67) وقارن النتائج .

11 . خط محورى بعازل من الهواء يتكون من موصلات نحاسية وله الابعاد الآتية ، القطر الداخلي للسلك الخارجي = 0.795 انجاً وقطر الموصل الداخلي = 0.250 انج . لتردد مقداره 100 ميكاهرتز احسب Z_0 و R وثابت التوهين(بفرض ان المحاثة المتسربة تساوي صفراً) والتوهين بالديسبل لكل متر طول .

12 . خط محوري مرن مليء بمادة عازلة لها ثابت عزل نسبي قيمته 2.25 وظل فقد يساوي 5×10^{-4} عند 300 ميكاهرتز .

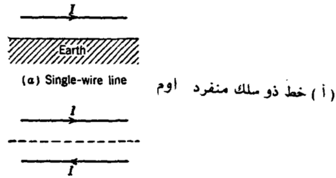
الموصلات النحاسية لها الابعاد الآتية $a = 0.039$ انج و $b = 0.143$ انج . التردد مقداره 300 ميكاهرتز جد السعة لكل وحدة طول لهذا القابلو . كذلك احسب Z_0 و R و G وثابت التوهين بكلتا الوحدتين نيبر لكل متر طول والديسبل لكل متر طول . احسب سرعة الطور .

13 . برهن المعادلات (3.80) الى (3.83) التي تعطي الخواص لخطوط متوازية الشريحية .

14 . خط متوازي الشريحية سيصنع من شرائح نحاسية لها عرض مقداره 2.50 انجاً والمسافة بين الشرائح تكون 0.200 أنج والتردد مقداره 200 ميكاهرتز . العازل سيكون هواء .
احسب Z_0 و R_1 وثابت التوهين بفرض ان التوصيلية المتسربة تساوي صفراً .

15 . بعض خطوط الهاتف تكون احادية السلك وطرف الدائرة الآخر هو الارض . اذا كانت الارض موصلاً جيداً فان يمكن اعتبار سطحه متساوي الجهد (Equipotential) لحساب ثوابت الخط . بالاضافة الى ذلك (كما هو مبين في شكل P15) يمكن استبدال هذا السطح بموصل صوري (Image Conductor) دون التأثير على هيئة المجال . برهن انه اذا اهمل الفقد (Losses) والمحاثة الداخلية للاسلاك فان الممانعة المميزة لخط كهذا هي كما معطاة بالعلاقة :

$$Z_0 = 60 \log_e \frac{2h}{a}$$



(أ) خط ذو سلك منفرد اوم

شكل P15 خط احادي مع الارض كخط رجوع .
(ب) الأرض بدل بموصل صوري .

حيث ان a هو نصف قطر السلك و h هو ارتفاع السلك فوق الأرض .

16 . برهن المعادلة (3.76) التي تعطي المقاومة لخط محوري عند التردد العالي .

17 برهن انه فيما اذا كانت سعة تحمل القدرة لقابلو محوري محددة بالقيمة القصوى لكثافة المجال الكهربائي واذا كانت النسبة بين b/a ثابتة فان القدرة القصوى المسموحة تتناسب مع مربع b .

18 . جد علاقة بين ثابت التوهين للتردد العالي لقابلو محوري بدلالة الابعاد a، و b افرض ان قيمة b ثابتة وخفض التوهين الى الحد الادنى بالنسبة الى a . برهن انه ادنى قيمة للتوهين تكون عندما $b/a \approx 3.6$ وان قيمة Z_0 المناظرة هي $77/\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$ اوم .

19 . استعمل المعادلات المتسلسلة لدالة بسل الحقيقية ودالة بسل الخيالية لاثبات انه في حالة اقتراب التردد من صفر فان المعادلات العامة للمقاومة والمحاثة الداخلية المعطاة بالمعادلتين (3.44) و (3.45) تصبحان بالتعاقب $L_{i0} = \mu/8\pi$ و $R_0 = \rho/\pi a^2$.

20 . استعمل المتسلسلتين لدالة بسل الحقيقية ودالة بسل الخيالية لاثبات انه في الترددات الواطئة المقاومة لموصل اسطواني هي تقريباً :

$$R = R_0\left[1 + \frac{1}{48}\left(\frac{a}{\delta}\right)^4\right]$$

حيث ان R_0 هي المقاومة عند تردد مقداره صفر و a هو نصف قطر الموصل و δ هو عمق الاختراق الاسمي .

21 . ارسم مخططاً للممانعة المميزة لخط قليل الفقد ثنائي السلك ، العازل بين السلكين هو الهواء كما معطى في المعادلة (3.63) مع النسبة D/a لمدى $2 < D/a < 200$ استخدام ورقة نصف لوغارتمية (Semilog) بحيث ان D/a على التقسيم اللوغارتمي . ركب على هذا رسماً بيانياً للممانعة المميزة كما معطاة في المعادلة (3.67) وقارن . لاحظ ان الاسلاك تكون متلامسة عند $D/a = 2$

الفصل الرابع
خطوط بانعكاسات
LINES WITH REFLECTIONS

4.1. هيئات اسية مختلفة لحل الحالة المستقرة للتيار المتناوب :
Various Exponential Forms of the A-Csteady State Solution:

في الجزء 2.2 حللنا المعادلات التفاضلية للحالة المستقرة لخط نقل منتظم وبينا انه من الممكن كتابة الفولتية والتيار بالشكل الآتي :

$$E = A_1 \epsilon^{-\gamma x} + A_2 \epsilon^{\gamma x} \tag{4.1}$$

$$I = \frac{1}{Z_0}(A_1 \epsilon^{-\gamma x} - A_2 \epsilon^{\gamma x}) \tag{4.2}$$

حيث ان A_1 و A_2 ثابتان لهما وحدات فولتيه و x هي المسافة المقاسة من جانب الارسال و Z_0 هي الممانعة المميزة و γ هو ثابت الانتشار للخط :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

ولاحظنا بأن الجزء الحقيقي والجزء الخيالي لـ γ لهما ادوار مختلفة في انتشار الموجات وان الجزء الحقيقي هو ثابت التوهين α والجزء الخيالي هو ثابت الطور β

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

للحصول على القيم الانية للفولتية والتيار نضرب المعادلتين (4.1) و (4.2) بـ $\sqrt{2}\epsilon^{j\omega t}$ ونأخذ الجزء الحقيقي للنتيجة وعليه فمن الممكن كتابة الفولتية الآنية بالشكل الآتي :

$$e = \sqrt{2}\ \mathcal{R}e[A_1 \epsilon^{-\alpha x} \epsilon^{j(\omega t - \beta x)} + A_2 \epsilon^{\alpha x} \epsilon^{j(\omega t + \beta x)}]$$

ان الحد الاول بين الاقواس يمثل موجة متنقلة بالاتجاه الموجب لـ x وبسرعة طور مقدارها ω/β (كما رأينا في الجزء 2.4) وبالتشابه فان الحد الثاني بين الاقواس يمثل موجة متنقلة باتجاه x السالب بالسرعة نفسها . ان الموجة المتنقلة الى اليمين تتوهن بالعامل $\epsilon^{-\alpha x}$ والموجة المتنقلة الى اليسار تتوهن بصورة مشابهة باتجاه انتقالها ففي الحالة الاخيرة فان عامل التوهين يجب ان يظهر $\epsilon^{+\alpha x}$ لان الموجة تنتقل بالاتجاه المتناقص لـ x.

في الجزء (1.6) درسنا الانتشار وانعكاس الموجات على خط عديم الفقد وحسبنا الحالات العابرة المتسببة عن قوة دافعة كهربائية لتيار مستمر وكما سنبين في الجزء القادم انه من الممكن حساب الحالة المستقرة والتيار المتناوب بطريقة مشابهة : تحسب الموجة البدائية الخارجة من المولد ثم تعتبر الانعكاسات والانعكاسات المعادة (Re-reflctions) لهذه الموجة والنتائج المحصلة بهذه الطريقة مشابهة لحلول الحالة المستقرة (4.1) و (4.2) . ان الحد $A_1\epsilon^{-\gamma x}$ يمثل محصلة مجموع الموجات المنفردة التي تنتقل الى اليمين في حين يكون $A_2\epsilon^{\gamma x}$ مجموع الموجات المتنقلة الى اليسار .

سنسمي الحد الاول للمعادلة (4.1) بالفولتية الساقطة (Incident) ونرمز لها بالرمز E^+ وسنسمي الحد الثاني بالفولتية المنعكسة (Reflected) ونرمز لها بالرمز E^-. وعليه نستطيع كتابة مايلي :

$$E = E^+ + E^-$$

واذا كتبنا بطريقة مشابهة التيار الكلي كمجموع للمركبات الساقطة المنعكسة على التوالي بـ I^+ و I^- نحصل على :

$$I = I^+ + I^-$$

وبالمقارنة مع المعادلتين (4.1) و (4.2) يظهر ان :

$$I^+ = \frac{E^+}{Z_0}$$

$$I^- = -\frac{E^-}{Z_0}$$

ان الممانعة المميزة بصورة عامة لها زاوية طور صغيرة . وعليه فان I^+ له تقريباً طور (Inphase)- E^+ نفسه بينما I^- يصنع تقريباً 180° مع E^- ولقد شاهدنا هذه العلاقة اولاً عندما حللنا الحالات العابرة على خطوط عديمة الفقد . ان التفسير الفيزياوي للاشارة السالبة في المعادلة (4.6) هو نفس التعبير المعطى في الجزء (1.5) والشكل (1.7) نفسه اي التيار المتسبب من الشحنات المتحركة الى اليمين هو عكس التيار المتولد من الشحنات المشابهة والمتحركة الى اليسار برغم ان الفولتيتين لهما الاشارة نفسها . بعد ذلك نحسب الثابتين A_1 و A_2 في الحلين (4.1) و (4.2) ، هنالك عدة هيئات مكافئة لهذا الحل تعتمد على الكميات الطرفية (Terminal—Quantities) المستعملة وأكثر الهيئات التي تستعمل هي الآتي (لاحظ الشكل 4.1) : I_R و Z_R او I_s وممانعة جانب الارسال Z_s او Z_R و E_g و Z_0 ومن المناسب غالباً قياس المسافة من جانب الاستلام بدلاً من القياس من جانب الارسال $d = l - x$ كما مبين في الشكل (4.1) .

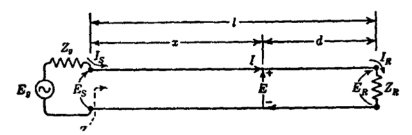
للتعبير عن الثوابت بدلالة كميات جانب الارسال ، ضع $E = I_s Z_s$ و $I = I_s$ عند $x = 0$ في المعادلتين (4.1) و (4.2) وعليه عندنا :

$$I_s Z_s = A_1 + A_2$$
$$I_s Z_0 = A_1 - A_2$$

وبحل المعادلتين لايجاد A_1 و A_2 نحصل على :

$$A_1 = \frac{I_s}{2}(Z_s + Z_0) \quad \text{و} \quad A_2 = \frac{I_s}{2}(Z_s - Z_0)$$

وبالتعويض في المعادلة (4.1) و (4.2) نحصل على الحل بدلالة كميات جانب الارسال :



شكل 4.1 رسم تخطيطي يبين الرموز .

$$E = \frac{I_s}{2}[(Z_s + Z_0)\epsilon^{-\gamma x} + (Z_s - Z_0)\epsilon^{\gamma x}] \tag{4.7}$$

$$I = \frac{I_s}{2Z_0}[(Z_s + Z_0)\epsilon^{-\gamma x} - (Z_s - Z_0)\epsilon^{\gamma x}] \tag{4.8}$$

انه من المناسب ولاغراض عدة التعبير عن الثوابت بدلالة كميات جانب الاستلام I_R و Z_R . لهذا سنرجع الى المعادلتين (4.1) و (4.2) ونعوض عن $E = I_R Z_R$ و $I = I_R$ عند $x = l$ ، ثم نحل المعادلتين لايجاد A_1 و A_2 ونحصل على :

$$A_1 = \frac{I_R}{2}(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma l} \quad \text{and} \quad A_2 = \frac{I_R}{2}(Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma l}$$

بتعويض هاتين العلاقتين في المعادلتين (4.1) و (4.2) وباستعمال $d = l - x$ للتبسيط ، نحصل على الحل بالشكل الآتي :

$$E = \frac{I_R}{2}[(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma d} + (Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma d}] \tag{4.9}$$

$$I = \frac{I_R}{2Z_0}[(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma d} - (Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma d}] \tag{4.10}$$

ان المسافة d مقاسة من جانب الاستلام كما هو مبين في الشكل 4.1 .

ومن الممكن اشتقاق الحل بدلالة E_g و Z_g و Z_R بطريقة مشابهة باستعمال $E = E_g - I_s Z_g$ عند $x = 0$ و $E_R = I_R Z_R$ عند $x = l$ ولكن عوضاً عن ذلك سيشتق الحل بطريقة مغايرة في الجزء القادم .

لكل هيئات الحلول المختلفة ، يمثل الحد الاول الموجه الساقطة المستقرة E^+ و I^+ يمثل والحد الثاني الموجة المنعكسة المستقرة E^- و I^- لاحظ ان العلاقتين (4.5) و (4.6) تطبق على كل واحدة .

سنسمي النسبة بين الفولتية المنعكسة والفولتية الساقطة معامل الانعكاس (Reflection Coefficient) من المعادلة (4.9) فان هذه النسبة عند أية مسافة من جانب الاستلام هي :

$$k = \frac{E^-}{E^+} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \epsilon^{-2\gamma d}$$

$$= \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \epsilon^{-2\alpha d} \epsilon^{-j2\beta d} \qquad (4.11)$$

ان معامل الانعكاس بصورة عامة هو عدد مركب وعند جانب الاستلام يكون :

$$k_R = \frac{E_R^-}{E_R^+} = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \qquad (4.12)$$

هذا هو التعبير الذي استعملناه في الجزء (1.6) للحالة العابرة على خط عديم الفقد نفسه ومن الممكن التعبير عن معامل الانعكاس عند اية نقطة بدلالة k_R وذلك بقسمة المعادلة (4.11) على (4.12) اي ان :

$$k = k_R \epsilon^{-2\gamma d} = k_R \epsilon^{-2\alpha d} \epsilon^{-j2\beta d} \qquad (4.13)$$

بملاحظة المعادلة (4.10) يظهر بأن معامل انعكاس التيار هو سالب معامل انعكاس الفولتية بعكس الاشارة اي بمعنى آخر في أية لحظة :

$$\frac{I^-}{I^+} = -k = \frac{Z_0 - Z_R}{Z_0 + Z_R} \epsilon^{-2\gamma d} \qquad (4.14)$$

ان الممانعة لخط نقل في اية نقطة تعرف كالنسبة المركبة لـ E الى I عند تلك النقطة ، بتقسيم المعادلة (4.9) على المعادلة (4.10) نحصل على :

$$Z = \frac{E}{I} = Z_0 \frac{(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma d} + (Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma d}}{(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma d} - (Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma d}} \qquad (4.15)$$

عند النقطة $d = 0$ هذه الممانعة تختصر (بالطبع) الى Z_R وممانعة جانب الارسال للخط Z_s يحصل عليها بجعل $d = l$.

الممانعة الانتقالية (Transfer Impeadance) للخط تعرف كنسبة فولتية جانب الارسال الى تيار جانب الاستلام، باستعمال (4.9) وجعل $E = E_s$ و $d = l$ نحصل على :

$$Z_{tr} = \frac{E_s}{I_R} = \frac{1}{2}\left[(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma l} + (Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma l}\right] \tag{4.16}$$

يمكن الحصول على نسبة تيار جانب الارسال الى تيار جانب الاستلام من المعادلة (4.10) وهي :

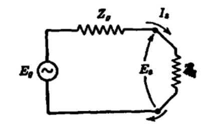
$$\frac{I_s}{I_R} = \frac{(Z_R + Z_0)\epsilon^{\gamma l} - (Z_R - Z_0)\epsilon^{-\gamma l}}{2Z_0} \tag{4.17}$$

باستعمال العلاقات الاسية السابقة على الطالب ان يتذكر بأن :

$$\epsilon^{\pm\gamma d} = \epsilon^{\pm(\alpha + j\beta)d} = \epsilon^{\pm\alpha d}\epsilon^{\pm j\beta d} = \epsilon^{\pm\alpha d}(\cos\beta d \pm j\sin\beta d)$$

عندما ينتهي خط النقل بممانعته المميزة $(Z_R = Z_0)$ فالعلاقات العامة المشتقة اعلاه تختصر الى تلك المذكورة في الجزء (2.3)، اولاً في الممانعة (4.15) تختصر الى $Z = Z_0$ على كل نقاط الخط وعليه فان $Z_s = Z_0$ والحلان (4.7) و (4.8) يصبحان $E = E_s\epsilon^{-\gamma x}$ و $I = I_s\epsilon^{-\gamma x}$ ونسبة التيار (4.17) تختصر الى $I_R/I_s = \epsilon^{-\gamma l}$

وكما هو مبين بالشكل (4.1) يشتغل المولد في ممانعة مقدارها Z_s عند طرفيه ومن وجهة نظر المولد فان الدائرة المكافئة لجانب الارسال هي المبينة في الشكل 4.2 وعندما تكون معلومة (ربما باستعمال المعادلة (4.15) مع $d = l$) فالدائرة المكافئة لجانب الارسال يمكن حلها لـ E_s و I_s وقدرة جانب الارسال ، ويمكن استعمال الحلين (4.7) و (4.8) لايجاد التيار والفولتية عند أية نقطة على الخط او من الممكن استعمال الحلين (4.16) و (4.17) لايجاد تيار جانب الاستلام .



شكل 4.2 الدائرة المكافئة لجانب الارسال .

مثال : خط هاتف نموذجي طوله 100 ميل مع $Z_0 = 685 - j\,92$ اوم و $\alpha = 0.00497$ نيبر لكل ميل و $\beta = 0.0352$ زاوية نصف قطرية لكل ميل عند تردد 1000 هرتز . الخط منته بـ $Z_R = 2000 + j\,0$ اوم والمولد له ق . د . ك مقدارها 10 فولت جـ . م . ت وممانعة داخلية مقدارها 700 اوم مقاومة بحتة . اوجد ممانعة وتيار وفولتية وقدرة جانب الارسال ، وفولتية وتيار وقدرة جانب الاستلام . لهذا الخط °202 =زاوية نصف قطرية $\beta l = 3.52$ وعليه :

$$\epsilon^{\gamma l} = \epsilon^{0.497+j3.52} = \epsilon^{0.497}\underline{/202^\circ}$$
$$= 1.64(\cos 202^\circ + j \sin 202^\circ)$$
$$= -1.52 - j0.615$$

ايضاً

$$\epsilon^{-\gamma l} = \epsilon^{-0.497}\underline{/-202^\circ} = -0.566 + j0.229$$

وباستعمال المعادلة (4.15) فان ممانعة جانب الارسال للخط هي :

$$Z_s = (685 - j92)\frac{(2{,}685 - j92)\epsilon^{\gamma l} + (1{,}315 + j92)\epsilon^{-\gamma l}}{(2{,}685 - j92)\epsilon^{\gamma l} - (1{,}315 + j92)\epsilon^{-\gamma l}}$$

$$= (691\underline{/-7.65^\circ})\frac{5{,}060\underline{/14.4^\circ}}{3{,}810\underline{/27.45^\circ}} = 919\underline{/-20.7^\circ}$$

$$= 861 - j325 \text{ اوم}$$

من الممكن تلافي جزء كبير من العمليات الحسابية المعقدة والضرورية للحسابات المذكورة فوق وذلك باستعمال خارطة خط النقل **(Transmission Line chart)** المشروحة في الفصل 5 (بالطبع في هذه الحالة هنالك فقد في الدقة) .

من الممكن ايجاد تيار جانب الارسال بحل الدائرة المكافئة لجانب الارسال المبينة في الشكل (4.2) واذا اريد ايجاد الاتساعات **(Magnitudes)** فقط ، نحصل على :

$$|I_s| = \left|\frac{E_g}{Z_g + Z_s}\right| = \left|\frac{10}{700 + 861 - j325}\right|$$

$$= \frac{10}{1596} = 6.26 \times 10^{-3}$$ امبير جـ . م . ت

ان اتساع فولتية جانب الاستلام هي :

$$|E_s| = |I_s|\cdot|Z_s| = 6.26 \times 10^{-3} \times 919 = 5.75$$ فولت جـ . م . ت

وقدرة جانب الارسال هي $|I_s|^2 R_s$ ، حيث ان R_s هي المركبة المقاومية لممانعة جانب الارسال وعليه فأن :

$$P_s = (6.26 \times 10^{-3})^2 \times 861 = 33.8 \times 10^{-3}$$ واط

من الممكن الآن كتابة التغيير في الفولتية والتيار على طول الخط من المعادلتين (4.7) و (4.8) ومن الممكن ايجاد تيار جانب الاستلام اما من (4.16) او

(4.17) وباستعمال الاخيرة واخذ القيم المطلقة لكل من البسط والمقام يكون :

$$\frac{6.26 \times 10^{-3}}{|I_R|} = \frac{3,810}{2 \times 691}$$

حيث اننا استعملنا النتائج العددية السابقة وعليه :

$|I_R| = 2.28$ ملي امبير

وهذا التيار يسري خلال حمل مقاومي مقداره 2000 اوم ومن ثم $P_R = 10.4$ ملي واط و $|E_R| = 4.56$ فولت .

4.2 الحل بدلالة E_g و Z_g و Z_R :

Solution in Terms of E_g, Z_g, and Z_R.

من الممكن التعبير عن معادلات E و I على طول الخط بدلالة E_g و Z_g و Z_R وذلك بتطبيق العلاقات الطرفية $E_s = E_g - I_s Z_g$ و $E_R = I_R Z_R$ على المعادلتين (4.1) و (4.2) وعلى اية حال بدلاً من ذلك سنحاول اشتقاق هذه الهيئة من الحل بطريقة مشابهة لتلك التي استعملت في الجزء (1.6) للحالات العابرة على خط عديم الفقد ، في هذا التحليل سنهمل احتمالية الحالات الموضعية العابرة (Local Transients) في المولد والحمل ويمكن لحالات عابرة كهذه ان تؤثر على كيفية الوصول للحالة المستقرة على الخط ولكن سوف لاتؤثر على النتيجة النهائية او الصورة الفيزياوية العامة للعملية .

عندما يربط المولد لاول مرة بالخط فانه يرى ممانعة مساوية لـ Z_0 الى حين وصول اول انعكاس من الحمل وعليه فلبضع لحظات اولى فان فولتية جانب الارسال للخط ستكون $E_g Z_0/(Z_0 + Z_g)$ وهذه الموجة (التي تخيلناها تتدفق خارجة الى الابد من المولد وتنتشر على الخط) عند المسافة x سيكون لها قيمة :

$$\frac{E_g Z_0}{Z_0 + Z_g} \epsilon^{-\gamma x} \qquad (4.18)$$

وعند وصول هذه الموجة الى الحمل فانها ستنعكس بمعامل انعكاس مساوٍ لـ (راجع المعادلتين (1.25) و (4.12)) :

$$k_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \qquad (4.19)$$

وهكذا تنتقل موجة ثانية راجعة الى المولد . لايجاد تعبير للموجة الثانية نأخذ (4.18) ونضع $x = l$ لايجاد قيمة الموجة عند جانب الحمل ، ثم نضربها بـ k_R لايجاد الفولتية المنعكسة عند تلك النقطة وفي النهاية نضربها بمعامل الانتشار $\epsilon^{-\gamma d} = \epsilon^{-\gamma(l-x)}$ للأخذ بنظر الاعتبار انتقالها الى الوراء وتكون النتيجة :

$$\frac{E_g Z_0}{Z_0 + Z_g} \epsilon^{-\gamma l} k_R \epsilon^{-\gamma(l-x)} \qquad (4.20)$$

وهذه الموجة تصل المولد بالسعة الناتجة من وضع $x = 0$ في التعبير اعلاه وتنعكس هنالك بمعامل مساوِ ل :

$$k_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} \qquad (4.21)$$

والانعكاس الجديد ينتشر الى اليمين كما مبين بعامل الانتشار $\epsilon^{-\gamma x}$ وبجمع هذه العوامل نحصل على تعبير للانعكاس الجديد :

$$\frac{E_g Z_0}{Z_0 + Z_g} \epsilon^{-2\gamma l} k_R k_g \epsilon^{-\gamma x} \qquad (4.22)$$

وبالاستمرار بهذه الطريقة نحصل على متسلسلة غير منتهية (Infinite Series) للانعكاسات وكل واحدة اصغر من سابقتها والمجموع متقارب (Convergent) ويمثل الحالة المستقرة المتكونة في النهاية ويمكن كتابة المتسلسلة غير المنتهية كالاتي :

$$E = \frac{E_g Z_0}{Z_0 + Z_g} [\epsilon^{-\gamma x} + k_R \epsilon^{-2\gamma l} \epsilon^{\gamma x} + k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l} \epsilon^{-\gamma x} + \cdots]$$

او

$$E = \frac{E_g Z_0}{Z_0 + Z_g} \left\{ (\epsilon^{-\gamma x} + k_R \epsilon^{-2\gamma l} \epsilon^{\gamma x})[1 + (k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l}) + (k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l})^2 + \cdots] \right\}$$

تمثل الاجزاء بين الاقواس متسلسلة هندسية غير منتهية (Infinite Geometric Series) بالشكل $1 + a + a^2 + a^3 + \cdots$ والتي تعرف بأنها تقترب (Convergence) من القيمة $1/(1-a)$ $|a| < 1$ وعليه نستطيع كتابة مايلي :

$$E = \frac{E_g Z_0}{(Z_0 + Z_g)(1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l})} (\epsilon^{-\gamma x} + k_R \epsilon^{-2\gamma l} \epsilon^{\gamma x}) \qquad (4.23)$$

هذا التعبير يجب ان يقارن مع هيئات الحل السابقة حيث ان كلها متماثلة بالهيئة وبالمعنى .

المعادلة التي اشتققناها الآن تعطي بصورة واضحة قيمتي ثابت التكامل A_1 و A_2 بدلالة E_g و Z_g و Z_R والنتيجة مرة اخرى هي بهيئة $E^+ + E^-$ حيث ان E^+ هي محصلة الموجة الساقطة المتكونة من حاصل جمع كل الموجات

المنفردة التي تنتقل نحو الحمل و E^- هي محصلة الموجة المنعكسة المتكونة من حاصل جمع الموجات المنفردة والتي تنتقل نحو المولد . وان نسبة الحالة المستقرة E^-/E^+ سبق ان عرفت في المعادلة (4.11) كمعامل انعكاس k وهي مساوية لـ $k_R\epsilon^{-2\gamma l}\epsilon^{2\gamma x} = k_R\epsilon^{-2\gamma d}$ وهذه النسبة تتحدد فقط بالحمل والخط ليس بالمولد ولاتتأثر كلياً بالكمية $k_g = (Z_g - Z_0)/(Z_g + Z_0)$ والتيهي معامل الانعكاس المشاهد من موجة منفردة تنتقل الى الوراء عند وصولها الى طرفي المولد ، وكما هو مبين بالمعادلة (4.23) فان الاخيرة تؤثر على حل الحالة المستقرة فقط من خلال تأثيرها على فولتية جانب الارسال اي خلال تأثيرها على الاتساع للحل الكلي (ايضاً لاحظ المسألة 14 الفصل 2) .

ان الموجة المنعكسة بالقرب من جانب الارسال ستكون صغيرة جداً طالما k_R صغير (من الممكن رؤية ذلك من المعادلة (4.23)) او بدون اعتبار لـ k_R طالما ان التوهين الكلي هو كبير جداً بحيث ان $k_R\epsilon^{-2\alpha l} \ll 1$ ومن وجهة نظر جانب الارسال فان الخط سيكون مكافئاً لخط غير نهائي الطول .

في اشتقاق المعادلة السابقة فرضنا بأن المولد ممكن تمثيله بدقة بقوة دافعة كهربائية على التوالي مع ممانعة داخلية فعالة واذا كان الخط مساقاً بشبكة معقدة فمن الممكن استعمال نظرية ثيفنن لايجاد دائرة مكافئة على التوالي . وعلى اية حال يجب ان يكون مفهوماً بانه من غير الممكن تمثيل كل المصادر بدقة بقوة دافعة كهربائية ذات اتساع ثابت على التوالي مع ممانعة ثابتة وهذا يكون صحيحاً بصورة خاصة عندما يكون الخط مساقاً بصورة مباشرة من مذبذب (Oscillator) حيث ان التأثير الحملي (Loading Effect) للخط قد يؤثر على كل من شدة التذبذب (Intensity of oscillation) والتردد ، التمثيل المتوالي البسيط المبين في الشكلين (4.1) و (4.2) يجب ان يعدّ اقرب مكافئٍ خطي لاي مولد حقيقي مستعمل .

من الملائم (عادةً) التعبير عن المعادلة (4.23) بدلالة المسافة d مقاسة من الحمل وبالتعويض عن $x = l - d$ نحصل على :

$$E = \frac{E_g Z_0 \epsilon^{-\gamma l}}{(Z_0 + Z_g)(1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l})} (\epsilon^{\gamma d} + k_R \epsilon^{-\gamma d}) \qquad (4.24)$$

ومن الممكن الحصول على تعبير للتيار مطابق المعادلة (4.24) وذلك باستعمال المعادلتين (4.5) و (4.6) :- تقسم الفولتية على Z_0 وتعكس اشارة المركبة المنعكسة ثم نحصل على :

$$I = \frac{E_g \epsilon^{-\gamma l}}{(Z_0 + Z_g)(1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l})} (\epsilon^{\gamma d} - k_R \epsilon^{-\gamma d}) \qquad (4.25)$$

ومرة اخرى فان معامل الانعكاس للتيار هو معامل انعكاس الفولتية بعكس الاشارة

4.3 دالات زائدية :Hyperbolic Functions

في الجزء القادم سنعبر عن حلول خط النقل بدلالة الدالات الزائدية . اما في هذا الجزء فسنتعرف باختصار على هذه الدالات .

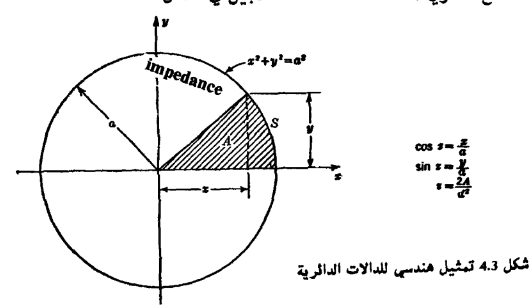
صيغتا اويلر (Euler's Formula) الاسية مع اس خيالي هما :

$$\left.\begin{aligned} \epsilon^{jz} &= \cos z + j \sin z \\ \epsilon^{-jz} &= \cos z - j \sin z \end{aligned}\right\} \qquad (4.26)$$

بجمع وطرح هاتين المعادلتين نحصل على تعبير اسي معروف للجيب وجيب التمام :

$$\left.\begin{aligned} \cos z &= \frac{\epsilon^{jz} + \epsilon^{-jz}}{2} \\ \sin z &= \frac{\epsilon^{jz} - \epsilon^{-jz}}{2j} \end{aligned}\right\} \qquad (4.26)$$

وكما هو معروف جيداً فان الجيب وجيب التمام ممكن تعريفهما لقيم z الحقيقية بواسطة دائرة كما مبين في الشكل (4.3) ، ولهذا السبب فان هاتين الكميتين في بعض الاحيان تسميان الدالات الدائرية (Circular Functions) والزاوية z من الزوايا نصف القطرية وهي مساوية للقوس s مقسومة على نصف القطر a. او هي مساوية لـ $2A/a^2$ حيث ان A هي المساحة المخططة للقطاع الدائري (Circular Sector) المبين في الشكل 4.3 .



شكل 4.3 تمثيل هندسي للدالات الدائرية

من الملائم عادةً تعريف مجموعة مختلفة من الاسيات التي تدعى بجيب التمام الزائدي المقطع (Hyperbolic Cosine) او بالجيب الزائدي المقطع (Hyperbolic Sine)والمختصريين بـCosh ، sinh:

$$\left.\begin{aligned} \cosh z &= \frac{\epsilon^{z} + \epsilon^{-z}}{2} \\ \sinh z &= \frac{\epsilon^{z} - \epsilon^{-z}}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (4.28)$$

ولقيم z الحقيقية فان الاسس (Exponents) تكون حقيقية والتعابير الاسية للدالات الزائدية تكون ابسط من تلك التي للدالات الدائرية واذا اضيفت وطرحت المعادلتان (4.28) فسنحصل على علاقات زائدية مشابهة لـ (4.26) :

$$\epsilon^{\pm z} = \cosh z \pm \sinh z \qquad (4.29)$$

هذه الدالات سميت زائدية المقطع لانه لقيم z الحقيقية من الممكن تمثيل هذه الدالات هندسياً على قطع زائد قائم (Rectangular Ayperbola) كما مبين في الشكل (4.4) والازاحة الزاوية (Argument) مساوية لـ z حيث ان A هي المساحة المخططة للقطاع الزائدي (Hyparbolic Sector) تعرف الدالات الزائدية الاخرى بطريقة مشابهة للدالات الدائرية وكمثال

$$\tanh z = \frac{\sinh z}{\cosh z} \qquad (4.30)$$

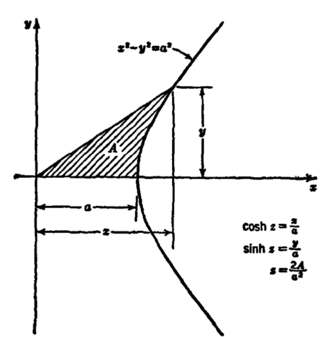


Fig. 4.4. Géometri hyperbola $x^2 - y^2 =$

شكل 4.4 تمثيل هندسي للدالات الدائرية على قطع زائد قائم $x^2 - y^2 = a^2$

ان الجيب وجيب التمام والظل الزائدي تتقاطع مع الاسيتين ϵ^{x} و ϵ^{-x} رسمت في الشكل (4.5) لقيــم الازاحة الزاوية الحقيقية(١) . وبصورة خاصة يجب

ملاحظة علاقة الدالات الزائدية بالاسيات . ومن الممكن البرهنة من التعاريف الاسية على ان الصيغ التفاضلية الآتية تطبق :

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dz}\sinh z &= \cosh z \\ \frac{d}{dz}\cosh z &= \sinh z \\ \frac{d}{dz}\tanh z &= \operatorname{sech}^2 z \end{aligned}\right\} \qquad (4.31)$$

واكثر من ذلك فانه من الممكن برهان متطابقات **(Identities)** مشابهة لتلك الدالات الدائرية ومثال ذلك :

$$\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1 \qquad (4.32)$$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x \cosh y \pm \cosh x \sinh y \qquad (4.33)$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x \cosh y \pm \sinh x \sinh y \qquad (4.34)$$

وبمقارنة المعادلتين (4.27) و (4.28) يظهر لنا بان الدالات الزائدية لازاحة زاوية خيالية ترتبط بعلاقة بسيطة بالدالات الدائرية ذات الازاحة الزاوية الحقيقية اي ان :ـ

$$\begin{aligned} \cosh(jx) &= \cos x \\ \sinh(jx) &= j\sin x \end{aligned} \qquad (4.35)$$

وبطريقة مشابهة :

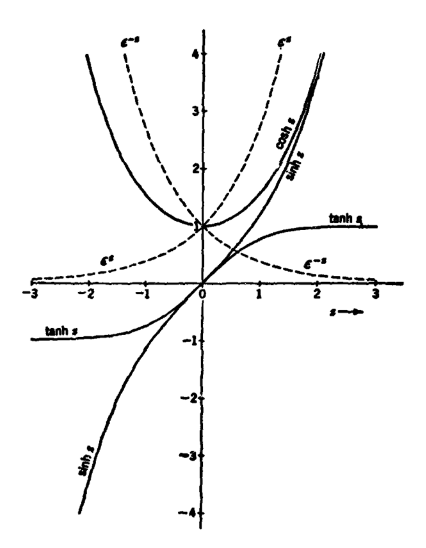
$$\begin{aligned} \cos(jx) &= \cosh x \\ \sin(jx) &= j\sinh x \end{aligned} \qquad (4.36)$$

ولازاحة زاوية مركبة $z = a \pm jb$ نستطيع اما استعمال التعريف (4.28) مباشرة او التعبير عن النتيجة بدلالة الدالات ذات الازاحة الزاوية الحقيقية وذلك بوضع $x = a$ و $y = jb$ في (4.33) او (4.34) ثم يستعمل (4.35) ، والصيغ الناتجة هي :

$$\left.\begin{aligned} \sinh(a \pm jb) &= \sinh a \cos b \pm j\cosh a \sin b \\ \cosh(a \pm jb) &= \cosh a \cos b \pm j\sinh a \sin b \end{aligned}\right\} \qquad (4.37)$$

(١) جداول الدالات الزائدية متوفرة في كتب مختلفة وكمثال لذلك راجع :

H.B. Dwight, «Mathematical Tables,» pp. 148–178, McGraw–Hill Book Company, Inc., New York. 1941.



شكل 4.5 الدالات الزائدية $\cosh s$ و $\sinh s$ و $\tanh s$ ..

4.4 . الهيئة الزائدية للحل Hyperbolic Form of the Solution:

ان هيئات حلول خط النقل سهلت نوعاً ما باستعمال الدالات الزائدية والنتائج الموجزة ، ومن الممكن معالجتها جبرياً وعلى اية حال فان الازاحة الزاوية بصورة عامة مركبة وان الهيئة الزائدية ليس ضرورياً ان تكون اسهل استعمالاً في الحسابات العددية ماعدا في حالة استعمال الخارطة او توفر الجداول للدالات الزائدية ذات الازاحة الزاوية المركبة(١) .

(١) لاحظ :

[1] See A. E. Kennelly, "Tables of Complex Hyperbolic and Circular Functions," Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1927; also, "Chart Atlas of Complex Hyperbolic and Circular Functions," Harvard University Press, Cambridge, Mass.. 1924

من الممكن كتابة المعادلتين (4.7) و (4.8) بالشكل الآتي :

$$E = E_s\left[\left(\frac{\epsilon^{\gamma x} + \epsilon^{-\gamma x}}{2}\right) - \frac{Z_0}{Z_s}\left(\frac{\epsilon^{\gamma x} - \epsilon^{-\gamma x}}{2}\right)\right]$$

$$I = I_s\left[\left(\frac{\epsilon^{\gamma x} + \epsilon^{-\gamma x}}{2}\right) - \frac{Z_s}{Z_0}\left(\frac{\epsilon^{\gamma x} - \epsilon^{-\gamma x}}{2}\right)\right]$$

الكميات المحصورة بالاقواس الداخلية هي جيب التمام الزائد المقطع والجيب الزائد المقطع على التوالي مع ازاحة زاوية مركبة $\gamma x = \alpha x + j\beta x$ وعليه من الممكن كتابة :

$$E = E_s\left(\cosh \gamma x - \frac{Z_0}{Z_s}\sinh \gamma x\right) \qquad (4.38)$$

و

$$I = I_s\left(\cosh \gamma x - \frac{Z_s}{Z_0}\sinh \gamma x\right) \qquad (4.39)$$

حيث ان المسافة x مقامة من جانب الارسال .

وبطريقة مشابهة فان المعادلتين (4.9) و (4.10) ممكن التعبير عنهما بدلالة :

$$E = E_R\left(\cosh \gamma d + \frac{Z_0}{Z_R}\sinh \gamma d\right) \qquad (4.40)$$

$$I = I_R\left(\cosh \gamma d + \frac{Z_R}{Z_0}\sinh \gamma d\right) \qquad (4.41)$$

حيث ان d مقاسه من جانب الاستلام .

ومن الممكن الحصول على ممانعة الخط بتقسيم E على I والتعبير عن النتيجة كالاتي :

$$Z = Z_0\,\frac{Z_R + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_R \tanh \gamma d} \qquad (4.42)$$

عندما تصبح d مساوية لطول الخط فان هذا التعبير هو ممانعة جانب الارسال Z_s .

يمكن كتابة الممانعة الانتقالية (Transfer Impedance) من المعادلة (4.16) كالآتي :

$$Z_{tr} = \frac{E_s}{I_R} = Z_R \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l \qquad (4.43)$$

من الممكن كتابة نسبة تيار جانب الارسال الى تيار جانب الاستلام من المعادلة (4.17) :

$$\frac{I_s}{I_R} = \cosh \gamma l + \frac{Z_R}{Z_0} \sinh \gamma l \qquad (4.44)$$

التعبير السابق هو مركب بصورة عامة والعلاقة (4.37) مفيدة في الحسابات العددية .

مثال :

خذ الخط المحدد في مثال الجزء (4.1) والذي تطبق عليه المعلومات التالية :

$l = 100$ ميل

$f = 1000$ هرتز

$Z_0 = 685 - j\,92$ اوم

$\gamma = 0.00497 + j\ 0.0352$ لكل ميل

$Z_R = 2{,}000 + j\ 0$ اوم

$E_s = 10$ فولت حـ . م . ت

$Z_s = 700 + j\ 0$ اوم

جد ممانعة جانب الارسال للخط وتياره وفولتية جانب الاستلام وذلك باستعمال الهيئة الزائدية لمعادلات الخط .

اولاً سنحسب $\sinh \gamma l$ و $\cosh \gamma l$ وباستعمال المعادلة (4.37) يكون عندنا :

$$\sinh \gamma l = \sinh (0.497 + j3.52) = \sinh 0.497 \cos 3.52 + j \cosh 0.497 \sin 3.52$$

وبما ان 3.52 من الزوايا نصف القطرية مكافئة لـ 202° نحصل على :

$$\sinh \gamma l = -0.518 \times 0.927 - j1.126 \times 0.375$$
$$= -0.480 - j0.422$$

من المعادلة (4.37) لدينا ايضاً :

$$\cosh \gamma l = \cosh 0.497 \cos 3.52 + j \sinh 0.497 \sin 3.52$$
$$= -1.126 \times 0.927 - j0.518 \times 0.375$$
$$= -1.042 - j0.194$$

وبحساب $\tanh \gamma l$ تكون :

$$\tanh \gamma l = \frac{\sinh \gamma l}{\cosh \gamma l} = \frac{-0.480 - j0.422}{-1.042 - j0.194}$$
$$= 0.523 + j0.311$$

يمكن حساب ممانعة جانب الارسال الآن من المعادلة (4.42) ، باستعمال $d = l$ وعليه :

$$Z_s = (685 - j92)\left[\frac{2{,}000 + (685 - j92)(0.523 + j0.311)}{685 - j92 + (2{,}000)(0.523 + j0.311)}\right] = 859 - j325 \text{ اوم}$$

وهذا يتحقق تماماً مع القيمة المحسوبة باستعمال الهيئة الآسية للمعادلات ($861 - j325$) اوم .

ان تيار جانب الارسال سيكون :

$$|I_s| = \left|\frac{E_g}{Z_g + Z_s}\right| = \frac{10}{|700 + 859 - j325|} = 6.26 \times 10^{-3}$$ امبير

ومن الممكن ايجاد تيار جانب الاستلام باستعمال المعادلة (4.44) :

$$\frac{6.26 \times 10^{-3}}{|I_R|} = \left|-1.042 - j0.194 + \left(\frac{2{,}000}{685 - j92}\right)(-0.480 - j0.422)\right|$$

ومنها

$$\frac{6.26 \times 10^{-3}}{|I_R|} = 2.76$$

$$|I_R| = 2.27 \times 10^{-3}$$ امبير

وفولتية جانب الاستلام هي :

$$|E_R| = |I_R| \cdot |Z_R| = 2.27 \times 10^{-3} \times 2{,}000$$
$$= 4.54$$ فولت

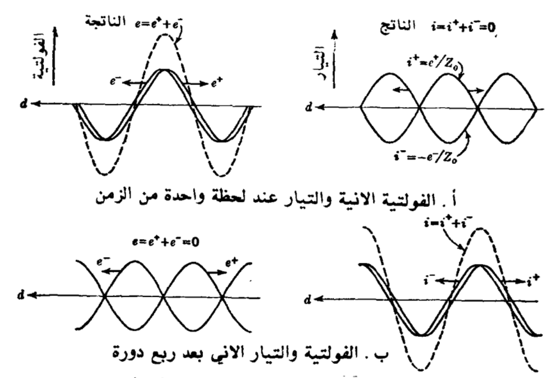
4.5. التداخل ونماذج الموجات المتوقفة :

Interference and Standing-wave Patterns.

تتعلق الاجزاء السابقة بمعادلة الحالة المستقرة للتيار المتناوب والفولتية على خط نقل بصورة عامة حيث ان جزءاً من الطاقة الساقطة تنعكس من الحمل . وبرهنا من الفصل الثاني بأنه عندما لايكون هنالك انعكاس من الحمل فان فولتية وتيار جـ . م . ت يتناقصان اسياً من المولد نحو الحمل ، وعلى اية حال عندما يعكس الحمل جزء من الطاقة الساقطة فان فولتية وتيار جـ . م . ت . يتغيران دورياً على طول الخط تقريباً وهذا التأثير يحدث نتيجة تداخل الموجات الساقطة والمنعكسة ومحصلة التغير تسمى بالموجات المتوقفة **(Standing Wave)** .

ان هذا التأثير مبين باسلوب نوعي في الشكلين (4.6) و (4.8) للحالة القصوى لخط نقل محمل بطريقة بحيث يكون هنالك انعكاس تام ، اي ان الموجة المنعكسة مساوية بالاتساع للموجة الساقطة ، ويحدث هذا اذا لم تمتص الطاقة من قبل الحمل اي انه عندما يكون الانتهاء دائرة قصر **(Short Circuit)** او دائرة مفتوحة **(Open Circuit)** او مفاعلة بحتة .

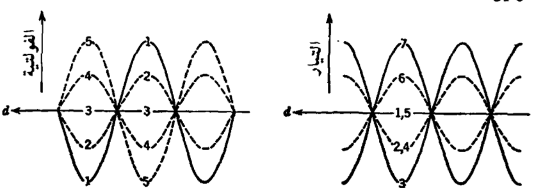
الشكل (4.6) يبيّن موجات متنقلة للتيار والفولتية في لحظتين متعاقبتين من الزمن الفرق بينهما ربع دورة ومركبتا الموجة لهما هيئة جيبية . وعلى اية حال فانهما ينتقلان بعكس الاتجاه بحيث ان كل واحدة تقوي الاخرى عند لحظة بينما يتضاربان وتتحذفان بعد ربع دورة . ان المحصلة الآنية للفولتية او التيار هي مجموع المركبات الساقطة والمنعكسة كما مبينة بالمنحنيات المقطعة لاحظ بان e^+ و i^+ لهما الطور نفسه وان e^- و i^- متعاكسان بالطور .



أ . الفولتية الانية والتيار عند لحظة واحدة من الزمن

ب . الفولتية والتيار الاني بعد ربع دورة

شكل 4.6 التيار والفولتية الانية لخط عندما يعطي الحمل انعكاساً تاماً ($|k_R| = 1$) مع اهمال التوهين .

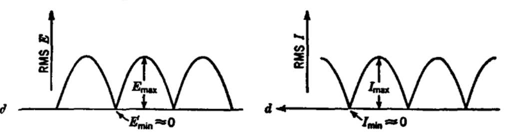


شكل 4.7 المحصلة الانية لقيم الفولتية والتيار مرسومتان للحظات متعاقبة من الزمن ولتسلسل 1 و 2 و 3 ... الخط البياني 1 مطابق للشكل 4.6 أ الخط البياني ٣ للشكل 4.6 ب

الشكل (4.7) يبين بان محصلة الفولتية والتيار مرسومة مع المسافة للحظات متعاقبة من الزمن ، لاحظ بانه عند اية نقطة معينة فان الفولتية والتيار يتغيران جيبياً مع الزمن ولكن اتساع التذبذب مختلف عند النقاط المختلفة على الخط هذا اضافة الى ان هنالك نقاط تتباعد بنصف طول الموجة التي عندها (في هذه الحالة القصوى) الفولتية صفر دائما (باهمال الفقد) . هذه النقاط تسمى نقاط التقاء (Nodes) الموجات المتوقفة كما تسمى نقاط اعلى تذبذب ببطون الموجة (Antinodes) والنموذج بين نقطتي التقاء تسمى بالدارة (Loop) والدارتان المتجاورتان في هذه الموجة المتوقفة القصوية تكونان مختلفين بالطور بـ 180° ، في اية نقطة على الخط تبين مقارنة الاعداد على الرسوم البيانية بان التيار والفولتية متعامدان بالزمن (Time Quadrature) وهذا يتطابق مع توقعاتنا لممانعة مفاعلة مرادفة مع سريان معدل قدرة (Avarage Power) مقداره صفر .

الشكل 4.8 يبيّن ان فولتية وتيار ج . م . ت مرسومتان مع المسافة لحالة انعكاس تام والفولتية في اية نقطة تتذبذب جيبياً مع الزمن وعليه فأن قيمة جـ . م . ت تساوي السعة في تلك النقطة (كما مبين بالشكل 4.7) مقسوماً على $\sqrt{2}$ وعند حدوث انعكاس تام فان جـ . م . ت لنموذج الموجة المتوقفة تحتوي على دارات جيبية تعاقبية مع فولتية نقاط الالتقاء واقعة عند تيار بطون الموجة وتيار الالتقاء مع فولتية بطون الموجات .

ان طريقة ايجاد نماذج الموجات المتوقفة بواسطة القيم الآنية كما مبين في الشكل 4.6 الى 4.8 غير دقيقة وغير متقنة والطريقة العملية الاحسن هي باستعمال المتجهات لتمثيل التيار الساقط والمنعكس وكذلك الفولتية الساقطة والمنعكسة عند اية نقطة على الخط وهذه الطريقة موضحة في الشكل 4.9 . ان اي



شكل 4.8 نماذج الموجات المتوقفة لفولتية وتيار جـ . م . ت مرسومة مع المسافة لخط ذي انعكاس تام

طول اختياري يرسم لتمثيل الفولتية الساقطة عند جانب الاستلام E_R^+ وعندها يحسب معامل الانعكاس لجانب الاستلام كالآتي لاحظ المعادلة (4.12) :

$$k_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0}$$

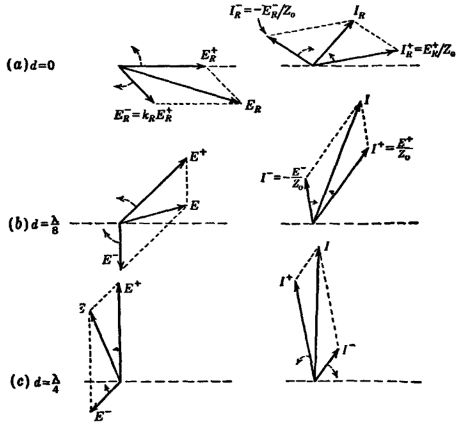
ثم يحسب طول واتجاه E_R^- من العلاقة :

$$E_R^- = k_R E_R^+$$

ويرسم E_R^- بمقياس وتمثل فولتية جانب الاستلام بمجموع المتجهين $E_R^+ + E_R^-$ (عادةً بمقياس غير معروف بالطبع) والتركيب مبين في الشكل (4.9) للحالة الخاصة $k_R = 0.6/\underline{-45°}$, الذي يمثل حملاً له مقاومة وسعة $Z_R = (1.25 - j1.66)Z_0$

من الممكن رسم مركبتي التيار الساقط والمنعكس لجهة الاستلام بصورة مشابهة ومن المعادلة (4.5) :

$$I^+ = \frac{E^+}{Z_0}$$



شكل 4.9 رسم بياني لمتجهات الفولتية والتيار عند ثلاثة مواقع مختلفة على خط نقل ومرسومة لـ $k_R = 0.6/\underline{-45°}$ واخذت زاوية Z_0 مساوية لـ $-10°$. ان الاسهم المنحنية تبين الاتجاهات التي تجعل المتجهات تزاح بالطور كلما ازدادت d

وعليه فان الزاوية بين E_R^+ و I_R^+ يجب ان تكون زاوية الممانعة المميزة Z_0. في الشكل (4.9) رسمت الزاوية عند 10° والتيــار يسبق (Leading) . غالباً من الملائم اختيار طول I_R^+ مساوٍ لطول E_R^+ .

ومن الممكن ايجاد مركبة التيار المنعكس من العلاقة (4.6) التي كانت :

$$I^- = -\frac{E^-}{Z_0}$$

ان مجموع المتجهين $I_R^+ + I_R^-$ يمثل تيار جانب الاستلام كما هو مبين بالرسوم التوضيحية .

من الممكن ايجاد الفولتية النسبية والتيار النسبي عند اية نقطة على الخط وكلما ازدادت المسافة من جهة الاستلام كلما ازيح المتجهان المنعكسان $\underline{E}^-$ و $\underline{I}^-$ باتجاه متخلف (Lagging) وبزاوية مساوية لـ360° لكل طول موجي وبالاضافة الى ذلك فانهما يتوهنان بالاتساع وبعامل مقداره $\epsilon^{-\alpha d}$ وبالعكس فان المتجهين الساقطين E^+ و I^+ يزاحان باتجاه متقدم (Leading) كلما ازدادت المسافة من جهة الارسال وكذلك يكبر اتساعاتهما بالعامل $\epsilon^{\alpha d}$ وفي اية نقطة فان المتجهين الممثلين لفولتية الخط الحقيقي وتياره هما :

$$E = E^+ + E^-$$

و

$$I = I^+ + I^-$$

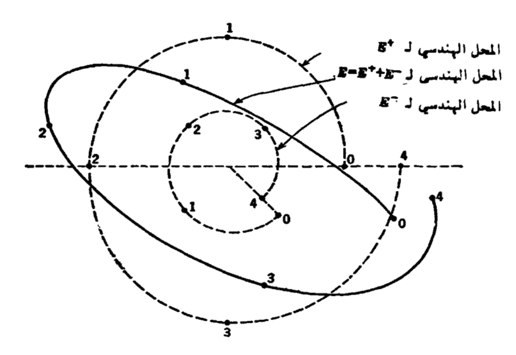
ان التركيب موضح في الشكل (4.9) لـ $d = \lambda/8$ و $d = \lambda/4$ وبافتراض توهين مقداره 0.4 نيبر لكل طول موجي او 3.47 ديسبل لكل طول موجي . وهذا يمكن ان يمثل خط هاتف مفتوح السلك ويشتغل عند تردد مساوٍ لعدة الآف من الهرتز .

ان المحلات الهندسية E^+ و E^- و E موضحة في الشكل (4.10) لطول موجي واحد من الخط الموضح سابقاً والشكل (4.11) يبين نماذج الموجات المتوقفة للفولتية والتيار لعدة اطوال موجية ومن الممكن ان نرى ان التوهين بالموجات المتنقلة ينهي تأثير التداخل كلما ازدادت المسافة من الحمل وعند مسافة كافية فان الفولتية المنعكسة تهمل وان تغير الفولتية والتيار على طول الخط هما في جوهرهما أسيان كما في حالة خط بدون انعكاس .

من الممكن ايجاد سعة ممانعة الخط وزاويتها عند اية نقطة من الرسوم البيانية للمتجهان للشكل (4.9) وطالما ان E و I مرسومان بعلاقتيهما

الطورية الصحيحة فان الزاوية بينهما هي زاوية ممانعة الخط ، واذا جعل الطولان الممثلان لـ E_R^+ و I_R^+ متساويين في البداية فعندها يمكن ايجاد سعة ممانعة الخط من العلاقة :

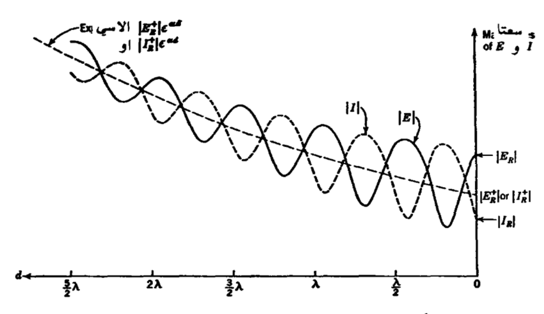
$$|Z| = \frac{E}{I}\frac{\text{طول يمثل}}{\text{طول يمثل}} \times |Z_0| \qquad (4.45)$$



شكل 4.10 رسم قطبي يبين المحلات الهندسية E^+ و E^- ولفولتية الخط على امتداد طول الموجة واحد ، ان الاعداد تبين عدد الارباع الموجية من الحمل ، مرسومة $k_R = 0.6\ (-45^\circ)$ ولتوهين مقداره 0.4 نيبر لكل طول موجة .

والناتجة من الحقيقة : ـ $E^+ = I^+Z_0$ و $E^- = -I^-Z_0$ (راجع المسألة 10) بالرجوع الى الشكل (4.9) فان المتجه I_R يرى في هذه الحالة اصغر من E_R ويسبقه بالطور ، وعليه فان Z_R هي سعوية (Capacitive) وسعتها اكبر من Z_0 وهذا بالطبع يتطابق مع افتراض ممانعة الحمل $Z_R = (1.25 - j1.66)Z_0$: والرسوم البيانية لـ $d = \lambda/8$ و $\lambda/4$ تبين أن الممانعة تصبح اقل من $|Z_0|$ وتتحول حثية :

رسوم بيانية اخرى ستبين ان الممانعة تزداد مرة اخرى لتصبح سعوية ومتكررة دورياً . ان التغير في ممانعة الخط مبين في الشكل (4.12) لبيانات المثال السابق وهذا التغير نموذجي (Typical) لتأثير التداخل على كل خطوط النقل وبسبب التوهين فان ممانعة الخط تقترب من Z_0 عند مسافة كافية من الحمل .

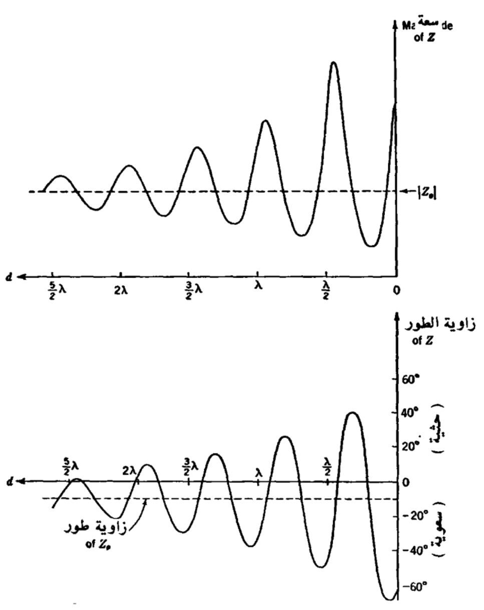


شكل 4.11 اتساعا E و I كدالتين للمسافة من الحمل وهما يطابقان الشكلين 4.9 و 4.10

4.6. رسم كرانك البياني : The Crank Diagram.

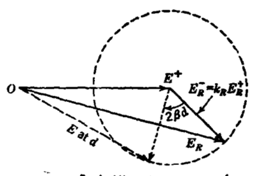
في حالة خط قليل الفقد بالامكان ايجاد نماذج الموجات المتوقفة للفولتية او التيار على طول الخط بسهولة وذلك باستعمال الرسم البياني لكرانك الموضح في الشكل 4.13 وهذا الرسم البياني يتطابق مع الرسوم البيانية للمتجهات المبينة في الشكل (4.9) ماعدا اختلافين : (1) الرسم البياني لكرانك اكثر فائدة عندما $\alpha d \ll 1$ وفي هذه الحالة فان المتجهات لاتتغير كثيراً بالطول . و (2) في الرسم البياني لكرانك المتجه الساقط يبقى اختيارياً ثابتاً ولكي يحافظ على الموضع النسبي الصحيح للطورين E^- و E^+ المتجه الساقط يجب ان يدور مرتين بقدر الزاوية βd .

لعمل الرسم البياني فان خطاً افقياً ذا طول اختياري يجب ان يرسم اولاً ليمثل متجه الفولتية الساقطة E^+ ثم يحسب معامل انعكاس الفولتية لجانب الاستلام ويرسم المتجه $E_R^- = k_R E_R^+$ من نهاية E^+ . ان مجموع الكميتين المتجهتين $E^+ + E_R^-$ يمثل فولتية جانب الاستلام E_R . ولايجاد الفولتية عند المسافة d من جانب الاستلام فان المتجه E^- يدور وباتجاه عقرب الساعة وبزاوية مقدارها $2\beta d$ وان المجموع الجديد للكميتين المتجهتين $E^+ + E^-$ يمثل بصورة صحيحة السعة النسبية للفولتية عند تلك النقطة وان المتجه الذي يمثل فولتية جانب الارسال يحصل عليه بجعل $d = l$ واذا كان اتساع E_s كمية معروفة فان هذا سيثبت مقياس الفولتية للرسم البياني الداخلي .

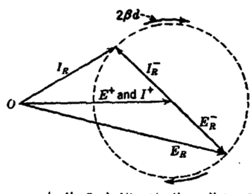


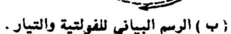
شكل 4.12 اتساع وطور زاوية ممانعة خط المطابقين للشكلين 4.9 و 4.11

الممانعة المميزة لخط قليل الفقد قريبة جداً من مقاومة بحتة وعليه فأن I^+ له طور E^+ نفسه و I^- هو مختل الطور بـ 180° مع E^- . وهذا يؤدي الى الرسم البياني للشكل 4.13 ب الذي يمثّل التيار وكذلك الفولتية . ان طولي I^+ و I^- جعلا مساويين لطولي E^+ و E^- على التوالي بحيث ان المعادلة (4.45) لممانعة الخط تطبق وكلما زادت المسافة من الحمل فأن « الكرانك » يدور مرة لكل نصف طول موجي والمتجهات المرسومة من نقطة الأصل الى الجانبين المتقابلين للقطر الدائر تمثل على التوالي تياراً وفولتية جـ . م . ت على الخط ومن الممكن ايجاد اتساع وزاوية الخط بواسطة المعادلة (4.45) ومن الممكن ايضاً (بالطبع) قياسها من الرسم البياني بواسطة المنقلة .



(أ) الرسم البياني للفولتية





(ب) الرسم البياني للفولتية والتيار .

شكل 4.13 الرسم البياني لكرانك لايجاد تغير الفولتية والتيار على خط قليل الفقد . ان كرانك يدور دورة واحدة لكل نصف طول موجي

عندما يكون للخط فقد كبير فأن التغير غير الملائم لاطوال المتجهات يزيل أحد الغواص الاساسية للرسم البياني وبالذات بساطته .

ربما يتعجب الطالب من امكانية تمثيل نماذج الموجات المتوقفة لـ E (او I) كدالة بسيطة لـ d ، ففي الحالة المحددة بدون انعكاس عندنا $k_R = 0$ يختصر النموذج الى خط مستقيم أفقي (الخط المسطح (Flat line) على حين في الحالة المحددة الاخرى التي لها انعكاس تام عندنا $|k_R| = 1$ وتصبح نماذج الموجات المتوقفة دارات متوالية من الموجة الجيبية وبين هاتين الحالتين القصوتين فأن النموذج يكون له شكل غريب بانخفاضات أكثر حدة من الذروات وانه ليس صعباً البرهنة (باستعمال مثلثات الرسم البياني) بأن مربع الفولتية له تغير جيبي على الخط :

حيث ان K_R هو اتساع معامل الانعكاس عند الحمل و θ_R هي زاويته (يترك البرهنة على هذا الطالب) .

4.7. قياس خواص الخطوط :

Measurement of the Characteristics of Lines

ان المسألة العامة هي ايجاد الممانعة المميزة وثابت الانتشار لخط معين والذي يكون فيزياوياً جاهزاً للقياس والفحص . من الممكن ايجاد هاتين الكميتين بقياس ممانعة المدخل (Input Impeadance) تحت ظرفين : مع النهاية البعيدة دائرة قصر ومع النهاية البعيدة دائرة مفتوحة .

من الممكن الحصول على ممانعة جانب الارسال من (4.42) بوضع $d = l$ ثم مع قصر النهاية البعيدة نحصل على :

$$Z_{s(s)} = Z_0 \tanh \gamma l \qquad (4.47)$$

ومع النهاية البعيدة مفتوحة :

$$Z_{s(o)} = \frac{Z_0}{\tanh \gamma l} \qquad (4.48)$$

ان ملاحظة المعادلتين السابقتين تبين أن من الممكن حساب Z_0 من قياسات دائرة القصر والفتح باستعمال العلاقة :

$$Z_0 = \sqrt{Z_{s(s)} Z_{s(o)}} \qquad (4.49)$$

ان طول الخط لايؤدي الى اي اختلاف نظري وعلى اية حال فانها لاتؤدي الى اختلاف عملي في القياسات المنفردة لـ $Z_{s(s)}$ و $Z_{s(o)}$ وخاصة عندما يكون التوهين الاجمالي صغيراً ولدراسة هذا خذ حالة لتوهين مهمل ، حيث ان $\alpha = 0$ ثم باستعمال (4.37) عندنا $\sinh \gamma l = j \sin \beta l$ و $\cosh \gamma l = \cos \beta l$ وعليه $\tanh \gamma l = j \tan \beta l$ ، ان ممانعتي دائرتي القصر والفتح هما الآن مفاعلتان :

$$Z_{s(s)} \approx j Z_0 \tan \beta l \qquad (4.50)$$

$$Z_{s(o)} \approx \frac{-j Z_0}{\tan \beta l} \qquad (4.51)$$

واذا كان طول الخط عدد فردي من الارباع الموجبة تقريباً فان الزاوية ستكون عــدداً فرديــاً من الاعداد الصحيحة تقريباً مضروباً في $\pi / 2$ من الزاويا نصف القطرية ثم $Z_{s(s)}$ من دائرة مفتوحة و $Z_{s(o)}$ ستقترب من دائرة قصر وهذا يجعل القياسات الدقيقة صعبة ومن جهة اخرى فاذا كان طول الخط عدداً زوجياً من الارباع الموجية تقريباً فان $Z_{s(o)}$ ستكون كبيرة جداً وستكون $Z_{s(s)}$ صغيرة وانه من الملائم ان يكون اتساعا الممانعتين بالرتبة نفسها وعندما يكون اختيار طول الخط حسب الرغبة ممكنأفانناسنرتب بحيث يكون $\tan \beta l$ مساو تقريباً لـ $1/\tan \beta l$. وهذا يحدث عندما يكون طول الخط عدداً فردياً من الاثمان الموجية واذا كان التوهين الاجمالي عالياً فان تغير الممانعة مع طول الخط لايكون كبيراً وانه من غير الضروري اختيار الطول بعناية .

اذا قسمنا المعادلة (4.47) على المعادلة (4.48) فسنحصل على تعبير لثابت الانتشار :

$$\tanh \gamma l = \sqrt{\frac{Z_{s(s)}}{Z_{s(o)}}} \qquad (4.52)$$

$$\alpha l + j \beta l = \tanh^{-1} \sqrt{\frac{Z_{s(s)}}{Z_{s(o)}}} \qquad (4.53)$$

هنالك عدة طرق مكافئة لحساب γl من المعادلة (4.53) واسهل طريقة هي استعمال المتطابقة :

$$\tanh^{-1} u = \frac{1}{2} \log_e \frac{1+u}{1-u} \tag{4.54}$$

ثم نستعمل التعبير الآتي للوغاريتم العدد المركب :

$$\log_e A\angle\theta = \log_e A + j(\theta + n2\pi) \tag{4.55}$$

حيث ان A هو اتساع العدد المركب و θ زاويته و n اي عدد صحيح وبما ان الجزء الخيالي للتعبير الأخير له مالانهاية من القيم فسنظل في شك في اختيار أية قيمة لـ βl ومن الممكن تسوية هذه القضية فقط اذا كان لدينا معلومات اضافية ، كمثال اذا استطعنا ان نخمن بصورة تقريبية قيمة سرعة الانتشار فاننا نستطيع تخمين β ومن ثم اختيار القيمة الصحيحة .

لقد وجد بأن الطريقة السابقة لايجاد γl سوف لاتنتج عنها نتائج مضبوطة عندما يكون الفقد الاجمالي للخط كبيراً بحيث ان كل من $Z_{s(s)}$ و $Z_{s(o)}$ هما تقريباً مساويان لـ Z_0 .

من الممكن ايجاد الثوابت R و L و G و C بتطبيق قياسات ممانعة الدارة المفتوحة ودائرة القصر على مقطع من الخط اقصر جداً من ربع طول الموجة ولـ $\gamma l \ll 1$ عندنا $\tanh \gamma l = \gamma l$ وباستعمال (4.47) لممانعة جانب الارسال ومع دائرة قصر للجانب البعيد سنحصل لطول قصير من الخط على :

$$Z_{s(s)} = Z_0 \gamma l = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \sqrt{ZY}\, l$$

$$Z_{s(s)} = Zl = (R + j\omega L)l \tag{4.56}$$

هذه النتيجة هي التي توقعناها لدارة سلك قصير جداً بحيث ان نظرية الدائرة الصغيرة (Small Circuit Theory) تطبق .

وبطريقة مشابهة وباستعمال (4.48) لممانعة الدائرة المفتوحة سنحصل لطول قصير على مايلي :

$$\frac{1}{Z_{s(o)}} = Yl = (G + j\omega C)l \tag{4.57}$$

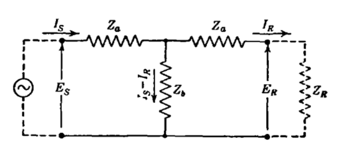
ومرة اخرى فان هذه النتيجة هي التي توقعناها من نظرية الدائرة الصغيرة حيث عندنا هنا سلكان قصيران جداً بالنسبة الى ربع طول الموجة ومتباعدين بوسط عازل ان التأثير هو كتأثير متسعة (Condenser) لها بعض التسرب .

4.8 الشبكات الرباعية الاطراف المكافئة :

Equivalent Four-terminal Networks

من المناسب في بعض الاحيان وجود دائرة مكافئة ذات ثابت مكتل التي تشابه الخواص الطرفية لخط عند تردد معين وعندما يكون الخط طويلاً كهربائياً فان قيم العناصر في الدائرة المكافئة تتغير بسرعة مع التردد وعليه فان دائرة كهذه تكون مفيدة غالباً عند اعتبار الحالة المستقرة لتردد واحد . ان خط النقل اساساً هو شبكة رباعية الاطراف وفي الامكان ولاغلب التطبيقات تسميتها بدقة اكثر بـ « زوج ثنائي الطرف » (Two Terminal Pair) حيث ان طرفين من الاطراف صمما كطرفي ادخال والاخران كطرفي اخراج ولا يوجد اتصال خارجي بين النهايتين .

لشروط الحالة المستقرة عند تردد واحد سنبرهن انه من الممكن تمثيل خط النقل اما الزوج ثنائي الطرف اما بشكل T أو π



شكل 4.14 شبكة رباعية الاطراف مربوطة كشكل التي تكون مكافئة لخط نقل في الحالة المستقرة عند تردد واحد .

يبين الشكل (4.14) زوجاً ثنائي الطرف مربوط على شكل T خواصه الطرفية (اذا كان ممكناً) مساوية لخواص خط نقل معين . وحيث انه من الممكن تبديل نهايتي خط نقل منتظم بدون التأثير على النتائج فاننا نتوقع بان الشبكة ستكون متناظرة وبان ذراعي التوالي سيكون لهما ممانعتان متساويتان وسنضع الان معادلات زوج ثنائي الطرف وسنبرهن بانه من الممكن ان تكون هذه المعادلات مكافئة لمعادلات خط النقل المنتظم . ان ازاحة الطور خلال الشبكة ستكون الازاحة بالطور الناتجة من موجة متنقلة على خط نقل نفسها وان التوهين في الخط سيمثل بالفقد في الشبكة .

اذا كتبنا معادلة الفولتية حول كل شبيكتين (Two Meshes) في الدائرة المكافئة سنحصل على :

$$(Z_a + Z_b)I_s - Z_b I_R = E_s \qquad (4.58)$$

$$-Z_b I_s + (Z_s + Z_b) I_R = -E_R \qquad (4.59)$$

وللحصول على المعادلة المطابقة لخط النقل استعمل المعادلة (4.39) مع $x = l$ والمعادلة (4.41) مع $d = l$ لكي نحصل على :

$$I_R = I_s \cosh \gamma l - \frac{E_s}{Z_0} \sinh \gamma l \qquad (4.60)$$

$$I_s = I_R \cosh \gamma l + \frac{E_R}{Z_0} \sinh \gamma l \qquad (4.61)$$

ومن الممكن اعادة ترتيب هاتين المعادلتين بهيئة (4.58) و (4.59) مباشرة والنتيجة هي :

$$(Z_0 \coth \gamma l) I_s - \left(\frac{Z_0}{\sinh \gamma l}\right) I_R = E_s \qquad (4.62)$$

$$-\left(\frac{Z_0}{\sinh \gamma l}\right) I_s + (Z_0 \coth \gamma l) I_R = -E_R \qquad (4.63)$$

وبالمقارنة مع المعادلتين (4.58) و (4.59) سنحصل على :

$$Z_b = \frac{Z_0}{\sinh \gamma l} \qquad (4.64)$$

$$Z_a + Z_b = Z_0 \coth \gamma l \qquad (4.65)$$

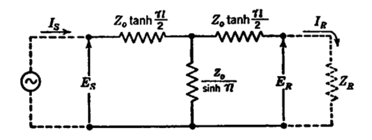
وبحذف Z_b من المعادلتين (4.64) و (4.65) واستعمال المتطابقة $(\cosh z - 1)/\sinh z = \tanh z/2$ نجد ان :

$$Z_a = Z_0 \tanh \frac{\gamma l}{2} \qquad (4.66)$$

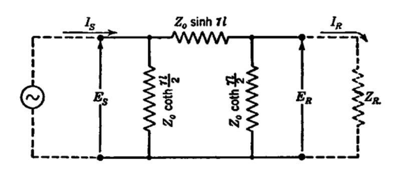
وبالرجوع الى الشكل (4.14) واستعمال المعادلتين (4.64) و (4.66) نحصل على الدائرة المكافئة في الشكل (4.15) ويجب التأكيد مرة اخرى على ان الشبكة المعطاة مكافئة لخط النقل الحقيقي عند تردد واحد فقط حيث ان التغير بالتردد سيبدل قيمة γ تتغير ايضاً Z_0 نوعاًما .

الزوج الثنائي الطرف المطابق والمربوط بشكل π من الشبكة المربوطة على شكل T وذلك باستعمال تحويلتي T-π او $\Delta - Y$ المعروفين جيداً وان النتيجة مبينة في الشكل 4.16 .

من المرغوب فيه رسم دائرة مكافئة تقريبية لخط نقل أقصر جداً من ربع طول الموجة (عندما $\gamma l \ll 1$) ، عليه في المعادلة 4.64 نستطيع كتابة $\sinh \gamma l \approx \gamma l$ وفي المعادلة (4.66) عندنا بطريقة مشابهة $\tanh \gamma l/2 \approx \gamma l/2$ والتذكير بأن $Z_0 = \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)}$ و $\gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$ نستطيع كتابة ما يأتي :



شكل 4.15 شبكة T المكافئة .



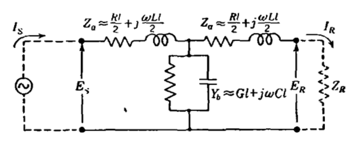
شكل 4.16 هيئة π لشبكة مكافئة .

$$Z_a \approx \frac{(R + j\omega L)}{2} l \tag{4.67}$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_b} \approx (G + j\omega C)l \tag{4.68}$$

ان الدائرة المكافئة المطابقة مبينة في الشكل (4.17) وكما نتوقع لخط قصير فان هذه الدائرة مطابقة لمقطع واحد من الخط المكتّل(Lumpy Line)والذي بدأنا به في الفصل الاول (قارن شكل 1.3) وان خط قدرة تردده 60 هرتز أقصر جداً من ربع الموجة يمكن تحليله بطريقة مشابهة كما انه من الممكن اعتبار مقطع صغير لخط تردد عالي بالطريقة نفسها وبالاضافة الى انه من الممكن غالباً اهمال الفقد تاركين فقط المحاثة والسعة . في دوائر الممانعة العالية فان تأثير السعة الموازية هو أكثر اهمية ويمكن اهمال المحاثة غالباً وكمثال على هذا ربط مرسمة أشعة المهبط

(Cathod Ray Oscilloscope) بمضخم خلال مقطع قابلو محوري ففي هذه الحالة المتسعة الموازية للقابلو قد تحمّل الدائرة عند ترددات اعلى وفي دوائر الممانعة الواطئة جداً يكون تأثير المتسعة الموازية مهمل ويصبح وهبوط الفولتية (Voltage Drop) عبر المحاثة مهماً .



شكل 4.17 دائرة مكافئة تقريبية لخط اقصر من ربع طول الموجة بكثير .

4.9 نسبة الادخال وفقد الادخال :

Insertion Ratio and Insertion Loss.

الكميتان المسميتان نسبة الادخال وفقد الادخال تستعملان لوصف تأثير ادخال شبكة رباعية (قد يكون خط نقل) بين المولد والحمل ، كمقارنة مع الربط المباشر بين الاثنين . اعتبر الشكل 4.18 أ الذي له ، مع ادخال شبكة رباعية الاطراف ، فولتية جانب الاستلام E_R وفي الجانب الآخر اذا استعمل ربط مباشر بين المولد والحمل كما في الشكل 4.18ب ففولتية جانب الاستلام ستكون E_R' وعندها تُعرَف :

$$\frac{E_R'}{E_R} = \text{نسبة فولتية الادخال} \qquad (4.69)$$

وطالما اننا نعتبر فولتيتين عبر نفس الممانعة فان نسبة الادخال للتيار يجب ان تكون نفسها للفولتية ونسبة الادخال للقدرة (في بعض الاحيان تدعى نسبة فقد القدرة (Power Loss Ratio) ستكون مساوية لمربع الاتساع للمعادلة (4.69) .

ان مصطلح فقد الادخال يرمز لاتساع تأثير الادخال كما يعبر عنه بنيبر او ديسبل اي ان :

$$\text{فقد الادخال} = \log_e \left|\frac{E_R'}{E_R}\right| \quad \text{نيبر} \qquad (4.70)$$

$$\text{فقد الادخال} = 20 \log_{10} \left|\frac{E_R'}{E_R}\right| \quad \text{ديسيبل}$$

وبالرجوع الى الشكل (4.18 ب) فان فولتية الحمل مع ربط مباشر هو :

$$E_R' = \frac{Z_R}{Z_R + Z_g} E_g \qquad (4.71)$$

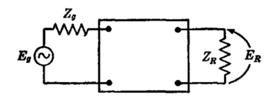
من الممكن الحصول على فولتية جانب الاستلام لخط نقل منتظم من المعادلة (4.24) مع $d = 0$ ، ان النتيجة هي :

$$E_R = \frac{E_g Z_0 \epsilon^{-\gamma l}(1 + k_R)}{(Z_0 + Z_g)(1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l})} \tag{4.72}$$

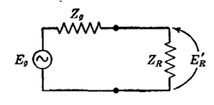
حيث ان :

$$k_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \tag{4.73}$$

$$k_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}. \tag{4.74}$$



(أ) شبكة رباعية الاطراف مدخلة بين مولد وحمل



(ب) مع ربط مباشر .

شكل 4.18 توضيح المعنى لنسبة فولتية الادخال E_R'/E_R.

بقسمة (4.71) على (4.72) نحصل على نسبة فولتية الادخال لخط نقل منتظم :

$$\frac{E_R'}{E_R} = \epsilon^{\gamma l}\left[\frac{Z_R(Z_0 + Z_g)}{Z_0(Z_R + Z_g)(1 + k_R)}\right](1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l}) \tag{4.75}$$

من الممكن تبسيط العامل الوسطي من هذا التعبير وذلك بالتعبير عن Z_R و Z_g بدلالة k_R و k_g على التوالي وبحل المعادلة (4.73) والمعادلة (4.74) لـ Z_g نحصل على :

$$Z_R = \frac{1 + k_R}{1 - k_R} Z_0$$

و

$$Z_g = \frac{1 + k_g}{1 - k_g} Z_0$$

وبتعويض هذه العلاقات فان العامل الوسطي للمعادلة (4.75) يتبسط الى $1/(1 - k_R k_g)$ وبالمقابل فانه من الممكن كتابة نسبة الادخال كالآتي :

$$\frac{E_R'}{E_R} = \epsilon^{\gamma l}\left(\frac{1}{1 - k_R k_g}\right)(1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l}) \tag{4.76}$$

ان العامل الاخير سيكون واحداً تقريباً لخط طويل كثير الفقد هذا بالاضافة الى انه اذا كان كل من $Z_R = Z_0$ او $Z_g = Z_0$ ، فان العاملين الأخيرين كليهما يختصران الى واحد ونسبة فقد الادخال تصبح $\epsilon^{\gamma l} = \epsilon^{\alpha l}\epsilon^{j\beta l}$ اي ان : له اتساع $\epsilon^{\alpha l}$ وزاوية طور βl من الزوايا النصف قطرية .

ان اتساع (4.76) هو :

$$\left|\frac{E_R'}{E_R}\right| = \epsilon^{\alpha l}\left|\frac{1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l}}{1 - k_R k_g}\right| \tag{4.77}$$

ان فقد الادخال هو لوغاريتم (4.77) وبالنيبر يكون :

$$\text{فقد الادخال} = \alpha l - \log_e |1 - k_R k_o| + \log_e |1 - k_R k_g \epsilon^{-2\gamma l}| \quad \text{نيبر} \quad (4.78)$$

والتعبير المطابق بالديسيبل هو :

$$= 8.686\alpha l - 20 \log_{10} |1 - k_R k_o| + 20 \log_{10} |1 - k_R k_o \epsilon^{-2\gamma l}| \quad \text{ديسبل} \quad (4.74)$$

فقد الادخال

أن الحد الاخير هو صفر تقريبا لخط طويل كثير الفقد واذا كانت $Z_r = Z_0$ او $Z_g = Z_0$ يبقى الحد الاول فقط يصبح فقد الادخال ببساطة نيبر او 8.686 ديسيبل .

مسائل

1 . خــط هاتــف مــفــتوح نــســلــك لــه $Z_0 = 717 - j139$ أوم و $\gamma = 0.00718 + 0.0358$ لكل ميل عند التردد 1,000 هرتز . طول الخط 100 ميل ومنتهٍ بـ $Z_R = 2,000 + j0$ اوم .

أ . احسب القيم المركبة لـ $e^{\gamma l}$ و $e^{-\gamma l}$

ب احسب الممانعة الانتقالية $Z_{tr} = E_s/I_R$.

جـ . اذا كانت $E_s = 10.0/\underline{0^\circ}$ فولت جـ . م . ت اوجـد اتساع وطور I_R .

2 . احسب ممانعة جانب الارسال للخط المذكور في السؤال 1 واوجد اتساع تيار جانب الارسال وقدرة جانب الارسال .

3 . خط هاتف مفتوح السلك له $Z_0 = 649 - j82.9$ اوم و $\gamma = 0.0539 + j0.0353$ لكل ميل عند التردد 1000 هرتز . الخط مساق بمولد له $E_g = 10.0$ فولت جـ . م . ت و $Z_g = Z_0$ ومنته بدائرة مفتوحة تبعد 125 ميلاً من جانب الارسال . احسب اتساع الفولتية عند جانب الاستلام .

4 . من التعاريف الاسية للدالات الزائدية احسب قيم $\sinh 0.6$ و $\cosh 0.6$ و $\tanh 0.6$.

5 . برهن على ان $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$

6 . من التعاريف الاسية للدالات الزائدية برهن على ان :

$\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$ and that $\cosh(x + y) = \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y$.

7 . بين من التعاريف الاسية ان $\tanh jb = j \tan b$.

8 . برهن المعادلتين (4.40) و (4.41) من المعادلتين (4.9) و (4.10) .

. خط طوله 100 ميل له $Z_0 = 717 - j139$ اوم و $\gamma = 0.00718 + j0.0358$ لكل ميل عند التردد 1000 هرتز .

أ ـ احسب $\sinh \gamma l$ و $\cosh \gamma l$ و $\tanh \gamma l$.

ب . احسب ممانعة جانب الارسال عند فتح جانب الاستلام .

حـ . إحسب ممانعة جانب الارسال عند قصر دائرة الاستلام

10 . افرض في رسم بياني مشابه للشكل 4.9 ان طول اي متجه فولتية يرمز له بـ l_E وطول متجه التيار المطابق بـ l_I وارمز لعوامل القياس (Scale Factor) للرسم البياني بـ S_E = مقياس فولتية بفولت لكل وحدة طول و S_I = مقياس تيار بامبير لكل وحدة طول :

برهن على انه اذا كان $l_E^+ = l_I^+$ فان $S_E/S_I = |Z_0|$ و $|Z| = (l_E/l_I)\,|Z_0|$.

11 . خط نقل له $Z_0 = 690 \quad \angle -11.8^\circ$ اوم و $\gamma = 0.0075 + j\,0.0351$ لكل ميل عند 1000 هرتز والخط منتهٍ بدائرة قصر عند جانب الاستلام .

أ . ارسم رسماً بيانياً اتجاهي vector diagrams مشابهاً للشكل 4.9 وللمسافات الآتية من جانب الاستلام : $d = 0$ و $d = 65$ ميل .

ب . اذا كان اتساع تيار جانب الاستلام هو 5.0×10^{-2} امبير جد مقياس الفولتية والتيار للرسم البياني بالفولت لكل انج والامبير لكل انج على التوالي .

حـ . من الرسم البياني جد كلًا من اتساع وزاوية طور الممانعة عند $d = 65$ ميل وجد فولتية وتيار الخط عند هذا الموقع .

12 . خط نقل تردد عالٍ له $Z_0 = 400 + j\,0$ اوم و $Z_R = 150 - j\,200$ اوم وطوله 8 / 11 طول موجة وفولتية جانب الارسال هي 100 فولت جـ . م . ت اهمل الفقد :

أ . احسب معامل الانعكاس المركب عند جانب الاستلام

ب . ارسم رسم كرانك البياني للخط وأشر النقاط التي تمثل الفولتية والتيار عند نهايتي الخط وجد مقياس الفولتية والتيار بالفولت لكل سم والامبير لكل سم على التوالي .

جـ . باستعمال رسم كرانك البياني ارسم نماذج الموجات المتوقفة للفولتية والتيار على طول الخط وجد اتساعاً تيار وفولتية جانب الاستلام .

13 . خط تردد عالي، قليل الفقد له $Z_0 = 400 + j\,0$ اوم انهي بـ $Z_R = -j400$ اوم ، ارسم كرانك البياني لهذا الخط وجد ممانعة الخط عند المسافات التالية من جانب الاستلام :

$\lambda/2,\ d = \lambda/16, \lambda/8, 3\lambda/16,\ \lambda/4,\ 3\lambda/8$

14 . خط قليل الفقد له $Z_0 = 400 + j\ 0$ اوم يشتغل عند طول موجة مقدارها 3 امتار ، باستعمال رسم كرانك البياني خطط نماذج الموجات المتوقفة للفولتية والتيار على مسافة 3 أمتار من جانب الاستلام للشرطين التاليين :

أ . جانب استلام دائرة قصر ، $|I_R| = 1.0$ امبير جـ . م . ت

ب . جانب استلام مفتوح الدائرة ، $|E_R| = 400$ فولت جـ . م . ت

15 . برهن المعادلة (4.46) التي تعطي تغير $|E|^2$ على طول خط قليل الفقد .

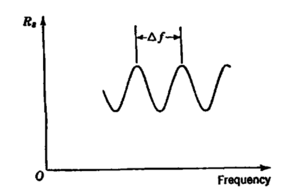
16 . احسب اتساع معامل الانعكاس وزاويته لكل من ممانعات جانب الاستلام الآنية وأشر النقاط على صفحة ذات احداثيات قطبية :

$Z_R = 0$ ، $Z_0 / 3$ ، Z_0 ، $3 Z_0$ وغير نهائية وكذلك $- j2Z_0$ ، jZ_0 ، $Z_R = - jZ_0$ و $2Z_0$.

17 . قيست الممانعات الآتية عند جانب الارسال لخط هاتف مفتوح السلك طوله 70 ميل :

(أ) مع جانب الاستلام دائرة قصر كانت ممانعة جانب الارسال $469/\underline{-66.9°}$ اوم عند تردد 1000 هرتز .

(ب) ومع جانب الاستلام مفتوح الدائرة كانت ممانعة جانب الارسال $681/\underline{55.1°}$ اوم عند تردد 1000 هرتز . استخرج الممانعة المميزة للخط وكذلك ثابتي التوهين والطور لكل ميل .



شكل P 18 تأثير عدم الانتظام

18 . اذا كان هنالك عدم انتظام (Irregularity) على خط نقل فان ممانعة المدخل للخط ستتماوج الى الاعلى والأسفل كلما ازداد التردد يبين الشكل P 18. خطأ بيانياً نموذجياً(Typical Graph) للمركبة المقاومة لممانعة المدخل برهن على ان المسافة الى نقطة عدم الانتظام هي :

$$x = \frac{v}{2\Delta f}$$

حيث ان v هي سرعة الطور و Δf هو التردد بالهرتز بين ذروتين متجاورتين للممانعة .

19 . ابتديء بالشبكة T المكافئة في الشكل 4.15 وباستعمال تحويل Δ Y برهن على ان شبكة π في الشكل (4.16) هي تكافؤ صحيح (صيغ التحويل موجودة في الجزء 10.9) . لاحظ المتطابقات الزائدية الآتية :

$$\tanh\frac{z}{2} = \frac{\sinh z}{\cosh z + 1} = \frac{\cosh z - 1}{\sinh z}$$

20 . اوجد شبكة T المكافئة عند التردد 1,000 هرتز . لخط النقل المحددة ثوابته في مثال الجزء (4.4) باستعمال هذه الدائرة المكافئة ، احسب ممانعة المدخل للخط بكون جانب الاستلام دائرة مفتوحة ثم جد اتساع الفولتية عبر الجانب المفتوح اذا كانت فولتية جانب الارسال 4.5 فولت جـ . م . ت .

21 . اوجد شبكة π المكافئة عند التردد 1,000 هرتز بخط النقل المحددة ثوابته في مثال الجزء 4.4 باستعمال هذه الدائرة المكافئة ، احسب اتساع تيار جانب الاستلام اذا كان جانب الاستلام دائرة قصر وقد سلطت فولتية مقدارها 5 فولت على جانب الارسال .

22 . احسب نسبة الادخال وفقد الادخال بالديسيبل لمثال الجزء 4.1 .

23 . خط نقل انهي بحيث يكون له انعكاس كلي عند جانب الاستلام . ($|E_R^+| = |E_R^-|$)

أ . برهن على ان منحني الغلاف (Envelop Curves) لنماذج الموجات المتوقفة للفولتية هما :

الغلاف العلوي $2|E_R^+| \cosh \alpha d$ = Upper envelope

الغلاف السفلي $2|E_R^+| \sinh \alpha d$ = Lower envelope

حيث ان d هي المسافة مقاسة من جانب الاستلام .

ب . برهن على ان منحني الغلاف لنماذج الموجات المتوقفة للتيار هما مماثلان للفولتية ماعدا انهما مقسومان على $|Z_0|$.

حـ . اشتق منحني الغلاف لاتساع ممانعة الخط .

24 . استعمل نتائج المسألة 23 لتخطيط (Sketch) نماذج الموجات المتوقفة لـ E و I مع d لمسافة 300 ميل من جانب الاستلام ولخط يشتغل تحت الشروط التالية :

$\alpha = 0.00576$ نيبر لكل ميل ، $\lambda = 90$ ميل ، $|E_R^+| = 7.0$ فولت جـ . م . ت و $|Z_0| = 700$ اوم ومع :

أ . جانب الاستلام دائرة قصر .

ب . جانب الاستلام مفتوح الدائرة .

25 . مضخم تردد راديوي موالف (Tuned R. F Amplifier) له دائرة متوازية مكونة من LC ، $L = 125$ مايكروهنري وسعة تجعل الدائرة ترن عند 2.0 ميكا هرتز . لاغراض القياس ربط احد طرفي قابلو محوري عبر دائرة الـ LC وربط الطرف الآخر للقابلو بجهاز قياس ممانعة مدخله الفعالة غير نهائية . وفقاً لمواصفات المصنع فان القابلو له ممانعة مميزة مقدارها 52 أوم وسعة 28.5 مايكروفراد لكل قدم وطول القابلو $2\frac{1}{2}$ قدم . ماهي كمية التغير في تردد الرنين للدائرة الناتجة من ربط القابلو ؟

26 . خط نقل طوله 75 ميلاً يشتغل على تيار مستمر ثوابته : $R = 86.0$ اوم لكل ميل و $G = 2.5 \times 10^{-6}$ سيمنس لكل ميل وفولتية جانب الارسال 24.0 فولت وجانب الاستلام دائرة قصر ، باستعمال هيئة زائدية لحل الخط ، اوجد ممانعة جانب الارسال وتيار جانب الاستلام .

27 . اذا كان خط المسألة 26 مفتوح الدائرة عند جانب الاستلام جد ممانعة جانب الارسال وفولتية جانب الاستلام باستعمال الهيئة الزائدية لحل الخط .

الفصل الخامس
خرائط خطوط النقل
TRANSMISSION-LINE CHARTS

5.1 مقدمة :

ان الطالب الذي حسب الخواص لبعض خطوط النقل باستعمال العلاقات المشتقة في الفصل السابق يعرف اهمية القول بان الحسابات تكون نوعاً ما متعبة ، علاوة على ذلك فبعد حساب مجموعة واحدة من الحسابات يلاقي صعوبة في رؤية كيفية تأثير النتائج عند التغير في النظام . وبمحاولة جعل الحسابات اسهل ، فان عدة خرائط ظهرت وبالرغم من ان دقة الحسابات الناتجة من استعمال هذه الخرائط بصورة عامة ليست بدقة استعمال الحاسبة الالكترونية الصغيرة فهي جيدة نوعاً ما لاغراض عديدة ويمكن استعمال هذه الخرائط لخطوط ذات فقد (lossy) ولخطوط عديمة الفقد (lossless) فهي تختصر عدة حسابات تكون صعبة جداً بطرق اخرى .

تم عمل اوائل الجداول المحضرة لمسائل خطوط النقل من قبل A. E. Kennely (راجع الملاحظة على صفحة 106) ، هذه الخرائط تعطي القيم للدوال الهندسية الدائرية والزائدية المقطع على مدى الازاحات الزاوية المركبة (Arguments) واستعملت في الحلول الزائدية المقطع في المعدلات (4.38) و (4.44) ، الا ان هذه الخرائط كانت كبيرة ولا تطبع الآن تلك الخرائط والجداول .

في الفقرة الثانية سوف نطور نوعين من الخرائط البسيطة المستعملة والتي تكون متوفرة عموماً .

5.2 معامل الانعكاس وممانعة الخط :

The Reflection Cofficieint and the Line Impe dance

في المعادلة (4.11) عرفنا معامل الانعكاس لأية نقطة على خط نقل بأنه النسبة بين حالة الاستقرار للفولتية المنعكسة والفولتية الساقطة على تلك النقطة :

$$k = \frac{E^-}{E^+} \qquad (5.1)$$

هذه النسبة تتحدد كلياً بواسطة الحمل والخط ، وفي نقطة الاستلام تعطى بالرقم المركب :

$$k_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} \quad (5.2)$$

وكما برهن في المعادلة (4.13) فان التغير في النسبة على الخط هو :

$$k = k_R\epsilon^{-2\gamma d} = k_R\epsilon^{-2\alpha d}\epsilon^{-j2\beta d} \quad (5.3)$$

حيث ان d هي المسافة من جانب الاستلام ، واذا رمزنا للاتساعات بـ K وزوايا الطور بـ θ فانه يمكن كتابة الكمية k_R كالآتي :

$$k_R = K_R\epsilon^{j\theta_R} = K_R\underline{/\theta_R}$$

ويمكن كتابة المعادلة (5.3) كالاتي :

$$k = K\underline{/\theta} \quad (5.4)$$

حيث ان :

$$K = K_R\epsilon^{-2\alpha d} \quad (5.5)$$

(5.6) من الزوايا نصف القطرية $\theta = \theta_R - 2\beta d$

كلما ابتعدنا عن الحمل فان اتساع K يقل بالمعامل $\epsilon^{-2\alpha d}$ وان هذا المضاعف الاسي متسبب من النقصان بـ E^- والزيادة المقابلة بـ E^+ . تقل الزاوية θ او تزاح بالاتجاه المتأخر بمقدار $2\beta d$ من الزوايا نصف القطرية والتي تبلغ 360° في كل نصف موجة ، يمكن توقع هذا من الحقيقة ان E^+ و E^- ترجعان بالطور نفسه مع بعضهما عند هذه المسافة .

على خط عديم الفقد (حيث ان $\alpha = 0$) فان اتساع k يبقى ثابتاً وزاوية الطور تتغير فقط . بعد ذلك سنبين الترابط بين معامل الانعكاس وممانعة الخط وكما عرفنا فان ممانعة الخط في اي نقطة هي النسبة المركبة بين الفولتية الى التيار في تلك النقطة :

$$Z = \frac{E}{I} \quad (5.7)$$

وباستعمال العلاقات: $I = I^+ + I^- = E^+/Z_0 - E^-/Z_0, E = E^+ + E^-$ نستطيع ان نكتب :

$$Z = \frac{E^+ + E^-}{E^+/Z_0 - E^-/Z_0}$$

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{1 + E^-/E^+}{1 - E^-/E^+} \quad (5.8)$$

ونميز ان النسبة E^-/E^+ هي معامل الانعكاس المركب k ، ان النسبة Z/Z_0 ستتكرر في الصفحات القادمة ومن الملائم ان نعتبرها كمية بحد ذاتها وسنسميها المعيارية (Normalized) او لكل وحدة ممانعة وسنرمز لها بـ z بقسميها الحقيقي r والخيالي x

$$\frac{Z}{Z_0} = z = r + jx \qquad (5.9)$$

ان تعيير (Normalizing) ممانعة (وذلك بتقسيمها على Z_0) ينتج تغيراً في المقياس بحيث ان وحدة الممانعة هي Z_0 اوم وليست 1 اوم .

ان العلاقات المعطاة بالمعادلة (5.8) يمكن التعبير عنها بدلالة ممانعة الخط المعيرة ومعامل الانعكاس كما يأتي :

$$z = \frac{1+k}{1-k} \qquad (5.10)$$

يمكن التعبير عن هذه المعادلة بحلها بالنسبة الى k :

$$k = \frac{z-1}{z+1} \qquad (5.11)$$

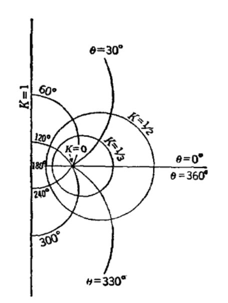
ان الترابط بين معامل الانعكاس المركب من ناحية والممانعة المركبة المعيارية من ناحية اخرى (كما هو مبين في المعادلتين السابقتين) ممثل بطريقة بيانية بالخارطتين التي سوف نشرحهما في الفقرة الآتية . هذه العلاقة مع التغير المعروف لـ k على الخط تبسط الحسابات الى حدٍ كبير .

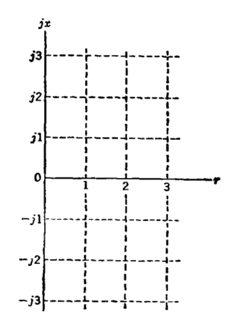
5.3 . خرائط الاحداثيات المتعامدة والدائرية لخط نقل :

The Rectangular and Circular Transmission-line Charts.

ان واحدة من خرائط النقل الاكثر شيوعاً هي رسم للممانعة المعيارية z على احداثيات متعامدة مع خطوط تمثل k متراكبة عليها (كما في الشكل 5.1) وهنالك رسم تخطيطي اكثر استعمالاً يسمى عادة بخارطة سميث(١) (Smith Chart) ، في هذه الخارطة يرسم k باحداثيات قطبية ويحتوي على خطوط لـ z متراكبة عليها (شكل 5.2) . ان خارطة سميث هي فعلاً شكل عام لرسم كرانك التخطيطي المبين في الشكل 4.13 . هنالك خرائط مرسومة بدقة اكثر كما في الشكلين 5.3 و 5.4 ، وهنالك خرائط مطبوعة ودقيقة متوفرة تجارياً

P. H. Smith, Transmission Line Calculator, Electronics, January, 1939, P. 29, and An Improved Transmission Line Calculator, Electronics, Jaunuary, 1944, p. 130.
(131)

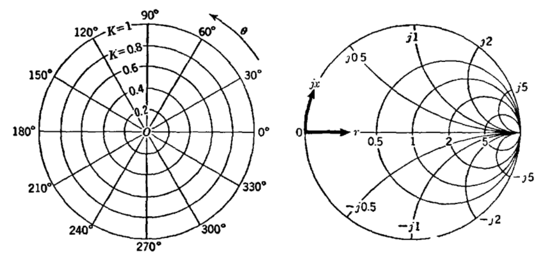




(أ) يبين الاحداثيات المتعامدة للممانعة والتي تركب على الاحداثيات المعمارية $z = Z/Z_0$ المبينة الى اليسار per n at the left.

(ب) الخطوط لـ K الثابت

شكل 5.1 مجموعتان من الخطوط لخارطة الممانعة المتعامدة . الخارطة الكاملة معطاة في الشكل 5.3



(ب) الخطوط لـ k الثابت و x الثابت) (أ) يبين الاحداثيات القطبية لمعامل الانعكاس reflection coefficient $k = Ke^{j\theta}$. والتي تركب على الاحداثيات المبينة الى اليسار .

Fig. 5.2. The two sets of lines which compose the circular θ $(k = Ke^{j\theta})$

شكل 5.2 مجموعتان من الخطوط التي تكون خارطة خط النقل الدائرية (سميث) .

القسم ب فوق يقارن مع شكل 5.1 أ والقسم أ يقارن مع الشكل 5.1 ب . الخارطة الكاملة مبينة في الشكل 5.4 .

ترسم الخارطة الدائرية بنصف قطر خارجي يمثل وحدة اتساع لمعامل الانعكاس . الخارطة المتعامدة ترسم لقيم موجبة من الجزء الحقيقي r للممانعة المعيارية وهكذا فمبدأياً سوف يمثل نصف سطح غير نهائي والمدى(Ranges) الانف الذكر يأخذ بنظر الاعتبار اغلب المسائل العملية ، وعلى كل يمكن ملاحظة انه في خطوط الفقد يقع قسم من النقاط خارج هذه المناطق ويحصل هذا عندما يكون الفرق بالزوايا بين $Z^{\cdot}$ و $Z_0^{\cdot}$ اكثر من 90 .

كمثال لـ $j1 = Z^{\cdot}$ و $Z_0 = 0.866 - j0.500$ يكون لدينا $z = -0.500 + j0.866$ و $k = j1.73 = 1.73 \underline{/90^\circ}$ وعلى كلٍ فان هذه الصعوبة تظهر نادراً .

خارطة الاحداثيات المتعامدة :Rectangular Chart

خارطة الشكل 5.1 تبين الاحداثيات المتعامدة للممانعة المعيارية z مع الخطوط التي تمثل قيماً ثابتة للاتساع K وزاوية الطور θ' لمعامل الانعكاس ، يحصل على الكميتين السابقتين باستعمال المعادلة (5.10) التي يمكن كتابتها كالآتي :

$$z = \frac{1 + K\underline{/\theta}}{1 - K\underline{/\theta}} = \frac{1 + K\cos\theta + jK\sin\theta}{1 - K\cos\theta - jK\sin\theta} \tag{5.12}$$

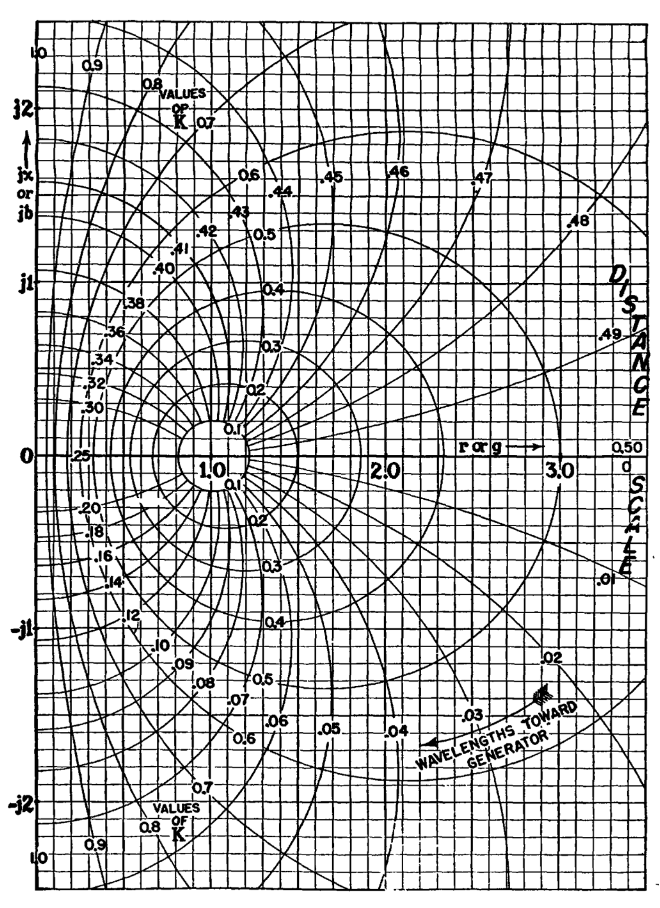
كمثال لقيم $K = 0.5$ و $\theta = 30$ يكون لدينا :

$$z = \frac{1 + 0.5 \times 0.866 + j0.5 \times 0.5}{1 - 0.5 \times 0.866 - j0.5 \times 0.5} = 1.95 + j1.31$$

اذا ماثبتت قيمة K في حين تغيرت θ فان المحل الهندسي لـ z سيكون دائرة تحتوي النقطة $1 \pm j0$ ، من ناحية اخرى اذا ثبتت θ في حين تغير K, فان المحل الهندسي المماثل هو دائرة اخرى والتي تقطع الدائرة السابقة بزوايا قائمة وتمر من النقطة $1 + j0$. يقودنا هذا الى نوعين من الدوائر على المستوى z ، دائرة لقيم ثابتة لـ K واخرى بزوايا قائمة على الاولى وتكون في كل مكان لقيم ثابتة لـ θ .

التقاطعات على المحور r يمكن الحصول عليها بوضع θ تساوي 0 و 180 وينتج :

$$\left.\begin{aligned} r_i &= \frac{1 + K}{1 - K} \\ r_i' &= \frac{1 - K}{1 + K} \end{aligned}\right\} \tag{5.13}$$



شكل 5.3 خارطة خط النقل المتعامدة. $|E^-/E^+| = K = K_R\epsilon^{-2\alpha d}$

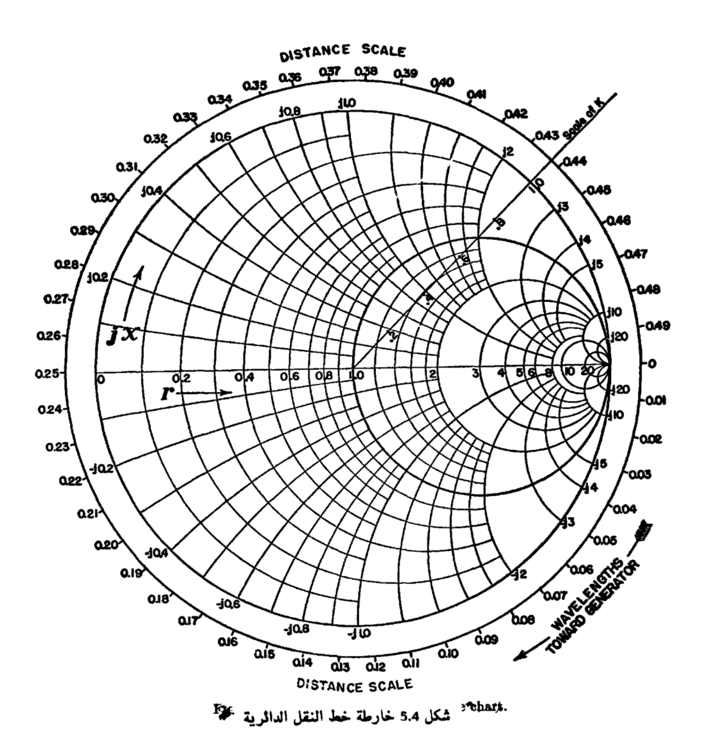


Fig. شكل 5.4 خارطة خط النقل الدائرية chart.

ومن البديهي ان التقاطعين هما مقلوب بعضهما ، كمثال اذا قطعت دائرة لقيمة معينة من K الاحداثي r في $1/3$ فان التقاطع القطري المقابل سيقع على $r = 3$ ان التقاطعات لدوائر θ على الاحداثي x يمكن الحصول عليها بوضع $K = 1$ في المعادلة (5.12) وبحذف الجذور تكون النتيجة هي :

$$z = \frac{(1 + \cos\theta + j\sin\theta)(1 - \cos\theta + j\sin\theta)}{(1 - \cos\theta - j\sin\theta)(1 - \cos\theta + j\sin\theta)} = \frac{j\sin\theta}{1 - \cos\theta}$$

وباستعمال المتطابقة المثلثية $(1 - \cos\theta)/\sin\theta = \tan\theta/2$, نحصل على التقاطع على الاحداثي x :

$$x_i = \frac{1}{\tan\theta/2} \tag{5.14}$$

يمكن الاثبات (من هندسة الشكل على ان استمرارية اي دائرة لـ θ بعد مرورها خلال النقطة $1 + j0$ لها ارتباط مع الزاوية $180° + \theta$.

وعليه بالاستعاضة عن θ بـ $180° + \theta$ في المعادلة (5.14) نحصل على التقاطع الآخر :

$$x_i' = \frac{1}{\tan(\theta/2 + 90°)} = \frac{1}{\cot\theta/2} = -\tan\frac{\theta}{2} \tag{5.15}$$

في الخارطة الكاملة للشكل (5.3) مقياس θ بُدّل بمقياس للمسافات على الخط المعبر عنه بدلالة طول الموجة وكما هو مبين في المعادلة (5.6) فان الزاوية θ تبدأ من القيمة θ_R، وتنقص على الخط بمقدار $2\beta d$ او $360°$ لكل نصف موجة .

وهكذا فان تغيراً مقداره $7.2°$ على مقياس θ يماثل دائماً تغيراً مقداره 0.01λ على مقياس المسافة وعلى كل حال لانستطيع ترتيب الصفر على مقياس المسافة بحيث يبدأ من موقع على الخارطة يناظر الحمل ، لان θ_R يمكن ان يكون لها اي قيمة وعليه يوضع الصفراختيارياً ويجب استعمال مقياس المسافة بصورة نسبية اي بعبارة اخرى تعطى المسافات على الخط تعطي بالفرق بين قراءتين على المقياس . في خارطة الشكل (5.3) الصفر على المقياس عين اختيارياًعند $\theta = 0$ والمقياس تعرض لقفزة من $d = 0.5\lambda$ الى $d = 0$ ويجب ان يؤخذ هذا بنظر الاعتبار عند عبور هذا الجزء من المقياس .

ان قيمة θ المناظرة لاي قراءة معطاة على مقياس المسافة يمكن ايجادها باستعمال المعادلة (5.6) بوضع θ_R مساوية لمقدار القيمة المختارة للصفر . اذا عبرنا عن هذه المعادلة بالدرجات (وللسهولة خذ θ_R تساوي $360°$ بدلا من صفر) تكون عندنا العلاقة :

$$\theta = \left(1 - 2\frac{d}{\lambda}\right) \times 360° \qquad (5.16)$$

حيث ان d/λ تمثل القراءة على مقياس المسافة .

الخارطة الدائرية (Circular Chart).

ان معامل الانعكاس الدائري (أو خارطة سميث) رسم بيانياً ضمن دائرة ذات وحدة نصف قطر (انظر شكل 5.2) . ان الاتساع K لمعامل الانعكاس مثل بنصف القطر من المركز وتراكبت على هذه الخريطة خطوط تمثل قيماً ثابتة لـ r و x على التوالي كما حصل عليهما من المعادلة (5.1).[1]

ان النقطة $z = 1 + j0$ هي في مركز الخارطة $(k = 0)$ والخطوط لقيم ثابتة من r و x يكونان نوعين من الدوائر المتعامدة(Orthogonal). ان الفائدة من خارطة سميث هي ان الخطوط غير محتشدة في منطقة الممانعة الواطئة وكذلك فان كل القيم المعتادة لـ k و z هي ضمن مساحة محدودة ومن ناحية اخرى فان قيم z يمكن قراءتها بسهولة اكثر عندما ترسم بيانياً على احداثيات متعامدة وان انشاء خطوط بيانية معينة سوف نشرحها فيما بعد تكون متابعتها اسهل على الخارطة المتعامدة .

في الخارطة الكاملة للشكل 5.4 استبدل مقياس θ بمقياس للمسافة بدلالة اطوال الموجات ، وهذا حصل عليه من مقياس θ بالطريقة نفسها التي حصلنا على مقياس المسافة للخارطة المتعامدة ويستعمل بالطريقة نفسها .

عين الصفر لمقياس المسافة نفسها اختيارياً عند $\theta = 0$ في الشكل 5.4 ، وبعض اشكال هذه الخارطة يكون لها صفر عند $\theta = 180°$ ، وبما ان المقياس يستعمل نسبياً (المسافات الحقيقية تمثل الفرق بين قراءتين) فان موقع الصفر لايكون له اهمية .

ان قيمة θ التي تناظر اي قيمة معينة على مقياس المسافة يمكن حسابها باستعمال المنقلة او باستعمال المعادلة (5.16) .

5.4 حساب ممانعة الخط :(Computation of Line Impedance)

ان الخرائط التي وضحت تبين العلاقة بين ممانعة الخط المعيارية والنسبة المركبة لفولتية الانعكاس الى الفولتية الساقطة k . ان مقياس θ عوض عنه

(1) القاريء الذي درس نظرية الدالة المركبة سيميز بان احدى الخارطتين هي خريطة مطابقة للاخرى مع المعادلتين (5.10) و (5.11) كدالتي تحويل .

بمقياس للمسافات ولكن اتساع معامل الانعكاس استبقي وكما مبين بالمعادلة (5.5) فان هذا الاتساع تتغير كالآتي :

$$K = K_R \epsilon^{-2\alpha d} \qquad (5.17)$$

واذا رغبنا فيمكن استبدال مقياس K بمقياس لـ αd بالنيبر او الديسبل ، كاستبدال مقياس θ بمقياس اطوال الموجات .

ان حساب (5.17) ليس بالمجهد وعلى كل سوف نستمر في استعمال K . اذا علمت ممانعة الحمل وثوابت الخط فانه يمكن ايجاد الممانعة في اي نقطة باستعمال اي من الخارطتين كالآتي :

1 ـ احسب ممانعة طرف الارسال المعيارية Z_R/Z_0 وادخل اي من الخارطتين في هذه النقطة . لاحظ القراءات المناظرة على مقياس المسافة ومقياس K .

2 ـ لايجاد الممانعة على مسافة d مقاسة باتجاه المولد اخفض قيمة K بالعامل $\epsilon^{-2\alpha d}$ وزد قراءة مقياس المسافة بالعدد المناسب من الموجات ، هذه تعين نقطة جديدة على الخارطة (اذا امكن اهمال الفقد فان الكمية K تبقى على قيمتها الاصلية وان القراءة على مقياس المسافة تتغير) . ان مقياس المسافة يعيد نفسه كل نصف طول موجة وان اي مضاعفات لـ λ 0.5 يمكن طرحها بدون تغير في النتيجة .

3 ـ في النقطة المعينة على الخارطة كما شرحت اعلاه اقرأ قيمة الممانعة المعيارية z وحولها الى ممانعة مركبة باستعمال العلاقة $Z = zZ_0$. ان ممانعة طرف الارسال يحصل عليها باستعمال d يساوي طول الخط .

ان بعض الخرائط المتعامدة المتوفرة لاتؤشر عليها قيم K ولكن يمكن ايجاد قيمة K لاي دائرة من تقاطع الجهة اليمنى . r_i باستعمال المعادلة (5.13) والتي تصبح :

$$K = \frac{r_i - 1}{r_i + 1}$$

على الخارطة الدائرية يمكن قراءة اتساع K على المسافة النصف قطرية بأخذ نصف قطر الخارطة مساوياً لواحد .

مثـــال :

احسب ممانعة طرف الارســـال المركبـة لخط هاتف طوله 100 ميـــل وله $Z_0 = 685 - j92$ اوم، $\alpha = 0.00497$ نيبر لكل ميل و $\beta = 0.0359$ زوايا نصف قطرية لكل ميل عند تردد 1,000 هرتز . ان الخط منتهٍ بـ $Z_R = 2{,}000 + j\,0$ اوم .

اولا احسب ممانعة طرف الارسال المعيارية :

$$z_R = \frac{2,000 + j0}{685 - j92} = 2.87 + j0.385$$

ادخل اياً من الخارطتين بهذه النقطة لـ z و $K_R = 0.491$ واقرأ ايضاً 0.492λ على مقياس للمسافة (انظر الشكل 5.5)

ثم احسب K في طرف الارسال وطول الخط باطوال الموجات :

$$K_s = K_R\epsilon^{-2\alpha l} = 0.491\epsilon^{-0.994} = 0.182$$

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{\beta}{2\pi}l = \frac{0.0352 \times 100}{2\pi} = 0.561$$

باضافة طول الخط الى القراءة الابتدائية لمقياس طول الموجة نجد ان النقطة تمثل ممانعة طرف الارسال وتقع عند λ 1.053 = (0.492 + 0.561) .

ان مقياس المسافة يتكرر كل نصف طول موجة وهكذا بطرح نصفي طول الموجة نقرأ ممانعة طرف الارسال على الخارطة عند 0.053λ و $K_s = 0.182$. كما موضح في الشكل 5.5 فان النتيجة هي $z_s = 1.30 - j\,0.31$ ، وبوحدة الاوم

$$Z_s = (1.30 - j0.31)(685 - j92)$$
$$= 861 - j332 \text{ ohms}$$

اوم

وهذه النتيجة تقارن بالنتيجة 325 j ـ 861 اوم المحصل عليها باستعمال الحل الاسي في مثال الجزء 4.1 والثانية حصل عليها بجهد اقل .

5.5 . الحساب للتيارات والفولتيات :

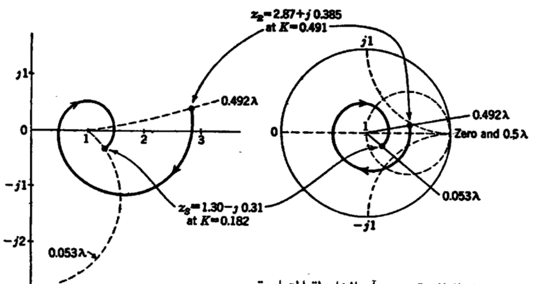
The Calculation of Currents and Voltages.

كما بينا في الفقرات السابقة بأن الخرائط تسهل حسابات ممانعة الخط . عندما تكون Z_s معلومة فانه يمكن حساب فولتية وتيار وقدرة طرف الارسال باستعمال دائرة طرف الارسال المكافئة في الشكل 4.2 .

ان حساب التيارات والفولتيات على الخط يمكن السير بها بأية واحدة من عدة طرائق : فيمكن استعمال العلاقة الاسية وعلاقة زائد المقطع المعطاة في الفصل الرابع ، او اذا كان للخط فقد مهمل فانه يمكن استعمال حفظ القدرة اي انه يمكن حساب-قدرة طرف الارسال وتكون هذه القدرة مساوية للقدرة على اية نقطة مختارة . من هذا ومن الممانعة على النقطة الثانية فانه يمكن حساب الفولتية والتيار ، وهذه الطريقة ستوضح في المثال 2 في هذا الجزء . هنالك طريقة اخرى بايجاد مركبة الموجة المتنقلة المتقدمة للفولتية في طرف الارسال وبعدئذ حساب

التوهين وازاحة الطور لهذه الموجة عند انتقالها على الخط حيث تنعكس عند وصولها الى الحمل وتنتقل راجعة مرة اخرى ويتم الحصول على الفولتية الكلية في اية نقطة من المتجه الذي هو محصلة المركبة الساقطة والمنعكسة .

سنوضح هذه الطريقة في المثال 1 من هذا الجزء ، ولكن اولاً سوف نشتق علاقة بواسطتها يمكن فصل المركبة المتنقلة المتقدمة للفولتية من المحصلة الكلية .



ب . الخارطة الدائرية   آ . الخارطة المتعامدة .

شكل (5.5) المحلات الهندسية لممانعة خط هذا المثال .

نريد ايجاد تمثيل ملائم للنسبة E^+/E ولهذا نكتب :

$$\frac{E^+}{E} = \frac{E^+}{E^+ + E^-}$$

$$= \frac{1}{1 + (E^-/E^+)}$$

$$= \frac{1}{1 + k}$$

بتعويض قيمة k من المعادلة (5.11) وبالتبسيط نحصل على :

$$\frac{E^+}{E} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{Z_0}{Z}\right) \qquad (5.18)$$

هذه المعادلة تكون ملائمة وعلى الاخص عند استعمال خارطة خط النقل حيث يمكن قراءة الممانعة المعيارية $z = (Z/Z_0)$ مباشرةً من الخارطة . بالطريقة نفسها يمكن اثبات ان النسبة بين الفولتية المتنقلة المتقدمة الى محصلة التيار في اي نقطة هي :

$$\frac{E^+}{I} = \frac{1}{2}(Z + Z_0) \qquad (5.19)$$

عندما تكون قيمة الفولتية او التيار معلومة في اي نقطة (عند طرف الارسال مثلاً) فان المعادلة (5.18) او (5.19) يمكن استعمالهما لايجاد E^+ في تلك النقطة . ان الفولتية المتنقلة المتقدمة يمكن تتبعها على الخط بتقليص المتجه بالعامل $\epsilon^{-\alpha x}$ وتدويره في الاتجاه المتأخر بالزاوية βx . في طرف الاستلام المتجه E_R^+ ينعكس بالعامل k_R حيث يولد المركبة المتنقلة المتأخرة (Backward Travelling) E_R . ان مجموع $E_R^+ + E_R^-$ يعطي محصلة الفولتية في طرف الارسال ومن E_R و Z_R يمكن حساب تيار طرف الارسال . واذا رُغب فان المركبة المنعكسة E^- يمكن تتبعها رجوعاً على الخط لحساب الفولتية والتيار في اي نقطة .

مثال 1 :

خط فقد ، خط هاتف طوله 100 ميل معطى مثالاً في الجزء (5.4) لـــــه $Z_0 = 685 - j92$ اوم و $\gamma = 0.0497 + j0.0352$ لكل ميل $Z_R = 2{,}000 + j0$ اوم.

ممانعة طرف الارسال حسبت $Z_s = 1.30 - j0.31$ لكل وحدة او $z_s = 861 - j332$ اوم .

افترض الان بأن الخط زود بمولد في طرف الارسال ، فولتية دائرته المفتوحة 10 فولت ومقاومته الداخلية 700 اوم مقاومة بحتة ، سنحسب فولتية وتيار وقدرة طرف الارسال بايجاد سعات الموجات المتنقلة للفولتية ونبتديء حساباتنا من طرف الارسال .

المولد يشتغل في الممانعة Z_s ومن ثم فان اتساع تيار الارسال هو :

$$|I_s| = \left|\frac{E_g}{Z_g + Z_s}\right|$$

$$= \left|\frac{10}{1{,}561 - j332}\right| = \frac{10}{1{,}597}$$

$$= 6.26 \times 10^{-3}$$

امبير جـ . م . ت

ان فولتية طرف الارسال هي :

$$|E_s| = |I_s| \cdot |Z_s|$$

$$= 6.26 \times 10^{-3}\sqrt{(861)^2 + (332)^2}$$

$$= 5.79$$

فولت جـ . م . ت

نستعمل الان المعادلة (5.18) لحساب اتساع مركبة الفولتية المتنقلة المتقدمة في طرف الارسال :

$$E_s^+ = \frac{E_s}{2}\left(1 + \frac{1}{z_s}\right)$$

$$\left|E_s^+\right| = \frac{5.79}{2} \times \left|1 + \frac{1}{1.30 - 5.03}\right| =$$

فولت جـ . م . ت

ومن ثم نحسب اتساع الفولتية الساقطة على طرف الارسال ونأخذ بنظر الاعتبار عامل التوهين $\epsilon^{-\alpha l}$:

$$|E_R^+| = |E_s^+|\epsilon^{-\alpha l}$$
$$= 5.03 \times 0.608$$
$$= 3.06$$

فولت جـ . م . ت

نستطيع ان نحسب معامل الانعكاس في طرف الارسال من العلاقة $k = (z - 1) / (z + 1)$ او يمكن ان نحصل عليها من الخارطة وبالرجوع الى اي من الخارطتين يتبين ان z_R $j0.385+ 2.87$ = تناظر $K = 0.491$.

ان زاوية k_R يمكن قياسها على الخارطة الدائرية بمنقلة وهي 6 ولهذا فان :

$$k_R = 0.491\underline{/6^\circ}$$

واختيارياً بأخذ E_R^+ لتكون الفقية ، نحسب :

$$E_R^- = k_R E_R^+$$
$$= (0.491\underline{/6^\circ})(3.06\underline{/0^\circ})$$
$$= 1.50\underline{/6^\circ}$$

فولت

ولهذا فان محصلة الفولتية في طرف الارسال هي :

$$E_R = E_R^+ + E_R^- = 3.06\underline{/0^\circ} + 1.50\underline{/6^\circ}$$
$$= 4.55 + j0.157 \text{ volts}$$

$$|E_R| = 4.55$$

فولت جـ . م . ت

ان الاتساع لتيار طرف الارسال هو :

$$|I_R| = \left|\frac{E_R}{Z_R}\right| = \frac{4.55}{2{,}000} = 2.28 \times 10^{-3}$$

امبير جـ . م . ت

هذا التيار له طور فولتية طرف الارسال نفسه حيث ان الحمل هو مقاومة بحتة ، وان القدرة الممتصة للحمل هي :

$$P_R = |I_R|^2 R_R = (2.28 \times 10^{-3})^2 \times 2{,}000$$
$$= 10.4 \times 10^{-3}$$

واط

للمقارنة سنحسب القدرة الداخلة الى طرف الارسال للخط ، ان اتساع تيار طرف الارسال هو :

$$|I_s| = \left|\frac{E_s}{Z_s}\right| = \frac{5.79}{|861 - j332|} = 6.26 \times 10^{-3}$$

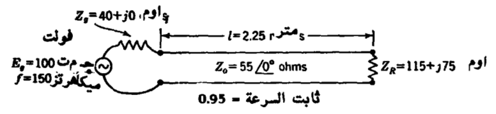
امبير جـ . م . ت

قدرة طرف الارسال هي :

$P_s = |I_s|^2 R_s = (6.26 \times 10^{-3})^2 \times 861 = 33.8 \times 10^{-3}$ واط

ان الاجوبة السابقة مطابقة للأجوبة المحسوبة في مثال الجزء 4.1 .

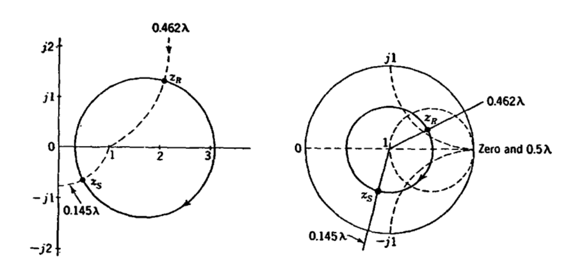
ان الفرق بين P_s و P_R هو بوضوح القدرة المفقودة في الخط واذا ماانهي الخط بـ Z_0 في طرف الارسال فان القدرة المفقودة تكون مكافئة لـ αl بالنيبر او $8.686 \ \alpha l$ بالديسبل ، على كلٍ فان الفقد اعلاه هو نوعاً ما اكثر من هذا بسبب انالقدرة المفقودة للموجة المنعكسة التي تنتقل باتجاه المولد .



شكل 5.6 دائرة للمثال 2 . افترض ان الفقد مهمل ($\alpha l \ll 1$)

مثـــال 2 :

خط عديم الفقد : في هذا المثال سنجد فولتية وتيار وقدرة طرف الارسال للخط المبين في الشكل 5.6 باستعمال خارطـــة خـــط النقل . ان الفقد الكلي قليل ($\alpha l \ll 1$) ولذلك يمكننا استعمال مبدأ حفظ القدرة .



شكل 5.7 يوضح استعمال الخرائط لخط عديم الفقد في المثال 2 .

اولاً سنعبر عن طول الخط بدلالة طول الموجة . ان ثابت السرعة معطى في التوضيح وهكذا فان سرعة الطور هي :

$$v = 0.95 \times 3 \times 10^8 = 2.85 \times 10^8$$ متر / ثانية

طول الموجة هو :

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.85 \times 10^8}{150 \times 10^6} = 1.90$$ متر

طول الخط باطوال الموجات هو :

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{2.25}{1.90} = 1.183$$

ثم نعير ممانعة طرف الارسال ونحصل على :

$$z_R = \frac{Z_R}{Z_0} = \frac{115 + j75}{55} = 2.09 + j1.36$$

والآن ندخل في احدى خريطتي خط النقل بهذه القيمة للمانعة المعيارية التي وجدناها تناظر قراءة 0.462 على مقياس المسافة (انظر شكل 5.7) .
. (5.7

لايجاد z_s ندور مقدار $1.183\ \lambda$ باتجاه عقرب الساعة ونبقى على الدائرة ل K نفسها بسبب ان الفقد هو مهمل . الآن دوران مقداره $\lambda/2$ يرجعنا الى نقطة الابتداء على الخارطة ، ومن ثم فان محصلة الدوران على الخارطة سيكون λ 0.183 ، ولهذا فان الدوران يقف عند $0.645\ \lambda$ = λ(0.462 + 0.183) . وعندما نأخذ بنظر الاعتبار التوقف على مقياس المسافات عند $0.5\ \lambda$ ، يكون هذا مكافئاً لـ λ 0.145 = λ(0.645 ـ 0.5) على الخارطة .

عند هذه النقطة كلا من الخارطتين يوفران النتيجة الآتية لممانعة جانب الارسال :

$$z_s = 0.49 - j0.65$$ او

$$Z_s = (0.49 - j0.65) \times 55 = 27 - j35.8$$ اوم

هذه الممانعة هي التي يشتغل عليها المولد ومن ثم فان تيار طرف الارسال هو :

$$I_s = \frac{E_g}{Z_g + Z_s} = \frac{100}{67 - j35.8}$$

$$|I_s| = \frac{100}{75.8} = 1.32$$ امبير جـ . م . ت

وقدرة طرف الارسال هي :

$$P_s = |I_s|^2 \times R_s = (1.32)^2 \times 27$$
$$= 47$$ واط

وبما ان الفقد في الخط مهمل فان قدرة طرف الاستلام تساوي قدرة طرف الارسال ولهذا يمكننا حساب تيار طرف الارسال كالآتي :

$$P_R = |I_R|^2 R_R$$

ومنه :

$$47 = |I_R|^2 \times 115$$

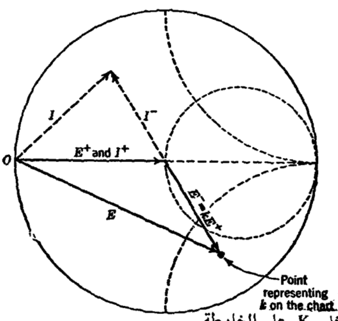
$$|I_R| = 0.639$$ امبير جـ . م . ت

فولتية طرف الارسال هي :

$$\begin{aligned} |E_R| &= |I_R| \times |Z_R| \\ &= 0.639 \times |115 + j75| \\ &= 0.639 \times 137 \\ &= 87.5 \end{aligned}$$

فولت جـ . م . ت .

ان الخارطة الدائرية تفي بكل شروط الرسم التخطيطي لكرانك المشروح في الجزء 4.6 والشكل 4.13 ويمكن استعمالها كشكل عام لهذا الرسم التخطيطي لايجاد نماذج الموجات المتوقفة للفولتية والتيار على خط قليل الفقد. على الخارطة الدائرية معامل الانعكاس المركب k يقاس من الوسط بأخذ نصف القطر الخارجي مساوٍ لواحد. ان الكمية المناظرة في الرسم التخطيطي لكرانك هو متجه $E^- = kE^+$ والذي رسم من نهاية المتجه E^+ . لاستعمال الخارطة الدائرية كالرسم التخطيطي لكرانك نعتبر ان نصف القطر يمتد من $z = 0$ الى مركز الخارطة كمتجه يمثل E^+ و I^+ كما مبين في الشكل 5.8 .



شكل 5.8 استعمال الخارطة الدائرية كالرسم التخطيطي لكرانك للخطوط القليلة الفقد .

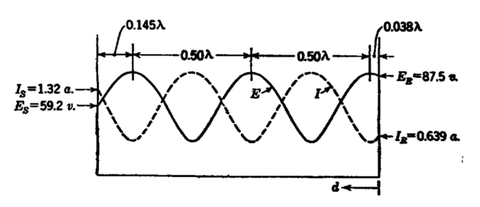
ان المتجه الممثل لـ k اصلاً على الخارطة يمثل الآن kE^+ الذي هو فولتية الانعكاس E^- وان التيار المنعكس I^- هو سالب E^- .

ان الفولتية الكلية والتيار الكلي مقاسان من الحافة القصوى اليسرى للخارطة الى نهاية E^- و I^- وكلما ازدادت المسافة d فان النقطتين اللتين تمثلان E^- و I^- يدوران باتجاه عقرب الساعة خلال الزاوية $2\beta d$ من الزوايا نصف القطرية او 360 لكل نصف موجة .

يتبع مثال 2 : لايجاد التغير في E و I على خط عديم الفقد للمثال 2 فانه يمكننا استعمال الخارطة الدائرية للشكل 5.7 كالرسم التخطيطي لكرانك بالطريقة المبينة في الشكل 5.8 . ان فولتية طرف الاستلام ممثلة في الشكل 5.7 بخط يصل النقطة0= z والنقطة المبينة لـ z_R ، وتيار طرف الاستلام مثل بخط يمتد من0= z الى نقطة على الدائرة K قطرياً مقابلة لـ z_R . كلما زادت المسافة من الحمل فان نهايتي المتجهين E و I يدوران بانتظام حول مركز الخارطة دورة واحدة لكل نصف طول موجة .

لهذا الخط نلاحظ بان نهاية المتجه E تعبر الاحداثي الافقي (عند $z = 3.1 + j0$) على مسافة مقدارها λ 0.038 = λ (0.500−0.462) من طرف الارسال وهذا هو موقع الفولتية القصوى والتيار الادنى واذا زادت d بربع طول موجة اخرى فان نهاية المتجه E تعبر الاحداثي الافقي عند 3.1 / 1 = z وهذا هو موقع الفولتية الادنى والتيار الاقصى . بزيادة d بربع موجة اخرى نجد قيمة قصوى اخرى للفولتية ، ان طرف الارسال يقع على بعد λ 0.645 عن القيمة القصوى الثانية .

ان نماذج الموجة الواقفة لـ E و I مبينة في الشكل 5.9 .



5.6 مسايرة الخط وقلب الاعداد المركبة .

اذا رجعنا الى المعادلة (5.12) التي تعبر عن الممانعة المعيارية z بدلالة معامل الانعكاس في اي نقطة نرى ان :

$$z = \frac{1 + K/\theta}{1 - K/\theta} \qquad (5.20)$$

سنرى الآن ان العدد المركب المرتبط مع قيمة K نفسها ولكن بزاوية جديدة هي $180 \pm \theta' = \theta$ هو المقلوب المركب لـz. لاثبات هذا استبدل θ بـ $\theta \pm 180°$ في المعادلة (5.20) واختبر النتيجة :

$$\frac{1 + K/\theta \pm 180°}{1 - K/\theta \pm 180°}$$

ان اضافة 180° الى زاوية طور عدد مركب مكافيء لاخذ سالب العدد ومن ثم يمكننا ان نكتب العلاقة السابقة s :

هذا هو مقلوب المعادلة (5.20) ويجب ان تمثل العدد المركب $1/z$ والذي برهن .

اذا عرفنا :

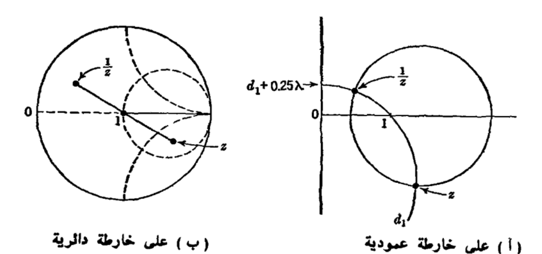
$$\frac{1}{Z} = Y \quad \text{و} \quad \frac{1}{Z_0} = Y_0 \qquad (5.21)$$

فان مقلوب الممانعة المعيارية هو :

$$\frac{1}{z} = \frac{Z_0}{Z} = \frac{Y}{Y_0}$$

والذي يعرف بالمسايرة المعيارية :

$$y = \frac{1}{z} = \frac{Y}{Y_0} \qquad (5.22)$$



شكل 5.10 الحصول على مقلوب عدد مركب من خرائط النقل .

ان التطورات السابقة تبين انه عندما نعين ممانعة على خارطة خط النقل فانه يمكن ان نجد المسايرة المناظرة بالتدوير على دائرة ثابتة لـ K, الى قيمة جديدة لـ θ_1 والتي تكون اما °180 او اقل من القيمة التي بدأنا بها .

ان هذا يناظر تغييراً مقداره λ 0.25 على مقياس طول الموجة ، وعلى خارطة خط النقل الدائرية فان النقطة الثانية هي مقابلة قطرياً للاولى كما مبين في الشكل 5.10 . على الخارطة المتعامدة يقع المقلوب المركب على امتداد دائرة θ خلال النقطة $1 + j0$ كما في الشكل (5.10 ب)

بما انه يصعب متابعة الدوائر خلال هذه النقطة فمن الاضمن ملاحظة القراءة الاصلية على مقياس طول الموجة واضافة او طرح λ 0.25 .

عند هذه النقطة يجب ان يكون واضحاً ان الممانعة على خط فقد تدورحلزونياً كما مبين في الشكل 5.5 ، او تدور حول دائرة لها نصف قطر ثابت في الخط عديم الفقد ، ان مسايرة الخط المعيارية تتبع الممانعة دائرياً بقيمة K نفسها ولكن بقيمة لـ θ اكبر بمقدار °180 . على الخارطة الدائرية تقع النقطتان y و z هما على نهايتين متقابلتين قطرياً وهكذا فان كل الطرائق لاستعمال خرائط للممانعات تطبق على المسايرات ايضاً . يمكننا ايجاد المسايرة المميزة للخط Y_0 وتحسب مسايرة طرف الاستلام المعيارية باستعمال المعادلة (5.22) وبعدئذ ندخل خارطة خط النقل بقيمة المسايرة المعيارية هذه وندور حول الخارطة بالطريقة نفسها تماماً . عندما كنا نستعمل الممانعة المعيارية ، نقلل قيمة K بالعامل $\epsilon^{-2\alpha l}$ وذلك لاخذ الفقد في الخط بنظر الاعتبار .

ان مسائل معينة تحتوي على احمال متوازية من السهولة حلها بدلالة المسايرات ويجب ان يكون واضحاً بانه يمكن استعمال اي من الخارطتين لقلب اي عدد مركب ، ولجعل العدد يقع على اي جزء ملائم من الخارطة فان من الضروري عادةً ازالة بعض العوامل البسيطة Z قوى لـ $10^{\pm}$ (power of 10) ثم ندخل الدائرة بعدد مركب ندور حول الدائرة بقيمة ثابتة لـ K الى نقطة جديدة على مقياس المسافة الذي هو اما λ 0.25 اكبر او اصغر من القراءة الاولية ، وان النتيجة هي مقلوب العدد المركب الذي دخل به الى الدائرة ، ويجب ادخال اي عامل ازيل سابقاً . على الخارطة الدائرية يمكن تعيين العدد الاصلي ثم الانتقال الى نقطة مقابلة على القطر نفسه لايجاد مقلوب العدد المركب .

مســـائل

1 . خط نقل معين له ممانعة مميزة مقدارها $70 + j0$ اوم منتهٍ بممانعــة $Z_R = 90 + j65$ اوم . طول الخط هو 1.2 طول موجي وله $\alpha l = 0.35$ نيبر . احسب ممانعة طرف الارسال لهذا الخط .

2 . خط هاتف طوله 200 ميل له $Z_0 = 645 - j95$ اوم و $\gamma = 0.00525 + j0.0351$ لكل ميل . تردد 1000 هرتز . طرف الاستلام دائرة مفتوحة وفولتية طرف الارسال هي 10 فولت جـ م ت . احسب ممانعة طرف الارسال .اتساع فولتية طرف الاستلام .

3 . انتهى الخط في المسألة 2 بدائرة قصر **(Short Circuit)** . ان فولتية طرف الارسال هي 10 فولت جـ م . ت . احسب ممانعة طرف الارسال واتساع تيار طرف الاستلام .

4 . نوع من القابلو المحوري صنع من مادة عالية التوهين باستعمال سلك من النيكروم للموصل الوسطي . الممانعة المميزة هي 53 اوم وسرعة الطور هي 1.98×10^8 متر لكل ثانية . ان ثابت التوهين عند تردد مقداره 120 ميكا هرتز هو 0.061 نيبر لكل متر . جزء طوله $2\frac{1}{8}$ طول موجة انهي بدائرة مفتوحة وفولتية طرف الارسال هي 100 فولت جـ م ت . احسب ممانعة طرف الارسال واتساع فولتية طرف الاستلام .

5 . خط لتردد عالٍ ممانعته المميزة 70 اوم انهي بـ $Z_R = 300 + j0$ اوم وتوهينه الكلي مهمل . ربط الخط بمولد له $E_r = 10$ فولت و $Z_s = 70$ اوم . اوجد ممانعة طرف الارسال واتساع فولتية طرف الارسال والقدرة عند طرف الاستلام للاطوال الآتية من الخط .

أ . $l = \lambda$

ب . $l = 1\frac{1}{8}\lambda$

جـ $l = 1\frac{1}{4}\lambda$

6 . خط معين لتردد عالٍ ممانعته المميزة 52 اوم وسرعة طوره $10^8 \times (2.00 \pm 0.02)$ متر لكل ثانية . طوله 0.1 ± 10.0 متر . التردد هو 300 ميكا هرتز . اهمل الفقد ، احسب ممانعة طرف الارسال لهذا الخط ، لممانعات طرق الاستلام الآتية :

أ . $Z_R = Z_0$

ب $Z_R = 4Z_0$ اشرح الصعوبات التي قد تلاقيها .

7 . برهن المعادلة 5.19 .

8 . احسب الكميات الاتية للمثال (في الفقرة 5.5) : الكفاءة لنقل قدرة للخط نفسه عند الشروط المعطاة في المثال ، الفقد بالقدرة للخط بالديسبل (اعتماداً على القدرة الداخلة والقدرة الخارجة للخط) ، والكمية αl بالديسبل وفقد الادخال للخط بالديسبل . لاحظ الفرق بالمعاني بين الكميات الثلاث الاخيرة .

9 . خط لتردد عالي فقده مهمل وله $Z_0 = 70$ اوم . انهي هذا الخط بدائرة مفتوحة .اوجد ممانعة طرف الارسال لاطوال الخط الآتية :

$5\lambda/8, \lambda/2,$ ٥٨/٨ $, \lambda/4, \lambda/8$

10 . خط لتردد عالي فقده مهمل وله $Z_0 = 70$ اوم . انهي الخط بـ $Z_R = -j140$ اوم . ماهو اقصر طول للخط بحيث تساوي Z_s صفراً وبحيث تكون $Z_s = j70$ اوم وبحيث تكون Z_s غير نهائية .

11 . للخط المعطى في المثال 2 في الفقرة 5.5 . احسب جـ . م . ت للفولتية والتيار عند الفولتية الادنى .

12 . خط لتردد عالٍ له $Z_0 = 150$ اوم انهي بـ $Z_R = 70 + j0$ اوم . طول الخط هو 0.680 بقدر طول موجة . اهمل الفقد ، وباستعمال خارطة النقل بدلالة المسايرة . جد المفاعلة التي اذا ربطت على الخط في طرف الارسال تجعل ممانعة مدخل المجموعة مقاومة بحته . تحت هذه الشروط ماهي ممانعة المدخل للمجموعة ؟

13 . خطا نقل ربطا على التوازي في طرف الارسال . طول احدهما $5\lambda/8$ وله $Z_0 = 400$ اوم وانهى بمقاومة مقدارها 800 اوم .
وطول الآخر $3\lambda/8$ وله $Z_0 = 400$ اوم وانهي بممانعة مقدارها 400 +ز 400 اوم . باستعمال خارطة خط النقل للمسايرة احسب ممانعة المدخل عندما يكون الخطان مربوطين على التوازي .

14 . استعمل احد خرائط خطوط النقل لقلب الاعداد المركبة الآتية :
أ . $2 - j\ 1.0$.
ب . $100 + j\ 156$.
جـ . $1.47 - j\ 2.05$.
د . $0.062 - j\ 0.12$.

الفصل السادس

اعتبارات خاصة لخطوط الترددات الراديوية

SPECIAL CONSIDERATIONS FOR RADIO-FREQUENCY LINES

6.1 مقدمة :

هذا الفصل مخصص لدراسة مسائل خاصة لخطوط قليلة الفقد (الخطوط التي يكون توهينها أقل جداً من 1 نيبر لكل طول موجي) . اغلب خطوط الترددات الراديوية هي ضمن هذا التصنيف وعليه فان النظرية المبنية على هذا التقريب لها فوائد كثيرة اضافة الى ان هنالك عدة ظواهر مهمة لعلاقتها بخطوط قليلة الفقد وهذه الظواهر برزت الى الوجود عند دراسة الخطوط الصغيرة الفقد .

في الجزء (2.7) أشتقينا العلاقات الاتية لخطوط الترددات العالية (حيث ان $\omega C \gg G$ و $\omega L \gg R$) :-

(6.1) اوم
$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

(6.2) نيبر لكل وحدة طول
$$\alpha_0 \approx \frac{R}{2Z_0} + \frac{G}{2} Z_0$$

و

(6.3) زوايا نصف قطرية لكل وحدة طول
$$\beta \approx \omega \sqrt{LC}$$

وعليه فان سرعة الطور ω/β هي :

(6.4)
$$v \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

واذا عزل الخط بصورة منتظمة بمادة لها ثابت عزل نسبي (Relative dielectric) ϵ/ϵ_0 وانفاذية مساوية لانفاذية الفراغ المطلق فان المعادلة (6.4) تختصر الى :

متر لكل ثانية
$$v = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}}$$

وطول الموجة على الخط هو :

(6.5)
$$\lambda = \frac{v}{f}$$

سنبين الآن بأن الخط الذي فيه $\omega L \gg R$ و $\omega C \gg G$ له توهين واطيء لكل طول موجة والتوهين مساوٍ لـ $\alpha\lambda$ بالنيبر لكل طول موجة وباستعمال المعادلات (6.2) و (6.4) و (6.5) يمكن التعبير عنه كالآتي :

$$\alpha\lambda = \left(\frac{R}{2Z_0} + \frac{G}{2}\ Z_0\right)\left(\frac{1}{f\sqrt{LC}}\right)$$

$$= \frac{R}{2fL} + \frac{G}{2fC}$$

$$\alpha\lambda = \pi\left(\frac{R}{\omega L} + \frac{G}{\omega C}\right)$$

نيبر لكل وحدة طول

وعليه فان الشرطين $\omega L \gg R$ و $\omega C \gg G$ مكافئان لتوهين قليل لكل طول موجة . وبصورة عامة فان هذين الشرطين يتحققان في خطوط النقل العملية ، عند الترددات الراديوية وعندما يظهر التأثير السطحي(**Skin Effect**) بصورة جيدة ، تزداد المقاومة الفعالة للموصلات مع $\sqrt{\omega}$ وعندها تزداد المتباينة (**Inequality**) $\omega L \gg R$ مع التردد وكما مبين في الفصل 3 . ان التوصيلية لخط منتظم العزل يمكن التعبير عنها كـ $G = \omega CT_L$، حيث ان T_L هو ظل الفقد (**Tangent Loss**)للمادة العازلة والمتباينة $\omega C \gg G$ عندها تستوجب $T_L \ll 1,$ فقط (الشرط المتحقق في المواد المعزولة بصورة جيدة) .

نوقش استخدام خرائط (**Charts**) خط النقل لحساب ممانعة الخط في الفصل 5 وقد اوضح المثال في الجزء (5.5) استخدام الخرائط للخطوط المهملة الفقد . عندما $\alpha l \ll 1$ فان اتساع معامل الانعكاس K يبقى ثابتاً على طول الخط والمحل الهندسي لممانعة الخط هو دائرة ذات K ثابت لاغير وهذه تبسط حسابات الممانعة (والمسايرة (**Admittance**) . واذا ماعلم التيار والممانعة عند نقطة فان اتساع التيار عند نقطة اخرى يمكن ايجادها من حفظ القدرة :

$$|I_1|^2R_1 = |I_2|^2R_2$$

حيث ان I_1 و I_2 هما التياران عند النقطتين و R_1 و R_2 هما المركبتان المقاوميتان (**Resitive**) للممانعة عند النقطتين يمكن ايجاد الفولتية عند اية نقطة من التيار والممانعة ، وعليه يمكن استخدام الخرائط لتبسيط حسابات التيار والفولتية وستظهر استخدامات اخرى للخرائط في الاجزاء القادمة .

حتى عندما يكون الفقد صغيراً فان التغير في K، مع المسافة قد يكون مهماً اذا كان K قريباً من واحد (اذا كان اتساع الموجة المنعكسة مساوٍ تقريباً لاتساع الموجة الساقطة) . ان دائرة K ستقطع احداثي المقاومة قرب الصفر على جهة

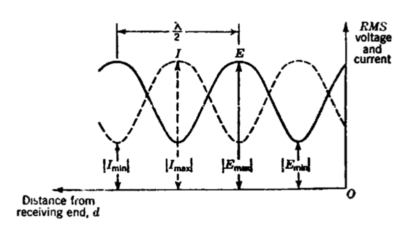
واحدة وعند مقاومة كبيرة جداً في الجهة الاخرى واذا اريد دقة جيدة عند هاتين النقطتين (الاقصى والادنى .Max. and Min) فان الخارطة لاتكون ملائمة بصورة عامة وستظهر علاقات مناسبة لهذا الشرط في الجزء 6.8 .

6.2. نسبة الموجة المتوقفة (Standing -wave Ratio):

يعبر بصورة عامة عن الاتساع النسبي لموجة منعكسة على خط قليل الفقد بدلالة نسبة الموجة المتوقفة ρ وتعرف كالآتي[١] :

$$\rho = \frac{|E_{max}|}{|E_{min}|} \qquad (6.6)$$

حيث ان $|E_{max}|$ قيمة جـ . م . ت للفولتية عند اقصى نقطة على نموذج الموجة المتوقفة و $|E_{min}|$ هي قيمة جـ . م . ت للفولتية عند ادنى نقطة على النموذج (لاحظ الشكل 6.1) . ان نسبة الموجة المتوقفة تستعمل بصورة واسعة لانها واحدة من الكميات التي تقاس بسهولة على خط . ان الخط المسطح (Flat Line) الذي ليس له موجة منعكسة له $|E_{max}| = |E_{min}|$ وله نسبة موجة متوقفة تساوي واحداً وان النسبة تصبح اكبر بدون حدود عند الاقتراب من الانعكاس الكامل .



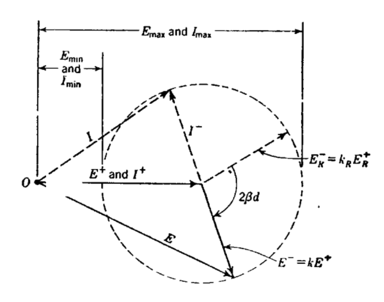
ان الاجهزة المستعملة لقياس نماذج الموجات المتوقفة عند الترددات العالية هي عادة من النوع الذي تعطي اشارة متناسبة مع مربع الفولتية ولهذا السبب فان النسبة التي تكون مربع المعادلة (6.6) تستعمل عادة لملائمتها ، ولتميز الاثنين فان التعريف (6.6) يسمى عادة نسبة فولتية الموجة المتوقفة

(١) هذا الرمز هو مصطلح ايضاً للمقاومية وقد استعمل في الفصل (1.3) . سيجعل الشرح الاستعمال واضحاً وعندها يجب ان لايحدث اي التباس .

(Voltage Standing Wave Ratio) ومختصرها VSWR في حين يسمى مربعها نسبة قدرة الموجة المتوقفة(Power Standing Wave Ratio) ومختصرها PSWR .

الاسم الاخير هو مضلل الى حدِ ما وعلى اي حال فان القدرة المنتقلة هي نفسها على كل نقاط الخط ، لايرجع الاسم الى القدرة المنتقلة بل الى القدرة الممتصة من الجهاز الكاشف (Detecting Device) حيث ان هذا يتناسب مع مربع الفولتية عبر الكاشف (Detector) المربوط .

لايمكن تعريف نسبة الموجة المتوقفة عندما تغير نماذج الموجات المتوقفة شكلها بصورة محسوسة من دارة (Loop) الى اخرى كما يحدث عندما يكون الفقد كبيراً وفي الخط قليل الفقد تبقى النسبة ثابتة على الاقل لعدة اطوال موجية وقد تعرف لمنطقة واحدة وعندما يكون الفقد مهملاً فان نسبة الموجة المتوقفة تبقى نفسها على طول الخط . ان نسبة الموجات المتوقفة للتيار $|I_{max}|/|I_{min}|$ هي نفسها للفولتية ويمكن رؤية هذا هندسياً من مخطط كرانك البياني للشكل (6.21) (لاحظ ايضاً الجزء 4.6) ، ان الكميتين E_{max} و E_{min} تمثلان بالطول نفسه على المخطط البياني بالرغم من انهما يحدثان بمبا'عدة مقدارها ربع طول الموجة بالاضافة الى ان E_{min} و I_{min} يمثلان الطول نفسه وعليه فأن $|E_{max}|/|E_{min}| = |I_{max}|/|I_{min}|$



شكل 6.2 مخطط كرانك البياني لخط قليل الفقد .

نسبة فولتيات الموجات المتوقفة تحمل علاقة بسيطة مع اتساع معامل الانعكاس وهذه القيمة ممكن قراءتها مباشرة من خارطة خط النقل ، نلاحظ من مخطط كرانك البياني بأن القيمة القصوى للفولتية تحدث عندما تضاف قيمة E^+ و E^- الى بعضهما مباشرةً ويحدث ادنى متجه عندما تطرح E^- مباشرة من E^+. وعليه نستطيع كتابة :

$$|E_{max}| = |E^+| + |E^-| \quad (6.7)$$

$$|E_{min}| = |E^+| - |E^-| \quad (6.8)$$

ويمكن بعدئذٍ التعبير عن نسبة الموجة المتوقفة كالآتي :

$$\rho = \frac{|E_{max}|}{|E_{min}|} = \frac{|E^+| + |E^-|}{|E^+| - |E^-|} = \frac{1 + |E^-/E^+|}{1 - |E^-/E^+|}$$

ولكن $|E^-/E^+|$ هي معامل الانعكاس K ولذا فان :

$$\rho = \frac{1 + K}{1 - K} \quad (6.9)$$

ان هذه العلاقة مفيدة بحد ذاتها وتؤشر ايضاً طريقة حساب نسبة الموجات المتوقفة من خرائط خط النقل ، لاحظ بأن المعادلة (6.9) هي المعادلة (5.13) نفسها بالضبط وهي تعطي القيمة المعيارية (Normalized) التي عندها تقطع دائرة K الاحداثي r الى يمين النقطة $1 + j0$ ، وعليه لايجاد نسبة الموجات المتوقفة من الخرائط تتبع دائرة K الى نقطة تقاطع الجهة اليمنى منها مع الاحداثي الافقي ، والمقاومة المعيارية عند هذه النقطة مساوية عددياً الى نسبة فولتية الموجة المتوقفة .

اذا كان جانب الاستلام منتهياً بمقاومة بحتة $(Z_R = R_R + j0)$ فالممانعة المعيارية المطابقة هي عدد حقيقي $R_R/Z_0 + j0$ واذا كان هذا أكبر من واحد فانها تمثل تقاطع الجهة اليمنى المذكور اعلاه وتساوي نسبة الموجة المتوقفة ولكن اذا كانت R_R/Z_0 أصغر من الواحد فانها تطابق تقاطع الجهة اليسرى للدائرة K. مع الاحداثي الافقي والجزء المحصور الى اليمين الذي هو ρ هو مقلوب هذه القيمة او Z_0/R_R ومن ثم لحمل مقامي بحت فان نسبة الموجات المتوقفة هي اما R_R/Z_0 او Z_0/R_R (أيهما أكبر من واحد) .

ان مخطط كرانك البياني لخط قليل الفقد يبين أن $E_{max\,l}$ و E_{max} يحدثان عند الموقع نفسه على الخط هذا اضافة الى ان لهما نفس الطور عند هذه النقطة وهذا يعطي اعلى ممانعة وتكون مقاومية بحتة وهي تتطابق مع تقاطع

الجهة اليمنى من المحل الهندسي للممانعة مع الاحداثي r والمقاومة المعيارية هنا مساوية لنسبة الموجة المتوقفة ρ وعليه فان :

$$Z_{max} = \rho Z_0 + j0 \qquad (6.10)$$

وبطريقة مشابهة E_{min} و I_{max} يحدثان معاً وعلى بعد ربع طول موجة من E_{max} و I_{min} وهذا هو موقع اوطأ ممانعة (مرة اخرى مقاومة) وهي تتطابق مع تقاطع الجهة اليسرى للمحل الهندسي للممانعة مع الاحداثي r ».

المقاومتان المعيارتان عند هذين التقاطعين احداهما مقلوب الاخرى والاعلى هي ρ وعليه فان الاوطأ هي $1/\rho$ وهذا يعطي :

$$Z_{min} = \frac{Z_0}{\rho} + j0 \qquad (6.11)$$

ان نسبة Z_{max}/Z_{min} مساوية لـ ρ^2 والتي هي تفسير آخر لما يسمى بـ « نسبة قدرة الموجة المتوقفة » .

مثال :

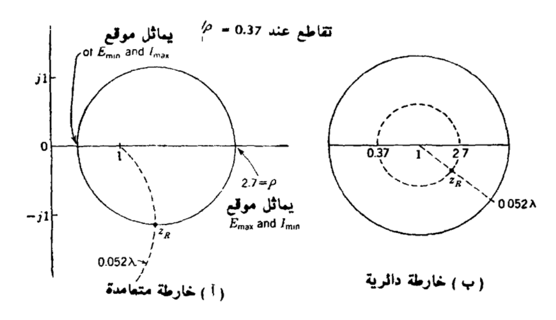
خط قليل الفقد له $Z_0 = 70$ اوم منتهٍ بممانعة $Z_R = 115 - j80$ اوم . طول الموجة على الخط هو 2.5 متــر . جد نسبة الموجة المتوقفة واعلى واوطأ ممانعتين للخط . ثم جد المسافة بين الحمل واول ادنى فولتية ايضاً .

ممانعة جانب الاستلام المعيارية هي :

$$z_R = \frac{115 - j80}{70} = 1.64 - j1.14$$

وكما هو واضح في الشكل (6.3) ندخل كلا خريطتي خط النقل عند هذه الممانعة ونجد بأنها تطابق القراءة $0.052\ \lambda$ على مقياس المسافة وبالدوران على دائرة ذات K ثابت (مساو الى 0.46) ، المحل الهندسي يقطع الاحداثي الافقي عند $z = 0.37 + j0$ وهذا هو موقع اول اوطأ ممانعة وأدنى فولتية وأقصى تيار . المسافة من الحمل $(0.250 - 0.052)\ \lambda = 0.198 \times 2.5 = 0.495$. وعلى امتداد يبعد ربع طول الموجة فان المحل الهندسي يقطع الاحداثي الافقي عند $z = 2.7 + j0$ وهذا هو موقع اول اعلى ممانعة وأقصى فولتية وأدنى تيار ونسبة الموجة المتوقفة تعطى بالمقاومة المعيارية عند هذا التقاطع :ـ

$\rho = 2.7$ والمسافة من الحمل الى اول اقصى فولتية هي $0.495 + \lambda/4 = 1.12$ متر والممانعة عند هذه النقطة هي $Z_{max} = \rho Z_0 = 2.7 \times 70 = 189 + j0$ اوم .



(أ) خارطة متعامدة

(ب) خارطة دائرية

6.3. قيم قصوى على نموذج الموجة المتوقفة . القدرة :

Extreme Values on the Standing-wave Pattern. Power.

لخط قليل الفقد فان العلاقة بين الحدود القصوى للتيار والفولتية على نموذج الموجة المتوقفة بصورة خاصة بسيطة بالرغم من ان الكميتين تحدثان بمباعدة مقدارها ربع طول موجة وكما في المعادلة (6.7) نكتب :

$$|E_{max}| = |E^+| + |E^-|$$

ولكن $|E^+| = |I^+| Z_0$ و $|E^-| = |I^-| Z_0$ وعليه عندنا :

$$|E_{max}| = [|I^+| + |I^-|]Z_0$$

ان الجزء بين الاقواس هو اتساع I_{max} وهكذا يكون عندنا علاقة بسيطة :

$$|E_{max}| = |I_{max}| Z_0 \qquad (6.12)$$

وبطريقة مشابهة يمكن البرهنة على ان القيم الدنيا للتيار والفولتية ، تكون بالرغم من حدوثهما بمباعدة مقدارها ربع طول الموجة ، يرتبطان بالعلاقة البسيطة الآتية :

$$|E_{min}| = |I_{min}| Z_0 \qquad (6.13)$$

من الممكن التعبير عن القدرة المرسلة بواسطة خط بعدة طرق مكافئة وان تكون الحسابات أبسط عند نقطة اقصى وأدنى فولتية حيث ان الممانعة عندها هي مقاومة بحتة . عند نقطة اقصى فولتية او أدنى تيار يكون عندنا $E_{max} = I_{min}Z_{max} = I_{min}\rho Z_0$ وعليه يمكن التعبير عن القدرة بـ :

$$P = |E_{max}| \cdot |I_{min}| = \frac{|E_{max}|^2}{\rho Z_0} \qquad (6.14)$$

ويمكن كتابة تعبير مكافئ للقدرة عند نقطة أدنى فولتية وأقصى تيار حيث ان $E_{min} = I_{max}Z_{min} = I_{max}Z_0/\rho$ وهنا عندنا :

$$P = |E_{min}| \cdot |I_{max}| = \frac{\rho |E_{min}|^2}{Z_0} \qquad (6.15)$$

ويحصل على تعبير أكثر تناظر بحل (6.13) لـ $|I_{min}|$ وتعويضه في المعادلة (6.14) :

$$P = \frac{|E_{max}| \cdot |E_{min}|}{Z_0} \qquad (6.16)$$

واذا استعملنا المعادلة (6.16) وعبرنا عن E_{max} و E_{min} بدلالة E^+ و E^- فيمكن كتابة القدرة كالآتي :

$$P = \frac{(|E^+| + |E^-|)(|E^+| - |E^-|)}{Z_0}$$

$$P = \frac{|E^+|^2}{Z_0} - \frac{|E^-|^2}{Z_0} \qquad (6.17)$$

ونستطيع اعتبار الحد الاول من هذا التعبير كقدرة مرتبطة مع الموجة المنتقلة الى الامام والحد الثاني كقدرة منتقلة منعكسة وهذا الفصل البسيط للقدرة الى مركبتين ، كل واحدة مرتبطة مع احدى الموجتين المنتقلتين ، يكون صحيحاً فقط عندما تكون الممانعة المميزة هي مقاومة بحتة وما عدا ذلك فان التفاعل بين الموجتين يؤدي الى ظهور مركبة ثالثة للقدرة وعليه فان هذا المفهوم يطبق فقط على الخطوط القليلة الفقد والخطوط العديمة التشوه distortionless ولكن بصورة عامة ليس على خطوط ذات فقد .

مثال :

الخط في مثال الجزء السابق كان له $Z_0 = 70$ اوم و $Z_R = 115 - j\,80$ اوم ووجد بأن له نسبة متوقفة 2.7 اذا ارسلت قدرة مقدارها 50 واط على هذا الخط جد اتساعا أقصى وأدنى فولتية وتيار ، ثم جد اتساع فولتية جانب الاستلام ايضاً .

اعلى واوطأ ممانعتين هما مقاوميتان بحتتان وعليه تستطيع كتابة اعلى نقطة :

$$P = \frac{|E_{max}|^2}{Z_{max}} = \frac{|E_{max}|^2}{\rho Z_0}$$

او

$$50 = \frac{|E_{max}|^2}{2.70 \times 70}$$

والتي فيها نجد :

$$| E_{max} | = 97.3$$

فولت

ولايجاد اقصى فولتية على امتداد نموذج الموجة المتوقفة نستعمل العلاقة :

$$| E_{max} | = \rho | E_{min} |$$

او

$$97.3 = 2.7 \, | E_{min} |$$

والتي منها :

$$| E_{min} | = 36.0$$

فولت

ولاقصى حد للتيار وأدناه نستعمل المعادلتين (6.12) و (6.13) :-

$$| I_{max} | = \frac{| E_{max} |}{Z_0} = \frac{97.3}{70} = 1.39$$

$$| I_{min} | = \frac{| E_{min} |}{Z_0} = \frac{36.0}{70} = 0.514$$

أمبير

يمكن ايجاد تيار جانب الاستلام من علاقة القدرة :

$$P = | I_R |^2 R_R$$

حيث ان R_R هي المركبة المقاومية لممانعة جانب الاستلام ، وعليه :

$$50 = | I_R |^2 \times 115$$

منها نحصل على :

$$| I_R | = 0\,660$$

امبير

وفولتية جانب الارسال عندها :

$$| E_R | = | I_R Z_R | = 0.660 \sqrt{(115)^2 + (80)^2}$$

$= 92.5$ فولت

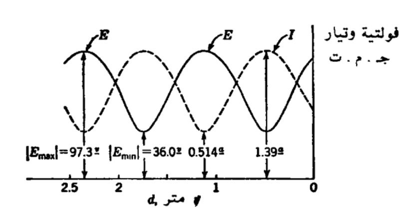
ان نموذج الموجة المتوقفة مبين الشكل 6.4 ، طول الموجة هو 2.5 متر والمسافة من الحمل الى اول ادنى فولتية وجدت في الجزء السابق وكانت 0.445 متراً .

6.4. الممانعة لخطوط عديمة الفقد :

The Impedance of Lossless Lines.

ان تغير الممانعة على طول خط عديم الفقد يمكن (بالطبع) ايجادها من خرائط خط النقل وقد برهنا سابقاً بأن المحل الهندسي لخط مهمل الفقد يتبع ببساطة دائرة ذات K ثابت ولبعض الاغراض فانه من المناسب ان تكون هنالك

صيغة للممانعة (ربما للحصول على نتائج أكثر دقة من تلك المحصلة بيانياً) ولكن بصورة عامة بسبب ان الصيغ لحالات خاصة معينة تصبح بسيطة وواضحة سنرجع الى المعادلة (4.42) التي تعطي الممانعة لخط فقد بصورة عامة بدلالة الدالات الزائدية وبوضع ثابت التوهين مساو الى الصفر (اي نستعمل $\gamma d = j\beta d$) ، الان نلاحظ من المتطابقة (4.35) بأن $\tanh j\beta d = j \tan \beta d$, وعليه نستطيع كتابة المعادلة (4.42) لحالة عدم الفقد كالاتي :



شكل 6.4 انموذج الموجة المتوقفة للمثال .

$$Z = Z_0 \frac{Z_R + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_R \tan \beta d}$$

$$= Z_0 \frac{Z_R + jZ_0 \tan 2\pi d/\lambda}{Z_0 + jZ_R \tan 2\pi d/\lambda} \qquad (6.18)$$

ان الزاوية $\beta d = 2\pi d/\lambda$ معبر عنها بالزوايا نصف القطرية ونحصل على ممانعة جانب الارسال للخط Z_s من التعبير السابق بوضع $d = l$.

مثال :

جد ممانعة جانب الارسال لخط مهمل الفقد عندما

$Z_0 = 55$ اوم و $Z_R = 115 + j\,75$ اوم و $l = 1.183\ \lambda$

نستعمل المعادلة (6.18) ونعبر اولاً عن الزاوية $2\pi d/\lambda$ بالدرجات ، الزاوية هي $2\pi \times 1.183 = 7.43$ من الزوايا نصف القطرية او 426° والتي هي مكافئة لـ 66° ثم :

$$Z_s = 55 \frac{(115 + j75) + j55 \tan 66^\circ}{55 + j(115 + j75) \tan 66^\circ}$$

$$= 26.5 - j36.0 \text{ اوم}$$

وهذه تقارن مع $j\,35.8 - 27$ اوم والتي حصلنا عليها من طريقة خط النقل ، باستعمال المعلومات نفسها في المثال 2 الجزء 5.5 .

6.5. خطوط نصف طول موجة وربع طول موجة :
Half-wavelength and Quarter-wavelength Lines.

ان مسافة نصف طول موجة على طول خط قليل الفقد تمثل على طريقة خط نقل بدوران كامل على دائرة K ثابت وعليه فان الممانعة نفسها ستتكرر عند الفواصل ذات نصف طول موجة ويمكن رؤية هذا ايضاً من المعادلة (6.18) حيث ان دالة الظل تتكرر عند فواصل مقدارها π من الزوايا نصف القطرية ، وبالرغم من ان الممانعة تتكرر عند فواصل مقدارها $\lambda/12$ فان كلاً من الفولتية والتيار يتعرضان الى ازاحة بالطور مقدارها 180° عند هذه المسافات . وبسبب تأثير تكرر الممانعة لمقاطع ذات نصف طول موجة فان العوازل من نوع الخرزة (Bead Type) في الخط المحوري يجب ان لاتوضع بمباعدة تساوي نصف موجة حيث ان هذا مكافيء لربطهما على التوازي اما اذا وضعت الخرزات بمباعدة ربع طول موجة فان الانعكاسات المتسببة منهما ستحذف ماعدا مركبات فقدها .

ان مقطعاً ذا ربع طول موجي لخط قليل الفقد يعمل كعاكس ممانعة (Impedance Inverter) وكمثال اذا كانت ممانعة الانتهاء أكبر من Z_0 فان الممانعة في الجهة الاخرى ستكون أصغر من Z_0 وفضلاً عن ذلك فان حملا حثياً سيجعل ممانعة جانب الارسال سعوية والعكس صحيح ايضاً وللبرهنة على هذه الخاصية استعمل المعادلة (6.18) وقسم البسط والمقام على $\tan 2\pi d/\lambda$, واجعل d تقترب من $\lambda/4$ وعندها تصبح ممانعة جانب الارسال لمقطع ذي ربع طول موجة .

$$Z_s = \frac{Z_0^2}{Z_R} \qquad (6.19)$$

ويمكن كتابة هذا لـ $Z_s/Z_0 = Z_0/Z_R$ او بدلالة الممانعة المعيارية :

$$z_s = \frac{1}{z_R} \qquad (6.20)$$

وعليه فان الممانعة المعيارية المركبة عكست اي ان اتساعها قلب وعكست زاوية طورها وهنالك تطبيق مهم لهذه الخاصية وهو مايسمى بـ « محول ربع الموجة (Quarter Wave Transformer) وسيوصف في الجزء 7.8 . باعتماد المعادلة (6.18) يظهر بان اي مقطع ذي عدد فردي من ارباع الطول الموجي سيكون له خاصية عكس الممانعة نفسها على شرط ان يكون الفقد الاجمالي صغيراً » . ويمكن

اعتبار هذا نتيجة لاضافة واحد او اكثر من المقاطع المكررة من ممانعة نصف طول الموجة الى مقطع ذي ربع طول موجي .

6.6. مقاطع قصيرة كعناصر دائرة :

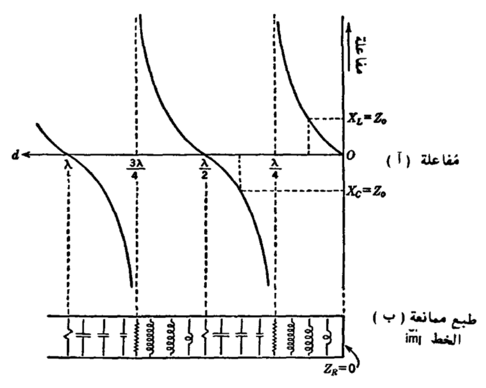
Short Sections as Circuit Elements.

كلما ازداد التردد وصغر طول الموجة فان ملفات المحاثة المألوفة والمتسعات (Condensers) تصبح اقل واقل فائدة كعناصر دائرة ، ان السعة الموزعة والموجودة بين لفات الملف تعطي ممانعة اقل كلما ارتفع التردد وفي النهاية فان الملف لايتصرف كعنصر مكتل مع محاثة ثابتة بل يتصرف اكثر كخط نقل معقد وغير متوقع بالاضافة الى ذلك وبخلاف مامتوقع فان الفقد يكون عالياً دونما حاجة بسبب التأثير السطحي والقرب (Proximity) وعلى الاغلب بسبب انبعاث الطاقة.كما ان للمتسعات صعوبات مشابهة مرتبطة مع سريان التيار بالرغم من ان المدى النافع للمتسعات ممكن تمديده بصورة كبيرة باستعمال صفائح صغيرة ذات شكل هندسي بسيط وكلما اصبح التأثير الموزع للعناصر المكتلة المقترحة متعباً يصبح استعمال الثوابت الموزعة ذات الاشكال الهندسية البسيطة مرغوباً فيه وحيث تسمح بتوقع التأثير بشكل ابسط ويجعل الفقد اقل مايمكن وهذا يؤدي الى استعمال المقاطع القصيرة لخطوط النقل مع انتهاء كامل الانعكاس ويستفاد منهما كمفاعلات حثية او سعوية او كدوائر رنانة(Resonant Circuits) عند الاطوال الموجية تحت بضع امتار حيث يصبح الخط المطلوب ملائماً لان مقطعه قصير الى درجة كافية بحيث يصبح ملائما . هذه الخطوط القصيرة غالباً تدعى بتر * (Stubs). ان الخطوط المتوازية الانبوب والمتوازية الشريحة تستعمل غالباً ولكن عند اطوال موجية اقصر يفضل منها المحوري لانه مدرع ذاتياً (Self Shielded) وعلى اية حال يجب الحذر عندالانتهاءات لحفظ الطاقة ضمن الفراغ الحلقي ومنعه من الانتقال الى خارج الموصل الخارجي وعند الاطوال الموجية ذات 10 سم او اقل تستعمل صناديق معدنية مجوفة كمرنان (Resonator).

يمكن النظر الى بعض الانواع المتطرفة من التجويفات الرنانة (Cavity Resonators) كخطوط نقل اعتيادية ولكنها بصورة عامة خارج نطاق الدائرة الموزعة ويجب تحليلها بطرق النظرية الكهرومغناطيسية العامة وهذا يجعل الصندوق المجوف الرنان (Resonator Hollow-box) خارج مجال هذا الكتاب وسنعالج هنا فقط الاجهزة المفاعلة والرنانة التي يمكن تحليلها بواسطة نظرية خط النقل المألوفة .

* بتر جمع ابتر

ان الانتهاء الكامل الانعكاس اللازم لتكوين عنصر قليل الفقد ممكن الحصول عليه بواسطة دائرة قصر او دائرة فتح او مفاعلة بحتة ويستعمل انتهاء دائرة قصر على الاغلب لانه من الاسهل احداث انعكاس كامل بهذه الطريقة عندما يكون الطول الموجي صغيراً . ان الخطوط المفتوحة الدائرة قد تشع طاقة من الاطراف المفتوحة مالم تكن المباعدة بين الموصلات صغيرة الى درجة كافية بالمقارنة مع ربع طول الموجة وعلى خط مفتوح السلك فان صفيحة موصلة مقامة عمودياً على الخط وموصلة كهربائياً الى السلكين هي عاكس ممتاز ومن الممكن جعل القابلو المحوري دائرة قصر بصورة كلية وذلك بغلق الفراغ الحلقي بسداد موصل .



شكل 6.5 التغير في مفاعلة على طول خط عديم الفقد مقصر الدائرة

انتهاء دائرة قصر :

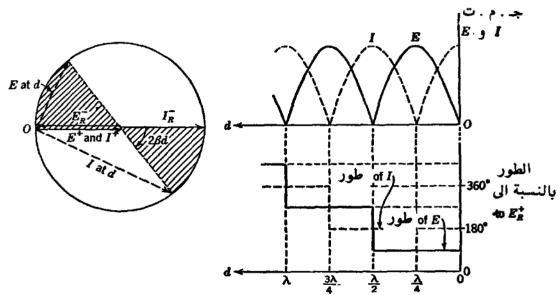
لايجاد الممانعة لخط دائرة قصر عديم الفقد ، استعمل المعادلة (6.18) مع $Z_R = 0$، والنتيجة هي :

$$Z = jZ_0 \tan \frac{2\pi d}{\lambda} \qquad (6.21)$$

حيث ان الزاوية $2\pi d/\lambda$ هي بالزوايا نصف القطرية ومع الزاوية معبر عنها بالدرجات عندنا :

$$Z = jZ_0 \tan \left(\frac{d}{\lambda} 360°\right) \qquad (6.22)$$

وهذه الممانعة هي مفاعلة بحته وتغيرها مع d مخطط في الشكل 6.5 المسافة من الحمل d تظهر في ازدياد الى اليسار لجعلها مطابقة مع تخطيطنا الاعتيادي للخط وعندما يكون طول الخط العديم الفقد عدداً صحيحاً من انصاف الاطوال الموجية فان ممانعة جانب الارسال تكون صفراً وان فقد الخط هنا يجعل الممانعة في الحقيقة مقاومة صغيرة جداً ويقال عن خط بهذا الطول بانه رنان ويمكن مقارنته مع دائرة LC المتوالية المكتلة في حالة الرنين ، وعندما يكون طول الخط العديم الفقد عدداً فردياً من ارباع الاطوال الموجية فان ممانعة جانب الارسال تكون غير نهائية نظرياً (مقلوب ممانعة جانب الاستلام) والممانعة الحقيقية (باعتبار الفقد) هي مقاومة كبيرة جداً ويقال عن الخط انه غير رنان **(Antiresonant)** ويمكن مقارنته مع دائرة LC المتوازية المكتلة عندما $\omega L = 1/\omega C$ ان تأثير الفقد سيشرح في الجزء 6.8. بالرجوع الى الشكل 6.5 يتضح بان مفاعلة ابتر مقصر الدائرة **(Short Circuited Stub)** حثية لاطوال اصغر من $\lambda/4$ وسعوية لاطوال بين $\lambda/4$ و $\lambda/2$ ومن الممكن ضبط اتساع الممانعة بتغيير طول الابتر وعندما $\lambda/8 = 2$ ($\beta l = \pi/4$ من الزوايا نصف القطرية او 45°) نحصل على مفاعلة حثية مساوية عددياً للممانعة المميزة : $Z = jZ_0$ وبطريقة مشابهة عندنا $l = 3\ \lambda/8$ ($\beta l = 3\pi/4$ من الزوايا نصف القطرية او 135°) نحصل على $Z = -jZ_0$.



شكل 6.6 مخطط كرانك البياني وانموذج الموجة المتوقفة والرسم البياني للطور لخط عديم الفقد مقصر الدائرة .

من الممكن الحصول على انموذج الموجة المتوقفة على طول خط مقصر الدائرة من رسم كرانك البياني كما مبين في الشكل 6.6 ويساوي معامل الانعكاس للفولتية عند جانب الاستلام (1 −) يحتوي الانموذج على دارات جيبية متعاقبة مع E_{min} (=0) و I_{max} تحدثان على جانب الاستلام وهذا الرسم البياني يمكن مقارنته مع الرسم البياني في الشكل 4.8 ومن الممكن رسم انموذج من الذاكرة مبتدءاً بـ $E = 0$ و $I = I_{max}$ عند دائرة القصر .

نتذكر من الجزء 4.6 بأن مخطط كرانك البياني رسم مع ابقاء E^+ اختيارياً ثابتاً في حين ان E^+ حقيقية يجب ان يدور بعكس عقارب الساعة خلال زاوية مقدارها βd و E^- كما يجب ان يدور بالعكس الزاوية نفسها ، وعليه للحصول على زوايا طور E و I بالنسبة الى مرجع ثابت E_R^+ فانه من الضروري تدوير كل رسم كرانك البياني بالزاوية βd ، ان زوايا الطور الناتجة للمسألة الحالية مبينة في الشكل 6.6 . وان ازاحة بالطور (Phase Shift) مقدارها 180° تحدث فجأة عند نقاط الالتقاء (Nodes) (الدارات المتجاورة مختلفة الطور بـ 180 كل مع الاخرى) في اول ربع طول موجة I يتخلف عن E بـ 90° وفي ربع طول موجة لاحق I يسبق الفولتية بـ 90° وهكذا يستمر التغير الدوري (Cyclic) .

يبين الشكل 6.5 التغيير في الممانعة مع المسافة من الحمل الا ان التغير مع التردد لطول معين من خط لايقل عن ذلك الاهمية واذا رجعنا الى المعادلة (6.21) واستعملنا $\lambda = v/f$ نحصل على ممانعة جانب الارسال لابتر مقصر الدائرة ذي طول l :ـ

$$Z_s = jZ_0 \tan \frac{2\pi l}{v} f$$

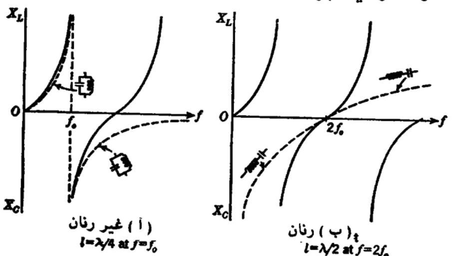
$$= jZ_0 \tan \frac{\pi f}{2f_0} \qquad (6.23)$$

شكل 6.7 تغير ممانعة المدخل مع التردد (لخط عديم الفقد مقصر الدائرة)

حيث ان f_0 هو التردد الذي يجعل طول الخط مساويا لربع طول الموجة وهذا مرسوم في الشكل (6.7) وهو مشابه بالهيئة للشكل 6.5 ، ان خطا منتظما يكون جانب استلامه دائرة مقصرة له عدد غير نهائي من الترددات الرنانة وغير الرنانة تتباعد عند فواصل منتظمة .

ان التطبيقات المختلفة للخطوط قليلة الفقد مقصرة الدائرة مبنية على الخواص التي شرحت الآن . ان الابتر مع دائرة قصر متحركة شائع الاستعمال كضابط للمفاعلة ويستخدم بكثرة كعنصر موالمة ممانعة (Impedance Matching).

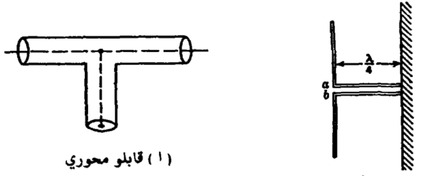
ان الخط قليل الفقد يتصرف بجوار التردد غير الرنان بالطريقة نفسها التي تتصرف بها دائرة رنانة متوازية ذات Q عالي ومن الممكن استعماله لاغراض مشابهة . قورن التغير بالمفاعلة مع التردد للنظامين في الشكل (6.8 ا) وبطريقة مشابهة يتصرف الخط قليل الفقد بجوار التردد الرنان كدائرة رنانة متوالية ذات Q عالي كما هو موضح في الشكل (6.8 ب) وسيشرح لـ Q لخط رنان او غير رنان مقصر الدائرة في الجزء 6.9 .



شكل 6.8 الخط عديم الفقد قصر الدائرة كدائرة رنانة ، المنحنيات المنقطة تبين مفاعلة دائرتي LC المكتلة للمقارنة .

غالباً مايستعمل ابتر طوله ربع موجة مقصر الدائرة كعازل قليل الفقد عند الاطوال الموجية القصيرة ، مثالان لهذا التطبيق موضحان في الشكل 6.9 كما يستعمل ابتر ربع موجة (Quarter Wave Stub) أحياناً كحامل لموصل المركز لقابلو محوري صلب حيث انه عند الاطوال الموجية القصيرة يحدث انعكاساً أقل من العوازل الخرزية . ان حامل الابتر هو تركيب غير رنان وحساس

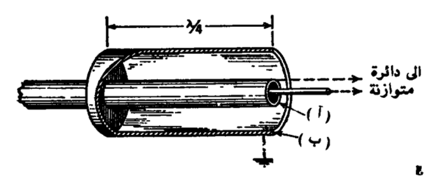
جداً الى التغير في التردد وبشكله البسيط ملائم فقط للحزم الضيقة (Narrow-Bands) وعلى أية حال فانه من الممكن توسيع الحزمة (Broad-Banded) بتطوير بسيط في تركيبه[1] .



(ا) قابلو محوري
(ب) هوائي ثنائي القطب
شكل 6.9 خطان مقصرا الدائرة ـ ربع موجة يستعملان كحاملين عازلين .

هناك تطبيق مشابه الى حد ما هو مغير الخط المتوازن (Line Balance Converter) ويدعى متوازن ـ غير متوازن (Balun) والذي يستعمل كناقل بين نظام محوري غير متوازن وخط ذو سلكين متوازن او هوائي ثنائي القطب (Dipole Antenna) وعند الترددات الاوطأ فان انتقال المتوازن الى غير المتوازن قد تم بواسطة محول مألوف والى حد ما اذا اعتبرت تيارات التردد العالي المتناوبة فأن الموصل الخارجي للقابلو المحوري هو بصورة عامة عند جهد اي سطوح كبيرة موصلة مجاورة او قريباً من ذلك ، اما بسبب ربط متعمد بين الاثنين او بسبب السعة الموجودة بينهما ، في حين في الجهة الاخرى يجب ان يكون الخط ذو السلكين متوازناً بالنسبة الى الارض بحيث يحمل تياران متساويان ومتعاكسان وسينتج عدم التوازن تيارات محتثة على السطوح الموصلة المتجاورة ، بالاضافة الى ذلك ، اذا ربط القابلو الى خط ذي سلكين فان الموجة ستنتقل الى خارج القابلو المحوري والتياران المتولدان لا يخدمان اي غرض مفيد ويؤديان الى فقد عال وغير ضروري . المتوازن ـ غير المتوازن البسيط مبين في الشكل 6.10 ويدعى عادة كُم فك تقارن (Decoupling sleeve) او بازوكا وهي تحتوي على عدد من ارباع الموجة عند نهاية القابلو المحوري والنهاية عند هذه النقطة من الانتقال وهي تكون مفتوحة وتكون النهاية الاخرى مغلقة ، ان الكم والسطح الخارجي للقابلو يكونان خط قابلو محوري ربع موجة والذي يكون

[1] See G. L. Ragan, "Microwave Transmission Circuits," Sec. 4.4, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948, and T. Moreno, "Microwave Transmission Design Data," pp. 88–93, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.

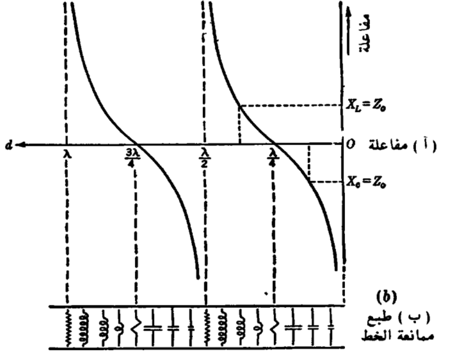


شكل 6.10 منظر لجزء مقطوع من كُم فك تقارن .

مقصر الدائرة عند احدى نهايتيه وعليه يحدث ممانعة عالية بين النقطتين آ و ب . ان نقطة آ الآن معزولة عن الارض ومن الممكن ربطها الى دائرة متوازنة .

المتوازن ـ غير المتوازن المبين في الشكل 6.10 مفيد على مدى ضيق (Narrow-Range)من الترددات وقد ابتكرت انواع اخرى لعرض حزمة اكبر[1].

اذا استعمل حمل مكتل في نهاية خط تردد عالٍ فمن الممكن تمديد الخط بربع طول موجة خارج الحمل وهنالك ينهي بدائرة قصر ستكون لهذا الامتداد كبيرة جداً كما يرى من الحمل ولا يغير ذلك من اداء النظام حسب نظرية الدائرة ، وعلى



شكل 6.11 تغير المفاعلة على طول خط عديم الفقد مفتوح الدائرة

"Very High-frequency Techniques." by the Radio Research Laboratory Staff of Harvard University, Vol. I, Secs. 3-13 to 3-16, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947.

اية حال من وجهة نظر المجال فأن دائرة القصر ستعكس اية طاقة تعبر خلف الحمل وترسل هذا الانعكاس الى الحمل بحيث انها تصل مع علاقة طور لتقوي نصف دورة الموجة الثانية الواصلة من المولد .

انتهاء دائرة فتح : Open Circuit Termination

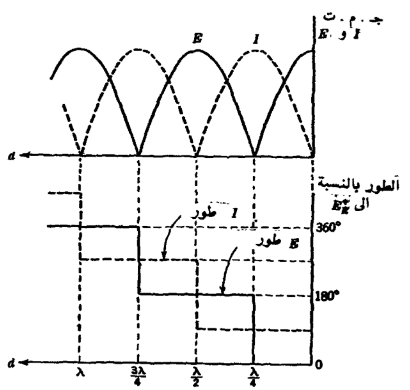
من الممكن ايجاد الممانعة لخط عديم الفقد مفتوح الدائرة من المعادلة (6.18) وذلك بجعل Z_R تقترب من مقدار غير متناهٍ ثم نحصل على :

$$Z = \frac{-jZ_0}{\tan 2\pi d/\lambda} \qquad (6.24)$$

او مع ازاحة الزاوية بالدرجات :

$$Z = \frac{-jZ_0}{\tan [(d/\lambda)360°]} \qquad (6.25)$$

وهذا له تغير مخطط في الشكل (6.11) . طبيعة ممانعة الخط مبينة رمزيا عند نقاط مختلفة وتكون الممانعة صغيرة جداً على بعد ربع طول موجة من الانتهاء (رنين) وكبيرة على بعد نصف طول موجة من النهاية المفتوحة للدائرة (غير رنان) وتحدث مفاعلة سعوية مع ابتر مفتوح النهاية والقصر من ربع طول الموجة وتحصل مفاعلة حثية عندما يكون الطول بين $\lambda/4$ و $\lambda/2$ وهكذا دورياً .



شكل 6.12 رسم بياني لانموذج الموجة المتوقفة والطور لخط عديم الفقد مفتوح الدائرة

الشكل 6.12 يبين انموذج الموجة المتوقفة والتغير بالطور لكل من E و I على طول الخط ومن الممكن الحصول عليهما من رسم كرانك البياني وكما عمل في الشكل 6.6. من الممكن ومرة اخرى وببساطة رسم الانموذج من الذاكرة لـ $I = 0$ و $E = E_{max}$ عند النهاية المفتوحة .

الانتهاء مفاعل : Reactive Termination

من الممكن احداث انعكاس تام ليس فقط بدائرة فتح او بدائرة قصر ولكن ايضاً بأي انتهاء مفاعل لايمتص اية طاقة ومن الممكن ايجاد التغير في الممانعة على طول الخط (بالطبع) من المعادلة 6.16 ومن الممكن استعمال مخطط كرانك البياني لايجاد انموذج الموجة المتوقفة وعلى اية حال فانه من المناسب لاغراض شتى تصور تأثير الحمل المفاعل بتبديله مع امتداد خط مفترض ممتد مفتوح او مقصر الدائرة ، ان طول هذا الامتداد المفترض يختار بحيث ان المفاعلة الحقيقية عند نهاية الاستلام هي نفسها كالسابق ومن الممكن عندها ايجاد انموذج الموجة المتوقفة عند نقاط مختلفة للنظام الجديد المتكون من الخط الحقيقي زائداً الامتداد وبعدها يمكن اهمال الجزء المفترض .

الشكل 6.13 يبين مثالين لهذه الطريقة مع انموذج الموجتين المتوقفتين الناتجتين ففي الشكل 6.13 أُبدِل الحمل الحثي بُدِل مع امتداد دائرة قصر واختير الطول بحيث يجهز ممانعة مقدارها $j\ 600$ اوم عند طرفيه ولايجاد طول الامتداد استعمل المعادلة (6.22) مع ($Z_s' = j\ 600$ اوم) ثم عندها :

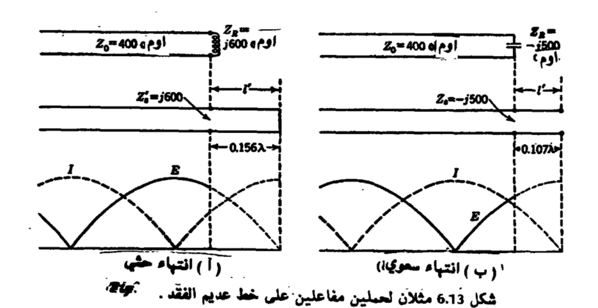


Fig. شكل 6.13 مثلان لحملين مفاعلين على خط عديم الفقد .

$$j600 = j400 \tan\left(\frac{l'}{\lambda} 360°\right)$$

وعليه :

$$\tan\left(\frac{l'}{\lambda} 360°\right) = 1.50$$

ومنها

$$\frac{l'}{\lambda} 360° = 56.3°$$

او

$$l' = 0.156\lambda$$

ان الطول المكافيء لامتداد الدائرة المفتوحة في الشكل (6.13ب) يستخرج باستعمال المعادلة (6.25) :

$$-j500 = \frac{-j400}{\tan\left(\frac{l'}{\lambda} 360°\right)}$$

ومنها نحصل على :

$$l' = 0.107\lambda$$

ان المكافيء لامتداد دائرة قصر مع طول اصغر من $\lambda/4$ هو حمل حثي ان E هي صفر عند النهاية المقصرة للامتداد المفترض ، هذا يجعل موقع اقصى فولتية على بعد اقل من $\lambda/4$ من حمل حثي وتكافيء المحاثاة الاكبر لامتدادات اطول . وتتحرك فولتية نحو الحمل اي انه عند محاثة غير نهائية يكون التأثير مشابهاً لتأثير دائرة مفتوحة .

بالتشابه فان حملاً سعوياً يكون مكافئاً لامتداد دائرة مفتوحة مع طول اقل من $\lambda/4$ وهذا يؤدي الى ادنى موقع فولتية هو على بعد اقل من $\lambda/4$ من الحمل وتكون السعات الاكبر مكافئة لامتدادات اطول جاعلة ادنى فولتية تقترب من الحمل او تعطي السعة الكبيرة جداً تأثير دائرة قصر مع $E = 0$ عند الحمل .

6.7 . نظم رنانة اخرى Other Resonant Systems.

نوقشت الصفات الرنانة وغير الرنانة لمقطع قصير من خط قليل الفقد في الجزء السابق من وجهة نظر الممانعة الظاهرة للمولد ووجهات النظر الاخرى غالباً ماتكون مفيدة وهذه ستناقش بالترابط مع نظم درجة تعقيدها اكبر قليلاً . ان كلمة « رنان » تستعمل عادةً كحد شامل للدلالة على حالة نظام عندما يساق عند الترددات الطبيعية لذبذبته وعليه عندما تستعمل هذه الكلمة بهذه الطريقة فانها

تعني الظاهرتين سابقاً الرنين والرنين العكسي (Resonance and Antiresonane) وسيتضح المعنى من سياق الكلام .

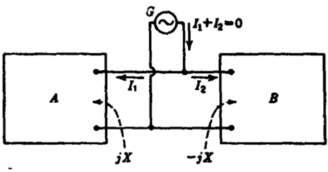
اعتبر الشكل 6.4 والذي فيه الصندوقان A و B يمثلان شبكتين عديمتي الفقد ممانعة مدخلهما عند تردد معيَّن مفاعلتان متساويتان بالاتساع ولكن مختلفتان بالاشارة وعندما يساقان بمولد G يسلط فولتية مقدارها E بين طرفيه فان التيارين المارين في الشبكتين هما على التوالي $I_1 = E/jX$ و $I_2 = -E/jX$ ، ان تيار المولد (مجموع هذين التيارين) هو صفر والممانعة المشاهدة من المولد غير نهائية والشبكتان تمثلان نظاماً غير رنان عند هذا التردد .

من جهة اخرى اذا ربط هذا المولد على التوالي مع احد الاسلاك الذي يوصل مابين الشبكتين فان المولد سوف يرى مجموع الممانعتين او ممانعة مقدارها صفر عند هذا التردد وسيكون النظام رناناً لتميزه عن النظام غير الرنان وفي هذا الجزء سنركز بصورة رئيسة على صفات النظم غير رنانة ومن الآن فصاعداً سنستعمل الكلمة « رنان » بمعناها العام .

في الحالة العملية فان شبكتي الشكل (6.14) سيكون لهما بعض الفقد وسيكون المولد قادراً على تجهيز تيار دوار بين الشبكتين وذلك بتجهيز تيار بالطور نفسه ليوازن الفقد وبصورة عامة فانه يمكن الحفاظ على النظام متذبذباً وذلك بتجهيزه عند نقطة معينة بطاقة ذات تردد ملائم ، ان اتساع التذبذب في الحالة المستقرة سيضبط نفسه بحيث ان كل الطاقة المجهزة تصرف كفقد .

عندما يكون الفقد صغيراً فان تيار المولد في الشكل 6.14 سيكون اصغر جداً من التيار الساري I_1 او I_2 بكثير والممانعة المشاهدة من قبل المولد ستكون سعتها اكبر بكثير جدا من X اوم وعليه فمالم يربط المولد عبر جزء من النظام ذي ممانعة صغيرة جداً بحيث يكون جزءاً للنظام فان ممانعة المدخل ستكون عالية جداً .

الشكل 6.15 يبين نظاماً رناناً متكون من خط مقصر الدائرة عند نهايته واذا سبق هذا النظام بمولد له فولتية متغيرة جيبياً فانه سيحدث موجة متوقفة كبيرة على النظام عند التردد الذي يجعل طول الخط مساوياً الى $\lambda/2$ وهذا هو التردد

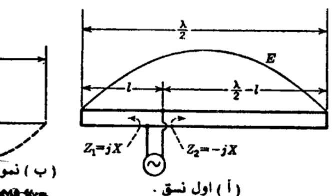


شكل 6.14 ممانعتان مفاعلتان متساويتان ومتعاكستان وصلتا لتشكلا نظاماً غير رنان .

الطبيعي لذبذبة النظام حيث انه يسمح للموجة المتوقفة لكي تحقق الشروط الحدودية وذلك لانها تملك فولتية عقدة voltage node عند كل من النهايتين المقصرتي الدائرة كما مبين في الشكل (6.15 أ) ان النتيجة مشابهة لاهتزاز خيط مرن موتر ومثبت في نهايته ويستطيع الفرد تخيل موجتين متنقلتين متعاكستين واحدة تنعكس باستمرار من الطرف الذي تسقط عليه وحين انعكاسه تكون مصدراً للموجة الاخرى وهذا التذبذب الحادث من الانعكاس المستمر الى الامام والخلف ممكن ان يبقى عند اتساع ثابت وذلك بتجهيزه بطاقة كافية من الخارج ليتعادل مع الفقد واذا ربط مولد عبر الخط كما في الشكل 6.15 فان الخط وفولتية المولد يجب ان يكونا متساويين عند نقطة الربط واذا لم يوضع المولد قريباً جداً من نقطة التقاء فأن هذه الفولتية ستكون رتبة اقصى فولتية على الخط نفسها وعليه فالمولد سيكون قادراً على تجهيز القدرة اللازمة وبتيار قليل فقط وسيرى النظام غير رنان . اما في الجهة الاخرى فان المولد المربوط على التوالي مع خط سيرى ممانعة واطئة وسيظهر النظام كأنه رنان بدلاً من غير رنان .

باعتبار الموجة المتوقفة بصورة عامة فان التيار يكون اعلى مايمكن في اللحظة التي تكون الفولتية في كل مكان صفراً وفي هذه اللحظة فان كل الطاقة في النظام ستخزن كمجالاً مغناطيسياً وبعد ربع دورة فان التيار يكون صفراً في كل مكان والفولتية اعلى مايمكن وبذا انتقلت الطاقة الى المجال الكهربائي .

واذا ازداد تردد المولد المساق خارج اول رنين فان ثاني تردد رنان سيكون عند ضعف التردد الاول وهذا التردد سيجعل طول الخط مساوياً لطول موجي ومرةً اخرى يسمح للموجة المتوقفة لتحقيق الشروط الحدودية بامتلاك نقطة التقاء النهايتين المقصرتي الدائرة ونموذج الموجة المتوقفة الناتج لذبذبة النسق الثاني مبين في الشكل (6.15 ب) وهذا النسق له فولتية نقطة التقاء في منتصف



(أ) اول نسق .

(ب) نموذج الموجة المتوقفة للنسق الثاني .

Fig. 6.25 A low-loss antiresonant typ

شكل 6.15 نظام قليل الفقد غير رنان ونموذجان للموجة المتوقفة لاول نسقين .

الخط . ان المولد المربوط عبر الخط في نقطة الالتقاء لايكون قادراً على تجهيز الطاقة الى النسق ولا يكون قادراً على اثارة او ابقاء التذبذب .

من الممكن ايجاد نسق تذبذب اعلى عند المضاعفات الصحيحة لاول تردد رنان واذا احتوت فولتية المولد على توافقيات (Harmonics) فان من الممكن ان يثار نسقان او اكثر مرة واحدة وعندها عدة ترددات ستظهر على النظام في الوقت نفسه وسيكون انموذج الموجة المتوقفة (مقاساً بمؤشر فولتية جـ . م . ت (Rms Voltage Indicator) سيكون له شكلاً معقداً .

ان الاستدلال وفق اساسيات الطاقة تبين بأن مولداً مربوطاً على التوازي سيرى ممانعة عالية ولكن سنستعرض ذلك مع معادلات خط النقل للنسق الاول للشكل (6.15 أ) ، وباهمال الفقد واستعمال المعادلة (6.21) فان ممانعة مقطع الجهة اليسرى كما يرى من طرفي المولد هي :

$$Z_1 = jZ_0 \tan \frac{2\pi l}{\lambda}$$

وممانعة مقطع الجهة اليمنى كما يرى من الطرفين نفسيهما :

$$\begin{aligned} Z_2 &= jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda}{2} - l\right) \\ &= jZ_0 \tan\left(\pi - \frac{2\pi l}{\lambda}\right) \\ &= -jZ_0 \tan \frac{2\pi l}{\lambda} \end{aligned}$$

والتي هي سالب Z_1 ، ان المولد سيرى ممانعتين على التوازي والناتج هو ممانعة غير نهائية لاتعتمد عل الطول وعملياً (بالطبع) فان الممانعة محدودة عند

الرنين بالرغم من انها اكبر جداً من Z_1 ، واذا حركت نقطة اتصال المولد نحو نقطة التقاء الفولتية فان الممانعة Z_1 تقل وفي النهاية تصبح صفراً عند نقطة الالتقاء ($l = 0$) . بالتشابه فان الممانعة الظاهرة للمولد تقل نحو الصفر كلما اقتربت نقطة الالتقاء الى حد (عند نقطة الالتقاء) لايمكن تجهيز طاقة الى المولد .

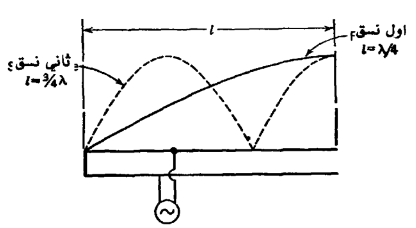


Fig. 6.16. Another anti

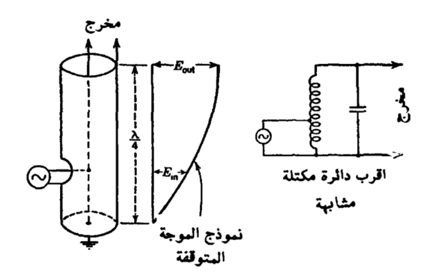
شكل 6.16 نظام غير رنان آخر .

مثال آخر لنظام خط نقل غير رنان مبين في الشكل 6.16 ، ان النَسق الطبيعية لذبذبة هذا النظام يجب ان يكون لها اقصى فولتية عند الطرف المفتوح ونقطة التقاء عند الدائرة المقصرة ، النسق الاول سيجعل طول الخط مساو لربع طول الموجة كما تبين نموذج الموجة المتوقفة بالمنحني المستمر وللنسق الثاني تردد يعادل ثلاث مرات بقدر الاول ويجعل طول الخط $3\lambda/4$ وانموذج موجته المتوقفة مبين بالمنحني المنقط . هذا النظام يشتغل عند اوطأ نسق وغالباً مايستعمل عملياً . وعندما يربط المولد في النهاية المفتوحة للخط فان النظام سيختصر الى ذلك النظام البسيط الذي نوقش في الجزء السابق (الاشكال من 6.5 الى 6.8) وعندما يساق الخط في نقطة وسطية فان من الممكن استعماله محولاً ذاتياً موالفاً (Tuned Auto Transformer) كماهو مبين في الشكل 6.17 . انموذج الموجة المتوقفة الظاهرة بجانب الخط يفترض بان المخرج يشتغل في ممانعة عالية جداً .

ان الترتيب الموضح في الشكل 6.18 غالباً مايصادف في التطبيقات العملية ، المتسعة C ممكن ان تمثل السعة بين الالواح الداخلية (Interelectrode) لصمام مفرغ (Vaccum Tube) سيبين النظام عندما تكون ممانعة مدخل الخط Z مفاعلة مساوية ومعاكسة لمفاعلة المتسعة . باستعمال المعادلة (6.21) مع الزاوية $2\pi l/\lambda$. معبرة عنها كـ $\omega l/v$. هذا الشرط هو :

$$Z_0 \tan \frac{l\omega}{v} = \frac{1}{\omega C} \qquad (6.26)$$

ان الترددات غير الرنانة تعطى بتقاطع القطع الزائد $1/\omega C$ **(Hyperbola)** مع الدالة $Z_0 \tan l\omega/v$. كما هو مبين في الشكل 6.18 ب . وهذه لاترتبط توافقياً كل بالآخر ، ان نماذج الموجة المتوقفة للفولتية لاول نسقين مخططة تقريباً في الشكل 6.18 أ .



شكل 6.17 خط ربع موجة مستعمل محولاً ذاتياً .

6.8. الممانعة قرب الرنين والرنين العكسي :

The Impe dance Near Resonance and Antiresonance:

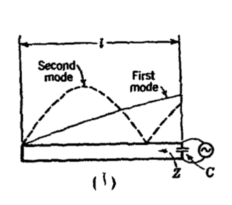
بسبب اهمال الفقد فان المعادلات المشتقة في الجزء 6.6 تبيّن بان ممانعة المدخل هي غير نهائية عند الرنين العكسي وصفر عند الرنين ، في هذا الجزء سنأخذ الفقد بنظر الاعتبار ونلاحظ صفات الممانعة قرب الترددات الحرجة او نأخذ بنظر الاعتبار مقطع النظم الرنانة البسيطة التي تساق عند احدى النهايتين وتربط النهاية الاخرى الى انتهاء انعكاس تام .

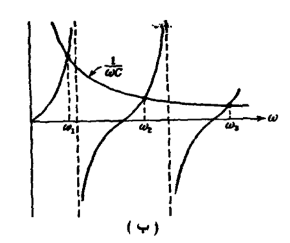
مسايرة مدخل قرب رنين عكسي : اذا كان الانتهاء عاكساً تاماً فان مركبتي الفولتية المنعكسة والساقطة ستكونان متساويتين بالاتساع عند جانب الاستلام ، ارمز لهذه الاتساع بالحرف A اي ان :

$$|E_R^+| = |E_R^-| = A \qquad (6.27)$$

لذا فان اتساع مركبة التيار وعند جانب الاستلام سيكون :

$$|I_R^+| = |I_R^-| = \frac{A}{Z_0} \qquad (6.28)$$





شكل 6.18 خط غير رنان محمل بسعة عند احدى نهايتيه .

عند جانب الارسال الفولتية والتيار المنعكسان سينزاحان بـ $-\beta l$ من الزوايا نصف القطرية من موقعي طوريهما عند جانب الاستلام ويتقلصان بالعامل $\epsilon^{-\alpha l}$ (لاحظ الشكل 6.19) حيث ان αl اقل جداً من 1 نيبر ، هذا العامل سيكون مساوياً $1 - \alpha l$ بصورة قريبة جداً وبالتشابه فان المركبتين الاماميتين المتنقلتين ستسبقان موقعي طوريهما عند الحمل βl من الزوايا نصف القطرية وسيكونان اكبر بالعامل $\epsilon^{\alpha l}$ والذي يساوي تقريباً $1 + \alpha l$.

عند تردد غير رنان فان متجهتي الفولتيتين سيكونان باتجاه واحد تقريباً؛ مركبتا التيارين سيكونان متعاكسين في الطور تقريباً كما مبين في الشكل 6.19 . الكمية التي تختلف بها βl عن القيمة غير الرنانة سيرمز لها بـ $\Delta\theta$.

الان سنضيف مركبتي الفولتية للحصول على فولتية جانب الارسال ، ان المركبتين العموديتين للمتجهين صغيرتان جداً وسينحذفان تقريباً ويمكن اهمالها مقارنة مع المركبتين الافقيتين الكبيرتين وعليه (طالما $\cos \Delta\theta \approx 1$) يكون عندنا :

$$E_s = E_s^+ + E_s^- = A(1 + \alpha l) + A(1 - \alpha l) = 2A \qquad (6.29)$$

وبتحليل متجهتي التيار الى جزء حقيقي وآخر خيالي واستعمال $\cos \Delta\theta = 1$ و $\sin \Delta\theta = \Delta\theta$ يكون عندنا :

$$I_s = I_s^+ + I_s^- \approx \frac{A(1 + \alpha l)}{Z_0}(1 + j\,\Delta\theta) + \frac{A(1 - \alpha l)}{Z_0}(-1 + j\,\Delta\theta)$$

$$I_s = \frac{2A}{Z_0}(\alpha l + j\,\Delta\theta) \qquad (6.30)$$

وبتقسيم I_s بـ E_s نحصل على المسايرة قرب الرنين العكسي :

$$Y_s = \frac{I_s}{E_s} = \frac{1}{Z_0}(\alpha l + j\,\Delta\theta) \qquad (6.31)$$

والكمية $\beta\Delta\theta$ هي مقدار اختلاف βl عن القيمة غير الرنانة وبما ان $\beta = \omega/v$ ، نستطيع كتابة الزاوية كالآتي :

$$\beta l = \frac{l\omega}{v} \qquad (6.32)$$

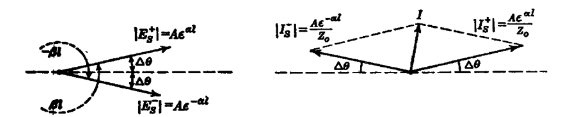
واذا كان طول الخط ثابتاً والتردد متغير فعندها :

$$\Delta\theta = \frac{l}{v}\,\Delta\omega \qquad (6.33)$$

حيث $\Delta\omega$ هو المقدار الذي به يكون التردد الزاوي ω اكبر من القيمة غير الرنانة ، من جهة اخرى فاذا كان التردد ثابتاً والطول متغيراً عندها :

$$\Delta\theta = \frac{\omega}{v}\,\Delta l = 2\pi\,\frac{\Delta l}{\lambda} \qquad (6.34)$$

حيث Δl هو المقدار الذي يتعدى به الطول اللازم للرنين العكسي .



شكل 6.19 المركبتان الساقطتين والمنعكستين للفولتية والتيار قرب الرنين العكسي

اذا فرضنا ان الطول ثابت ورغبنا رؤية تأثير تغير صغير بالتردد قرب الرنين العكسي فسنستعمل المعادلة (6.33) لـ $\Delta\theta$ ونكتب المعادلة (6.31) كالآتي :-

$$Y_s = \frac{1}{Z_0}\left(\alpha l + j\,\frac{l}{v}\,\Delta\omega\right) \qquad (6.35)$$

ان المسايرة عند الرنين العكسي ببساطة هي $Y_s = \alpha l/Z_0$ والممانعة هي مقاوم واكبر جداً من Z_0 :

$$Z_{max} = \frac{Z_0}{\alpha l} \qquad (6.36)$$

تبين المعادلة (6.35) أن مسايرة المدخل ستكون لها تقبلية (suceptance) (سعوية) موجبة عند تردد فوق الرنين العكسي وتقبلية سالبة (حثية) تحت الرنين العكسي وعليه فأي زيادة في التردد ستغير التقبلية في الاتجاه الموجب .

ممانعة مدخل قرب رنين : ـ عندما يكون الخط قليل الفقد مع انتهاء عاكس تام قرب الرنين فان الفولتية المنعكسة والساقطة ستحذفان تقريباً عند جانب الارسال في حين ستضاف مركبتا التيارين مباشرة تقريباً وهذه هي عكس الحالة الحاصلة قرب الرنين العكسي الموصوف في الشكل 6.19 والتحليل مشابه للحالة السابقة ماعدا انعكاس متجهي التيار والفولتية والتعبير الناتج لممانعة المدخل يمكن توقعه من النتيجة المعطاة في المعادلة (6.31) وهي :

$$Z_s = Z_0(\alpha l + j\,\Delta\theta) \tag{6.37}$$

واذا كان طول الخط ثابتاً ورغبنا في رؤية تأثير تغيير صغير $\Delta\omega$ من التردد الرنان نستعمل المعادلة (6.33) لـ $\Delta\theta$ ونكتب :

$$Z_s = Z_0\left(\alpha l + j\frac{l}{v}\,\Delta\omega\right) \tag{6.38}$$

عند الرنين تكون ممانعة المدخل مقاومة صغيرة :

$$Z_{\min} = Z_0\alpha l \tag{6.39}$$

فوق الرنين تكون للممانعة مركبة حثية وتحت الرنين لها مركبة سعوية وان اية زيادة في التردد ستغير المركبة المفاعليــة بالاتجاه الموجب .

مثال :

خط هوائي العزل مصنوع من انبوبين نحاسيين متوازيين نصف قطر كل انبوب 0.15 انج ومركزيهما متباعدين بـ 1 انج . يساق الخط عند احدى نهايتيه بمولد تردده 200 ميكاهرتز ومنتهٍ بالنهاية الاخرى بدائرة قصر قابلة للتعديل (Adjustable Short Circuit) . جــد ممانعة المدخل كدالة للطول آخذاً بنظر الاعتبار تأثير فقد المقاومة . اهمل فقد الاشعاع من الموصلين ومن النهاية المقصرة للدائرة .

ان الممانعة المميزة هي تقريباً :

$$Z_0 = 120\log_e\frac{D}{a} = 120\log_e\frac{1}{0.15} = 228 \quad \text{اوم}$$

(الصيغة المضبوطة اكثر هي $Z_0 = 120\cosh^{-1} D/2a$ وتعطي 225 اوم) .

ان صيغة الفقد (6.21) ستطبق بدقة جيدة ماعدا قرب النقاط الرنانه

$$Z_s = j228\tan\frac{2\pi l}{\lambda} \quad \text{اوم}$$

نستعمل المعادلتين (6.31) و (6.37) للممانعة قرب النقاط الحرجة : اولاً نحسب ثابت التوهين . المقاومة لكل وحدة طول لخط متوازي السلك مكون من موصلات نحاسية هي (لاحظ الفصل 3) :

$$R = 8.34\times10^{-8}\frac{\sqrt{f}}{a_{cm}} = 8.34\times10^{8}\frac{\sqrt{200\times10^{6}}}{0.15\times2.54}$$

$$= 0.309 \quad \text{اوم / مَتر}$$

وبعد اهمال فقد الاشعاع والمواصلة التسربية يكون لدينا :

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} = \frac{0.309}{2 \times 228} = 6.78 \times 10^{-4}$$ نيبر لكل متر

وباقتراض سرعة مقدارها 3×10^8 متر لكل ثانية فان طول الموجة هو :

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{200 \times 10^6} = 1.5$$ متر

في جوار اول نقطة غير رنانة فان طول الخط سيكون تقريباً $\lambda/4$ او 0.375 متر وعليه من المعادلة (6.31) ومع $\Delta\theta = 2\pi \Delta l/\lambda$ يكون لدينا :

$$Y_s = \frac{1}{228}\left(6.78 \times 10^{-4} \times 0.375 + j2\pi \frac{\Delta l}{\lambda}\right)$$ سيمنس

او :

$$Z_s = \frac{898,000}{1 + j24,700\ \Delta l/\lambda}$$ ohms اوم

حيث ان Δl هو المقدار الذي يتعدى به الطول القيمة غير الرنانة . عند الرنين العكسي ، فان ممانعة المدخل مقاومة بحتة مقدارها 898,000 اوم واذا تغير الطول من القيمة الرنانة بحيث ان $\Delta l/\lambda = 1/24,700$ اي بمعنى آخر اذا $\Delta l = 0.061$ ملم فانه سيولد زاوية طور مقدارها 45 ويقل اتساع الممانعة الى $89,8000/\sqrt{2}$ وكما ظهر فان الرنين العكسي حاد جداً وترتبط عملياً متسعة متغيرة صغيرة في الغالب عند جانب المولد لخط غير رنان لغرض توفير ضبط دقيق .

واذا ضبط طول الخط ليصبح $\lambda/2$. او 0.75 متر فانه سيشتغل في نسقه الاول الرنان (من المعادلة 3.39) ستكون ممانعة جانب الارسال :

$$Z_{\min} = Z_0\alpha l = 228 \times 6.78 \times 10^{-4} \times 0.75 = 0.116$$ اوم

واخيراً افرض بان الخط يشتغل في نسقه الثاني غير الرنان والذي له $l = 3\lambda/4$ او 1.125 متر ، ستكون الآن ممانعة جانب الارسال عند الرنين العكسي

$$Z = \frac{Z_0}{\alpha l} = \frac{228}{6.78 \times 10^{-4} \times 1.125} = 299,000$$ اوم

ان ممانعة جانب الارسال مرسومة كدالة للطول في الشكل 6.20 باستعمال مقياس لوغاريتمي ، ان الذروات عالية جداً بحيث لو ان المنحني رسم على مقياس خطي وسمح لاعلى النقاط بالسقوط على الرسم فان المخطط سيحتوي عل مجموعة من نتوءات (Spikes) غير مميزة العرض واقعة عند نقاط ربع الموجة الفردية . فالمخطط في الواقع مماثل بالاتساع لتغير دالة الظل كما حسبت لفقد مقداره صفر في ماعدا النقاط القريبة من الاطوال الحرجة .

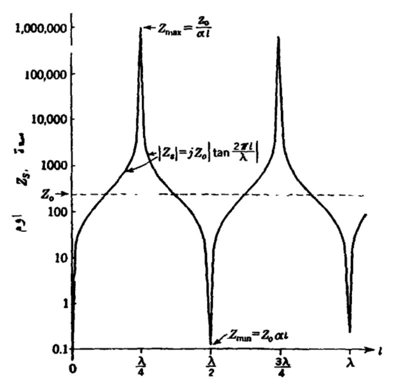
6.9. الـ Q لخطوط رنانة وغير رنانة :

The Q of Resonant and Antiresonant Lines.

قبل اعتبار الـ Q لخط قليل الفقد سنستعرض معنى الـ Q وعرض الحزمة **(Band width)** كما تطبق لدوائر رنانه مكتلة .

الـ Q لدوائر مكتلة : ان عامل الجودة **(Quality Factor)** لمحاثة ملف مكتل ، غالباً مايعرف كـ $\omega L/\bar{R}$ ، حيث ان $\bar{R}$ هي مقاومة التوالي الفعالة للملف واذا ربط الملف على التوالي مع متسعة عديمة الفقد فان الـ Q هو مقياس حدة الرنين **(Sharpness of Resonance)** لقيم كبيرة ومعقولة لـ Q يمكن البرهان على ان الممانعة قرب الرنين هي تقريباً : -

$$Z = R\left(1 + j2Q\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = R\left(1 + j2Q\,\frac{\Delta f}{f_0}\right) \qquad (6.40)$$



شكل 6.20 التغير في اتساع ممانعة جانب الارسال لخط مقصر الدائرة متغير الطول .

اذا سيقت الدائرة بمولد فولتية ثابتة فان التيار عند كلا الترددين سيكون $1/\sqrt{2}$ من اتساعه عند الرنين والقدرة عندها ستكون نصف قيمتها عند الرنين وعليه فان هذان الترددان يعرفان بـ نقطتي نصف القدرة . ان عرض حزمة دائرة الرنين هو (كاصطلاح) عدد الدورات بالثانية بين ترددي نصف القدرة وعليه سيكون لدينا العلاقة :

$$\frac{BW}{f_0} = \frac{f_2 - f_1}{f_0} = \frac{1}{Q} \qquad (6.42)$$

حيث ان f_0 هي التردد الرنان و Δf هو المقدار الذي يزيد به التردد المسلط فوق الرنين [1] وهذه هي متشابهة بالهيئة للمعادلة (6-38) لممانعة خط قليل الفقد قرب الرنين . ملاحظة المعادلة (6.40) تبين بأن مفاعلة الدائرة ستكون مساوية للمقاومة عند ضبط التردد اما فوق الرنين او تحته بحيث ان $\Delta f/f_0 = \pm 1/2Q$ وهذان الترددان هما :

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= f_0\left(1 - \frac{1}{2Q}\right) \\ f_2 &= f_0\left(1 + \frac{1}{2Q}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (6.41)$$

حيث ان الحرف BW يدل على عرض الحزمة . يتناسب عرض الحزمة الجزئية **BW/fo** **(Fractional BW)** عكسياً مع الـ **Q** للملف .

ان دائرة التوازي غير الرنانة في دوائر الموصلات شائعة اكثر من دائرة التوالي الرنانة واذا ربطت محاثة ملف ذي Q عالية لحد معقول على التوازي مع متسعة فان المسايرة للمجموعة قرب الرنين العكسي هي تقريباً :

$$Y = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{C}{L}}\left(1 + j2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = \frac{1}{Q}\sqrt{\frac{C}{L}}\left(1 + j2Q\frac{\Delta f}{f_0}\right) \qquad (6.43)$$

هنا (وكما سبق) فان $Q = \omega_0 L/R$. واذا جهزت هذه الدائرة بتيار متناوب ذي اتساع ثابت فان القدرة المأخوذة بواسطة الدائرة ستكون نصف القدرة عن الرنين العكسي عندما $\Delta f/f_0 = \pm 1/2Q$ ونسبة عرض الحزمة الى التردد الرنان هي مرة اخرى :

(١) لمناقشة الرنين والـ Q لاحظ كمثال :

M. I. T. Staff, «Electric Circuits,» pp. 319-331, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1940. and R. H. Frazier, «Elementary Electric-circuit Theory,» pp. 229-234, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1945.

$$\frac{BW}{f_0} = \frac{1}{Q}$$

والتعريف $Q = \omega L/R$ لايزال مفيداً لهذه الحالة .

واخيراً افرض بان المحاثة عديمة الفقد L ربطت مع سعة C على التوازي ومقاومة R_p (هذه قد تكون المكافيء المتوازي لمقاومة على التوالي مع محاثة والذي رمز له بـ R) ، عندما تكون R_p كبيرة فالمسايرة قرب العكسي يمكن ان تبرهن على انها تقريباً :

$$Y = \frac{1}{R_p}\left(1 + j2\,\frac{R_p}{\omega_0 L}\,\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \qquad (6.44)$$

الان عندنا مشكلة في تعريف الـ Q . التعريف الاصلي كان $\omega L/R$ حيث ان R كانت مقاومة التوالي للملف وهذا يعطي نتيجة مفيدة بدلالة عرض الحزمة لاول دائرتين ولكن الفقد في الدائرة الاخيرة يجهز بواسطة مقاومة التوازي بدلاً من التوالي وكنتيجة لذلك لايبقى عرض الحزمة الجزئي $\omega_0 L/R$ ولكن هو $R_p/\omega_0 L$ ، وعليه قررنا توسيع التعريف الاصلي لـ Q واسناده الان لعرض الحزمة واذا عرفنا الـ Q من جديد كـ f_0/BW فان الدائرتين سيبقى لهما Q مساوي لـ $\omega_0 L/R$ والاخير سيكون $Q = R_p/\omega_0 L$ والمعادلة (6.44) سيكون لها الهيئة نفسها كالمعادلتين (6.40) و 6.43 والـ Q سيكون له المعنى نفسه بالنسبة الى عرض الحزمة وَحدَة الرنين لكلا الدائرتين وعليه فالتعريف الجديد اشمل واكثر فائدة من القديم .

الـ Q لخطوط على اسس عرض الحزمة : من الممكن تطبيق تعريف عرض الحزمة لـ Q مباشرةً على الخطوط الرنانة وغير الرنانة والذي يساق عند احدى نهايتيه وينتهي بعاكس تام في النهاية الاخرى ، المعادلتان (6.35) و (6.38) تبينان بأن المسايرتين قرب الرنين العكسي والممانعة قرب الرنين يتضمنان الدالة الآتية للتردد :

$$\alpha l + j\frac{l}{v}\Delta\omega$$

ان نقاط نصف القدرة يحصل عليها عندما يكون الجزء الخيالي لهذا مساوٍ الى الجزء الحقيقي اي بمعنى آخر عندما $\Delta\omega = \pm\alpha v$. او $\Delta f = \pm\alpha v/2\pi$ ، ان عرض الحزمة هو ضعف الاتساع لهذا ، او :

$$BW = \frac{\alpha v}{\pi} \qquad (6.45)$$

وبصورة عامة فان $\beta = \omega/v$ وكذلك $\omega = \beta v$ والذي منهما :

$$f = \frac{\beta v}{2\pi} \tag{6.46}$$

وعليه فان الـ Q عند الرنين والرنين العكسي هو :

$$Q = \frac{f}{BW} = \frac{\beta}{2\alpha} \tag{6.47}$$

وبما ان $\beta = \omega\sqrt{LC}$ و $\alpha = R/2Z_0 + GZ_0/2.$ فان استخراج تأثير متغيرات (Parameters) الخط على الـ Q وعرض الحزمة غير صعبة .

مثال :

خذ الخط الهوائي العزل المستعمل مثالاً في الجزء السابق الذي يتكون من انبوبين نحاسيين متوازيين نصفي قطريهما 0.15 أنج ويتباعد مركزاهما بأنج واحد ، كان الخط مقصر الدائرة عند احدى نهايتيه ويساق بمولد 200 ميكا هرتز عند النهاية الاخرى ، باهمال المواصلة التسربية والاشعاع فان التوهين حسب ليكون :

$\alpha = 6.78 \times 10^{-4}$ neper/meter نيبر لكل متر

وبفرض ان السرعة مساوية لسرعة الضوء في الفراغ المطلق يكون عندنا :

$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi \times 200 \times 10^6}{3 \times 10^8} = 4.19$ rad/meter زوايا قطرية لكل متر

وعليه باستعمال المعادلة (6.47) عندنا :

$$Q = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{4.19}{2 \times 6.78 \times 10^{-4}} = 3{,}090$$

ان الـ Q الحقيقي قد يكون أصغر من هذا نوعاًما بسبب الفقد الذي لم نأخذه بنظر الاعتبار ولكنه أكبر بصورة واضحة من تلك الناتجة من عناصر الدائرة المكتلة ، ان عرض الحزمة بين نقطتي نصف القدرة ستكون :

$BW = \frac{f}{Q} = \frac{200 \times 10^6}{3{,}090} = 64{,}700$ هرتز

وعليه فان الرنين حاد جداً وان الـ Q وعرض الحزمة ستكون متساوية لمختلف الترددات الرنانة وغير الرنانة المؤشرة في الشكل 6.20 الى ان تنهار في النهاية (عندما يكون الطول كبير جداً) فرضية الفقد الاجمالي الصغير جداً والعلاقات التي اشتقيناها على هذه القواعد لاتطبق .

تعريف الطاقة لـ Q :ـ ان تعريف الـ Q على أسس عرض الحزمة بين نقطتي نصف القدرة (حيث ان $Q = f_0/BW'$) تحتاج الى معرفة ممانعة المدخل كدالة للتردد ، للنظم الأكثر تعقيداً مازال التعريف الأكثر عمومية لـ Q هو المرغوب فيه والتعريف المفيد الذي يختصر الى التعريف السابق في حالات أكثر بساطة يبنى على الطاقة ويمكن تطبيقه ليس فقط على الدوائر المكتلة وخطوط

النقل فحسب بل ايضا على التجويفات الرنانة والنظم الميكانيكية الرنانة ، التعريف هو :

(6.48) عامل الجودة $Q = 2\pi \times \frac{\text{الطاقة المخزونة}}{\text{الطاقة الممتصة لكل دورة}}$

ان الطاقة الممتصة لكل دورة مضروبة في عدد الدورات بالثانية هي الطاقة المفقودة لكل ثانية والتي تتبدد كقدرة ، يضرب البسط والمقام بالتردد f نحصل على تعبير مكافيء لـ Q :

(6.49) $Q = \omega \times \frac{\text{الطاقة المخزونة}}{\text{معدل امتصاص الطاقة}}$

ان الطاقة المخزونة تحسب بصورة عامة باهمال الفقد كلياً وللسهولة تختار لحظة للحسابات عندما تكون كل الطاقة المخزونة اما في المجال المغناطيسي (التيار في ذروته والفولتية صفر) او كل الطاقة في المجال الكهربائي (التيار صفر والفولتية في ذروتها) ثم يستعمل نموذجا الموجة المتوقفة للتيار او الفولتية لحالة عدم الفقد لايجاد I^2R او E^2G .

كمثال لاستعمال تعريف الطاقة ، افترض خطأ قليل الفقد طوله ربع موجة ومقصر الدائرة في جانب الاستلام ، ان الـ Q (على اسس عرض الموجة) بين على انه يكون $\beta/2\alpha$ ،. عند اللحظة التي تكون الفولتية صفر على طول الخط والتيار يكون في ذروته في كل مكان ويتوزع كدالة جيبية :

$$i = \sqrt{2} I_R \sin \frac{\pi x}{2l}$$

حيث ان x مقاسه من جانب الارسال و I_R هو قيمة جـ . م . ت لتيار جانب الاستلام . ان الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي وفي طول dx هي $(L\, dx)i^2/2$ وعليه فلكل الخط :

$$\text{الطاقة المخزونة} = \int_0^l L I_R^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2l}\, dx$$

$$= \tfrac{1}{2} L l I_R^2$$ جول

ان النتائج نفسها سيحصل عليها من حساب الطاقة المخزونة في المجال الكهربائي عند لحظة يكون فيها التيار صفراً والفولتية اعلى مايمكن ، بعد ذلك نحسب معدل الطاقة الممتصة من قبل الخط . تيار جـ . م . ت عند اية نقطة هو :

$$I = I_R \sin \frac{\pi x}{2l}$$

والفقد I^2R (تكامله على طول الخط) هو :

$$P_1 = \int_0^l R I_R^2 \sin^2 \frac{\pi x}{2l}\, dx = \tfrac{1}{2} R l I_R^2$$ واط

ان فولتية جـ . م . ت عند اية نقطة هي :

$$E = I_R Z_0 \cos \frac{\pi x}{2l}$$

والفقد في العازل هو :

$$P_2 = \int_0^l E^2 G\, dx = ½ GlZ_0^2 I_R^2 = \frac{GlL}{2C} I_R^2$$

حسب التعريف (6.49) فان الـ Q للخط هو :

$$Q = \omega \frac{\text{الطاقة المخزونة}}{P_1 + P_2} = \frac{\omega LC}{RC + LG}$$

ويعطينا عرض الحزمة تعبيراً مشابهاً :

$$Q = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{\omega \sqrt{LC}}{2\left(\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} + \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}\right)} = \frac{\omega LC}{RC + LG}$$

حيث ان اعتبار قيمة 200 لـ Q هو جيد جداً لملف محاثة مكتل ويمكن الحصول قيم تبلغ عدة الآف لـ Q في خطوط النقل عند اطوال موجية اقصر .

مسائل

1 . خط قليل الفقد له ممانعة مميزة 400 اوم . استخرج نسبة الموجة المتوقفة لممانعات جانب الاستلام الآتية :

أ . اوم $Z_R = 70 + j0$.

ب . اوم $Z_R = 800 + j0$.

حـ . اوم $Z_R = 650 - j\,475$.

2 . خط نقل له ممانعة مميزة مقدارها 70 اوم انهي عند جانب استلامه بمقاومة مقدارها 0.50 اوم ، طول الموجة هو 1.5 متر وتيار جانب الاستلام 2.0 امبير جـ . م . ت : ـ

أ . ارسم مخططاً لنماذج الموجة المتوقفة للفولتية والتيار مع المسافة مقاسة من الحمل لـ $0 < d < 1.5$ متر .

ب . باهمال فقد الخط احسب ممانعة الخط عند $d = \lambda/4$.

3 . خط نقل قليل الفقد له ممانعة مميزة مقدارها 52 اوم انهي في جانب الاستلام بممانعة (61ز ـ 75) اوم ، طول الموجة هو 3 متر واقصى فولتية على الخط تبلغ 100 فولت جـ . م . ت :

أ . ارسم مخططاً لنماذج الموجة المتوقفة للفولتية والتيار ضد d لطول موجي واحد . استخرج نسبة الموجة المتوقفة .

ب . احسب القدرة المرسلة بواسطة الخط ، ايضاً استخرج $|E_{min}|$ و $|I_{max}|$ ، و $|I_{min}|$ ، و $|I_R|$.

4 . خط قليل الفقد له ممانعة مميزة مقدارها 475 اوم يتحمل قدرة مقدارها 250 واط . استخرج اقصى فولتية جـ . م . ت عبر الخط لنسب الموجة المتوقفة الاتية :

أ . $\rho = 1$.

ب . $\rho = 2$

حـ . $\rho = 10$

5 . برهن المعادلة (6.13) :

$$|E_{min}| = |I_{min}|\,Z_0$$

6 . من الممكن ايجاد الممانعة التي تنهي خطأ من نسبة الموجة المتوقفة ρ والممانعة المميزة للخط Z_0 والمسافة من الحمل الى ادنى اول فولتية . من المعادلة (6.18) برهن على ان :

$$Z_R = Z_0\left(\frac{1 - j\rho \tan 2\pi d_{min}/\lambda}{\rho - j \tan 2\pi d_{min}/\lambda}\right)$$

7 . خط قليل الفقد له ممانعة مميزة مقدارها 70 اوم منتهِ بدائرة قصر ويشتغل عند طول موجي مقداره 50 سم . استعمل احدى خرائط النقل على اسس المسايرة لاستخراج اقصر الاطوال التي تجعل مسايرة جانب الارسال : ــ

أ . سيمنس $Y_s = -\ j7.15 \times 10^{-3}$

ب . سيمنس $Y_s = \ j7.15 \times 10^{-3}$.

8 . برهن ان معدل القدرة قليل الفقد ممكن التعبير عنها كالآتي : ــ

$$P = P^{+}(1 - K^{2})$$

حيث ان P^{+} هي قدرة الموجة الساقطة و K هو اتساع معامل الانعكاس .

9 . خط ربع موجة قليل الفقد منتهِ بمقاومة مقدارها 140 اوم . الممانعة المميزة هي 70 اوم وفولتية جانب الارسال 100 فولت جـ . م .ت . استخرج اتساع فولتية جانب الاستلام .

10 . خط قليل الفقد ذو طول قابل للتغير **(Adjustable Length)** انهي بدائرة فتح . سيق بمولد له فولتية داخلية E_g وممانعة داخلية مساوية للممانعة المميزة للخط . برهن على ان الفولتية عبر النهاية المفتوحة للخط مساوية للفولتية الداخلية للمولد ولا تعتمد على طول الخط ، اهمل الفقد الداخلي للخط .

11 . خط ذو طول قابل للتغيـــر منتهِ بدائرة قصر ، عند جانب الارسال سيق بمولد فولتيته الداخلية E_g وممانعته الداخلية مساوية للممانعة المميزة للخط . برهن على ان تيار جانب الاستلام له اتساع مقداره E_g/Z_0 ولا تعتمد على طول الخط اذا اهمل فقد الخط .

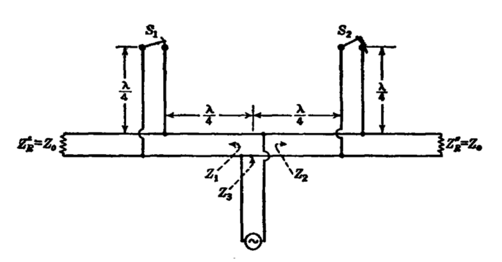
12 . اوجد ممانعة جانب الارسال لكل من الخطوط القليلة الفقد الاتية (لكل خط ممانعة مميزة مقدارها 400 اوم) : ـ

أ ـ الطول = $5\lambda/4$ وربطت مقاومة 800 اوم عبر جانب الاستلام وربطت مقاومة اخرى 800 اوم عبر الخط عند $d = \lambda/2$

ب ـ الطول الكلي = λ ربطت مقاومة 400 اوم عبر جانب الاستلام وربطت مقاومة اخرى 400 اوم عبر الخط عند $d = \lambda_0/4$

جـ ـ الطول الكلي = λ ربطت مقاومة 200 اوم عبر جانب الاستلام وربطت مقاومة اخرى 800 اوم عبر الخط عند $d = \lambda/4$

١٣ ـ خط قليل الفقد له ممانعة مميزة 77 اوم أنهي بحمل ممانعة $50 - j50$ اوم . يربط ابتر مقصر الدائرة ($Z_0 = 77$ اوم) على التوازي مع الحمل ويضبط طوله بحيث ان محصلة الممانعة للخط هي مقاومة بحتة . كم يجب ان يكون طول الابتر وما هي قيمة محصلة الممانعة المنتهية ؟ طول الموجة هو 30 سم ويقترح استعمال المسايرة .



شكل P.14 , نظام فتح وغلق

14 . الشكل P.14 يبين نظام خط نقل مع حملين ومولد واحد . اهمل فقد الخط :

أ . مع المفتاح S_1 مغلق و S_2 مفتوح ، اوجد Z_1 و Z_2 و Z_3 . اين ستسري القدرة ؟

ب . مع S_1 مفتوح S_2 مغلوق كيف سيتغير جواب الجزء أ ؟

جـ . اذا كان كلا المفتاحين مفتوحين ، ماذا سيحدث لسريان القدرة ؟

15 . خط ذو سلكين هوائي العزل له ممانعة مميزة مقدارها 400 اوم وطوله 0.75 متر ومنتهٍ في جانب الاستلام بممانعة مقدارها $Z_R = -j400$ اوم ، التردد هو 150 ميكاهرتز وفولتية جانب الارسال 50 فولت جـ . م . ت .

أ . احسب ممانعة جانب الارسال .

ب . أرسم مخططاً لنماذج الموجة المتوقفة للفولتية والتيار .

حـ . جد $|E_{max}|$ و $|I_{max}|$ و $|E_R|$ و $|I_R|$.

16 . خط قليل الفقد له ممانعة مميزة مقدارها 400 اوم ، مقصر الدائرة عند جانب الاستلام . الخط يساق عند النهاية الاخرى بمولد له ممانعة داخلية 400 اوم وفولتية داخلية معطاة كالآتي :

(فولتية آنية) $e_g = 141 \sin \omega t + 141 \sin 2\omega t$

طول الخط $\lambda/2$ عند التردد ω . جد وارسم مخطط الفولتية جـ . م . ت على الخط .

17 . خط ابتر مفتوح الدائرة عند احدى نهايتيه ومقصر الدائرة عند النهاية الاخرى ، طول الابتر $\lambda/4$ عند التردد الاساسي (Fundumental). ربط مولد(كما في الشكل 6.16) عند نقطة معينة بحيث ان التوافقية الثالثة (Third Harmonics) في فولتية المولد ستكون دائرة مقصرة . عند اي جزء من طول الموجة من النهاية المغلقة يجب ان يربط المولد ؟

18 . ربط خط كما مبين في الشكل 6.18 ، يستعمل دائرة غير رنانة ، اذا كانت $Z_0 = 200$ اوم والطول هو 30 سم واذا كانت $C = 2.5 \times 10^{-12}$ فراد . جد اول ترددين رنانين . افرض سرعة مساوية لسرعة الضوء في الفراغ المطلق .

19 . خط يستعمل دائرة غير رنانة كما في الشكل 6.18 . اذا كان اول تردد غير رنان هو 250 ميكا هرتز $C = 2.5 \times 10^{-12}$ فراد ، جد الطول اللازم . $Z_0 = 200$ اوم وافرض سرعة مساوية لسرعة الضوء في الفراغ المطلق .

20 . خط محوري مقصر الدائرة عند جانب الاستلام ويساق بمولد عند النهاية الاخرى ، الخط يتكون من موصلين نحاسيين وهو هوائي العزل طوله 20 سم وقطر الموصل الداخلي 1.15 سم والقطر الداخلي للانبوب الخارجي 3.80 سم :

أ . احسب ثابت التوهين عند اول تردد رنان . اهمل التوصيلة التسربية .
ب . احسب ممانعة جانب الارسال عند التردد المذكور فوق . اهمل ممانعة دائرة القصر عند جانب الاستلام .
جـ . اذا ازداد طول الخط الى 40 سم وبقي التردد نفسه كالمذكور فوق فماذا ستكون ممانعة جانب الارسال ؟

21 . احسب ال Q للخط في المسألة 20 عند اول تردد غير رنان (الطول = 20 سم) .

22 . احد الانواع القياسية للقابلوات المحورية الكبيرة المرنة له $Z_0 = 52$ اوم و $\alpha = 9.05 \times 10^{-3}$ نيبر لكل متر عند 500 ميكاهرتز ، سرعة الطور تبلغ 0.670 مرة بقدر سرعة الضوء في الفراغ المطلق . مقطع طوله ربع موجة مقصر الدائرة من هذا القابلو يراد استعماله كدائرة غير رنانة عند 500 ميكاهرتز . احسب ال Q وعرض الحزمة بالهرتز بين نقطتي نصف القدرة وممانعة جانب الارسال عند الرنين العكسي .

23 . برهن على ان الخط المقصر الدائرة عند كلا نهايتيه ويستعمل في نسقه الاول (لاحظ الشكل 6.15 أ) له Q معطى بـ $\omega L/R$ اذا كان فقد الطاقة بالوسط العازل مهملاً .

24 . خط محوري هوائي العزل مقصر الدائرة عند كلا نهايتيه ويستعمل في نسقه الاول الرنان . الموصلان مطليان بالفضة (مقاومته النوعية = 10^{-8} سيمنس - متر و $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ هنري لكل متر). نصف القطر الخارجي للموصل الداخلي هو 0.540 سم ونصف القطر الداخلي للانبوب الخارجي هو1.270 سم : -
أ . احسب المقاومة لكل متر عند 600 ميكاهرتز
ب . احسب ال Q باستعمال المسألة 23 .

الفصل السابع
خطوط الترددات الراديوية ـ قياسـات ومواءمة ممانعة
RADIO-FREQUENCY LINES—MEASUREMENTS AND IMPEDANCE MATCHING

7.1. قياسات التردد الراديوي : Radio-frequency Measurements.

التقنية المستعملة للقياس خلال جزء كبير من طيف الترددات الراديوية لايختلف بصورة كبيرة عن تلك المستعملة عند الترددات السمعية (Audio Frequencies) ، ان التردد يمكن قياسه بالمقارنة مع مذبذب معلوم التردد او بترنين دائرة معلومة الخواص ، الملّي اميترات بمزدوجة حرارية (Thermocouple milliameters) متوفرة والتي تكون مفيدة الى مئات الميكاهرتز والفولتميترات الصمامية المفرغة الهواء (Vacuum-Tube Voltmeter) التجارية التصميم متوفرة لحوالي المدى نفسه وملائمة اجهزة القياس هذه تجعلها ذات فائدة لعدة انواع من القياسات . يمكن استعمال قناطر التردد الراديوي لقياس ممانعة على مدى واسع من الترددات وفي الحقيقة يمكن استعمال المكافيء لقنطرة في منطقة الموجات الدقيقة (Microwaves) . تُحسب القدرة عند الترددات الراديوية المتوسطة بصورة عامة من معرفة الممانعة والفولتية او التيار .

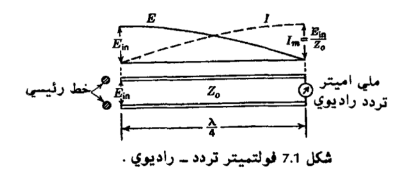
كلما ازداد التردد اصبحت المهارة والاعتناء ضروريان للقياسات المضبوطة ، فالتقارن الشارد (Stray Coupling) والتأثيرات الحملية والانعكاسات المتسببة من الاجهزة ووجود الموجات المتوقفة على اسلاك موصلة معتدلة الطول كلها تصبح اكثـر تعقيـداً عند ترددات اعلى وهـذه تؤدي الى تغيُر في الطريقة والتـي فيها تحل تقنية خط النقل محل تلك التي للدائرة المكتلة ، وهذه التقنية وصلت الى درجة عالية من التطور في منطقة الموجات الدقيقة بسبب الحافز الذي اعطاه الرادار . ان كلمة « موجة دقيقة » تستعمل بصورة عامة لتردد الموجات الراديوية في المنطقة التي فيها طول موجة ربما تحت 1/2 او 1/3 متر وهنا تتقارن ابعاد الاجهزة العلمية بطول الموجة وغالباً تكوّن كل دائرة خط نقل كهربائي طويل .

في هذا الفصل ستكون اغلب التأكيدات على طرق القياس الذي تستعمل في تقنية خط النقل . يعتمد عدد كبير من هذه الطرق على استعمال مقاطع الخط التي تكون متقارنة في المدى مع طول الموجة وعليه تكون قيد الاستعمال كلما كان هذا الطول غير كبير بصورة غير ملائمة .

7.2. القياس لموجات متوقفة :The Measurement of Standing Waves.

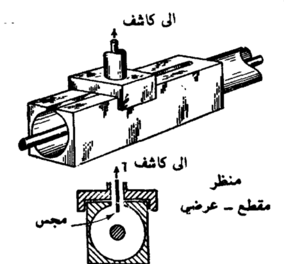
من الممكن قياس نسبة الموجة المتوقفة بجهاز القياس الذي يعطي تأشيراً نسبياً للفولتية بدون احداث انعكاسات كبيرة عند نقطة تقارنها (Point of Coupling) مع الخط يستطيع الحركة على طول الخط وعلى مسافة اكبر من نصف طول الموجة . عند الترددات الراديوية الاوطأ فان اجهزة القياس ذات الممانعة العالية تربط غالباً بصورة مباشرة الى سلكيْ الخط ، ولكن عند الاطوال الموجية الاقصر فان جهاز القياس غالباً يكون ضعيف التقارن (Loosely Coupled) وذلك بجعل طرفي مدخله عند مسافة ثابتة من السلكين ، ان التقارن السعوي الناتج يحدث فولتية مدخل متناسبة مع فولتية الخط .

ان انواعاً مختلفة من الفولتميترات الصمامية المفرغة الهواء المتوفرة تجارياً مفيدة لقياسات الفولتية الى حد ترددات لمئات الميكاهرتز ، ولكن السعة العالية الموجودة بين احد طرفي المدخل والارض يجعل الخط ذا السلكين غير متوازن عند الترددات العالية . ان قياسات الفولتية على خطوط متوازية السلك تتم عادة بواسطة ملي اميتر بمزدوج حراري مربوط عند نهاية ابتر ربع موجة (Quarter Wave Stub) كما مبيَّن في الشكل (7.1) وكما وضح بالمعادلة (6.19) فان الممانعة عند مدخل ابتر ربع موجة ستكون Z_0^2/R_m ، حيث ان R_m هي ممانعة جهاز القياس (Meter) (فرض بانه مقاومة) واذا كانت R_m اصغر جداً من Z_0 فان ممانعة المدخل ستكون عالية جداً والجهاز لايحدث انعكاساً كبيراً عند نقطة التقارن مع الخط ، وستحدث موجة متوقفة على ابتر ربع موجة مع جهاز القياس عند موقع اقصى تيار (كما موضح بالمعادلة 6.12) ويكون وتيار جهاز القياس E_{in}/Z_0 ويتناسب مع فولتية الخط . هذا النهج ممكن تمديده الى ترددات اعلى وذلك بابدال جهاز المزدوج الحراري مع مقوم بلوري (Crystal Rectifier) ومايكرواميتر تيار مستمر .



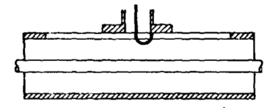
شكل 7.1 فولتميتر تردد ــ راديوي .

ان قياسات الفولتية على خطوط محورية تجري بصورة عامة بواسطة مقطع لخط له حَز (slot) طولي محفور لمسافة لاتقل عن نصف طول موجة في الموصل الخارجي ويُسقط مجَس (probe) لمسافة قصيرة داخل الخط المحوري ويستطيع الحركة طولياً كما موضح بشكل تخطيطي أكثر في الشكل 7.2 ، المجس يعترض جزءاً من المجال الكهربائي الموجود بين السلكين الداخلي والخارجي وعليه فالفولتية بين المجس والموصل الخارجي تكون متناسبة مع فولتية الخط . ان الشكل 7.3 يبين مجساً من نوع ثانٍ والذي يجهز اشارة متناسبة مع المجال المغناطيسي ومن ثم متناسباً مع تيار الخط . يفضل المجس الكهربائي المبين في الشكل 7.2 غالباً حيث انه من الصعب تركيب مجس مغناطيسي لايستجيب كلياً للمجال الكهربائي . ان مجمع المجس والكاشف (Probe and delector Assembly) يثبت على حامل متحرك يجعل المجس في وسط الحز وعلى مسافة ثابتة من الموصل المركزي والخطوط المحورية ذات الحز (Slotted Coaxial Lines) من هذا النوع متوفرة تجارياً ، الممانعة المميزة للمقطع ذي الحز يجب (بالطبع) ان تواءم الممانعة المميزة للخط الرئيس بحيث ان انموذج الموجة المتوقفة لايتغير مع الانعكاسات عند مكان الاتصال .



شكل 7.2 خط محوري ذو حز ومجس متنقل .

يمكن استعمال انواع عديدة من الكاشفات (Detectors) والمؤشرات (Indicators) يمكن استعمالها مع الخط ذي الحز[1] . يتكون جهاز بسيط من مقوم بلوري ومايكروامبيتر مبين في الشكل 7.4 . التوضيح الاول يبين مجسا غير موالف (Untuned) والذي يكون ملائماً لقياسات الحزم العريضة والتركيب الثاني له ابتر دائرة قصر ذو طول متغير يسمح بموالفة التقبلية التي احدثت في الخط بواسطة المجس . المجس الموالف له ثانٍ يوفر طريق رجعة للتيار المستمر لجهاز القياس وبدون ذلك سينشأ فرق جهد مستمر بين المجس والموصل الخارجي كاف لعدم تحييز (Bias off) مقوم التوالي . اما المجس الموالف الابتر والمقصر الدائرة فانه يوفر طريق رجعة ضروري للتيار المستمر . ان طاقة التردد الراديوي تقصر الدائرة بمتسعة مربوطة مباشرة بعد العناصر المقومة والمايكروامبيتر يقرأ التيار المستمر المقوم ولحساسية اكبر فان مصدر التردد الراديوي في بعض المرات يضمن (Modulated) والمضخم الموالف لتردد التضمين يستعمل لتضخيم مخرج الكاشف .



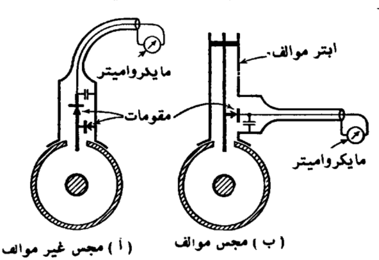
شكل 7.3 مقطع طولي يبين مجساً من النوع المغناطيسي . FIG 7.3

هناك نوع ثانٍ من الكاشف هو البولوميتر (Bolometer) وهو عنصر مقاومي صغير يرتب بحيث يمتص قدرة التردد الراديوي ويغير مقاومته بسبب الزيادة في درجة الحرارة والبولوميتر استعمل في الاصل في هيئة شرائح من البلاتين مسودة (Blackened platinum strips) لقياس مقدار صغير من الحرارة المشعة وهذه الهيئة المستعملة (بصورة عامة) في قياسات الموجة المتوقفة عبارة عن سلك بلاتيني رفيع يعطى اسماً خاصاً هو الباريتر (Barretter) والتركيب الاعتيادي مبين في الشكل 7.5 . اذا ضمن مصدر التردد الراديوي فان مقاومة عنصر البولوميتر سيتغير دورياً عند تردد التضمين ، وعليه اذا سلطت فولتية مستمرة على البولوميتر من مصدر خارجي فان التيار الناتج سينبض (Pulsate)

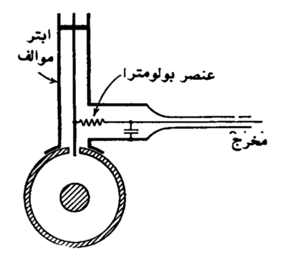
(١) المعلومات اضافية على قياس الموجة المتوقفة لاحظ :

Montgomery, «Technique of Microwave Measurements,» Chap. 8, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947, and Radio Research Laboratory Staff, «Very High Frequency Teachniques» Chap.2, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1947.

عند تردد التضمين ومن الممكن تسليط هذه الاشارة على مضخم موالف واذا كان التغير في درجة الحرارة صغيراً فان استجابة البولوميتر (Bolometer Responce) سيتبع القانون التربيعي (Square Law) بدقة



شكل 7.4 مجسان متنقلان يستعملان كاشفتين بلوريتين مبينان تخطيطياً

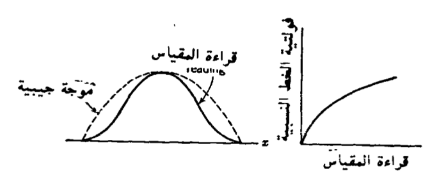


شكل 7.5 استعمال عنصر البولوميتر كاشفاً

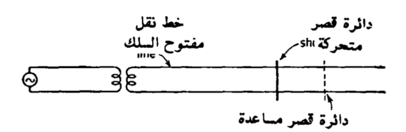
ان البلورة هي تقريباً جهاز القانون التربيعي (Square Law Device) لتيارات صغيرة ولكن للحصول على دقة جيدة يجب تعيير calibrate الكاشف الذي يستخدم بلورة ، ويمكن عمل هذا بقصر دائرة الخط المحوري الرئيسي خارج المقطع ذي الحز وحساب قراءة جهاز القياس عند حركة المجس على طول الخط . ان انموذج الموجة المتوقفة لانتهاء له دائرة قصر معروف بانه وسيوفر مقارنة قراءات جهاز القياس مع الموجة الجيبية سيوفر التعبير اللازم كما مبين في الشكل 7.6 .

7.3. قياس طول موجة : — The Measurement of Wavelength.

عند اطوال موجية القصر ، فان قياس طول موجة بصورة عامة يحل محل قياس تردد والمسافة بين ادنى نقطتين متعاقبتين على نموذج الموجة المتوقفة هو نصف طول الموجة واذا استعمل الكاشف المتنقل (Travelling Detector) لقياس نموذج الموجة المتوقفة فبالامكان استخراج طول الموجة بدقة مقبولة اذا كانت نسبة الموجة المتوقفة عالية بدرجة كافية لتوفير نقاط حادة .



شكل 7.6 تعيير الكاشف البلوري



شكل 7.7 نظام سلك ليشر لقياس طول موجة

الخطوط الرنانة التي يكون العازل بينها هواء غالبا ماتستعمل لقياس طول الموجة : يرتب الخط مع دائرة قصر متحركة عند احدى طرفيه ويضعف تقارنه مع المولد عند الطرف الاخر وعندما يضبط لطول رنان فان الطاقة المقرنة من المولد لها القابلية على احداث تذبذب ذي اتساع كبير على الخط . في التشغيل تحرك الدائرة المقصرة على امتداد الخط ويتم قياس المسافة بين الموقعين المتعاقبين اللذين يحدثان الرنين وهذه المسافة هي نصف طول الموجة . الخط المتوازي السلك المستعمل لهذا الغرض يدعى نظام سلك ليشر (System Lecher-Wire) وهو موضح في الشكل 7.7 . يمكن استخراج الرنين من قراءات مؤشر التيار المربوط في دائرة القصر المنزلقة او من الممكن ملاحظته من التأثير على المولد ، ان حدة رنين نظام سلك مفتوح ربما تقل بسبب ان بعض الطاقة تعبر دائرة القصر

وتدخل الى الجزء المفترض غير المستعمل من الخط ويمكن تحاشي هذا بوضع دائرة قصر او اكثر من دائرة اضافية خلف الدائرة الرئيسة ويفضل مباعدة مقدارها حوالي ربع طول موجة ، ان مباعدة نصف طول موجة بين دوائر القصر غير مؤثرة حيث ان هذا سيضع دائرة القصر المساعدة عند نقطة التقاء الفولتية .

عند الاطوال الموجية الاقصر ، يستخدم المبدأ السابق مع خط محوري وقد صنع جهاز قياس خاص لهذا الغرض ويدعى مقياس الموجة المحوري (Coaxial Wavemeter) :هو يحتوي على خط محوري عازله هواء يكون مغلقاً عند نهاية وله دائـرة قصـر متحركة عند النهاية الاخـرى . مصدر الطاقـة مربوط بمقياس الموجة بواسطة دارة تقارن من النوع المبين في الشكل 7.3 والواقع عند النهاية المغلقة وهو موجب بحيث يوصل (Linked) بواسطة الفيض المغناطيسي في الفراغ الحلقي ، وكما نوقش في الجزء 6.7 فان خط مقصر الدائرة في نهايتيه سيرن عندما يكون طوله عدد صحيح من انصاف الاطوال الموجية وعندما يضبط مقياس الموجة المحوري لاحد من هذه الاطوال فان التيار في الدارة المقارنة يكون له القابلية على احداث تذبذب ذي اتساع كبير ضمن مقياس الموجة ، ان المسافة التي يجب ان يتحركها الكابس القاصر للدائرة يجب ان تكون بين رنينين متعاقبين (نصف طول الموجة) . ان مقياس الموجة له Q عالٍ والرنين حاد ويمكن الحصول على دقة كبيرة اذا بني الجهاز بصورة جيدة .

7.4 قياس الممانعة بواسطة خط نقل :

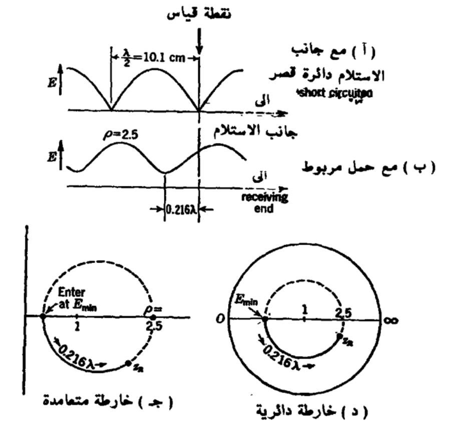
THe Measurement of Impedance with a Transmission Line.

هنالك طرائق عديدة لاستعمال الخطوط لقياس الممانعات عند الاطوال الموجية القصيرة ومن الممكن استخراج الممانعة التي تنهي خطأ وذلك من نسبة الموجة المتوقفة والمسافة بين الحمل واقصى او ادنى فولتية ، ان صيغة عدم الفقد لممانعة الخط (المعادلة 6.18) ممكن ترتيبها لتعبر عن ممانعة جانب الاستلام بدلالة هاتين الكميتين (لاحظ المسألة 6 للفصل 6) ومن الممكن ايضاً اجراء الحسابات بواسطة خارطة خط النقل . ان قيمة نسبة الموجة المتوقفة تحدد تقاطع دائرة K، الملائمة مع الاحداثي الحقيقي : تدخل الخارطة على دائرة K هذه وعند اقصى او ادنى فولتية ويتبع محلاً هندسياً دائري الى الخلف على مقياس طول الموجة الى ان يصل الموقع الذي يمثل الحمل وعند هذه النقطة تقرأ ممانعة الحمل المعيارية . تقاس المسافة المقاسة عادة الى ادنى فولتية بدلاً من اقصى فولتية ، حيث ان ادنى فولتية تعرف بدقة اكثر .

عندما يستعمل مقطع ذو حز لاجراء قياسات الموجة المتوقفة على قابلو محوري فمن الممكن تحديد الموقع الادنى بدقة ضمن المقطع ذي الحز ولكن لايمكن معرفة عدد اطوال الموجة الى الحمل بدقة ، وهذه الصعوبة ممكن التغلب عليها بتحديد نقطة قياس اولاً ضمن المقطع ذي الحز والذي بالتعويض يمثل الحمل، ويعمل هذا بوضع دائرة قصر عبر الحمل.ان نموذج الموجة المتوقفة الناتج هكذا له ادنى نقاط عند الاعداد الصحيحة لنصف اطوال الموجة من جانب الاستلام وعند كل من هذه النقاط تتكرر ممانعة جانب الاستلام ، يحدد موقع واحد من هذه النقاط الدنيا ضمن المقطع ذي الحز وهذه هي نقطة القياس وعندما تكون ممانعة الخط مساوية لممانعة جانب الاستلام . ثم ترفع دائرة القصر عبر الحمل وتستخرج ممانعة الخط عند نقطة القياس بالطريقة الموصوفة في الفقرة الاولى من هذا الجزء .

مثال :

ممانعة غير معروفة ربطت بقابلو محوري 50 اوم واستعمل مقطع ذو حز لقياس الموجة المتوقفة على الخط وكما موضح في الشكل 7.8 عينت نقطة قياس ضمن المقطع ذي الحز وذلك بتقصير دائرة جانب الاستلام واستخراج موقع



شكل 7.8 ايجاد ممانعة غير معروفة لجانب الاستلام .

فولتية صفر . عندما ربطت الممانعة المجهولة لطرف الاستلام وجد بان نسبة الموجة المتوقفة هي 2.5 وادنى فولتية هي عند 0.216λ على جهة المولد لنقطة القياس .

المحل الهندسي الملائم للممانعة هو دائرة $\acute{K}$ تقطع الاحداثي الحقيقي عند $\rho = 2.5$ كما مؤشر في الشكل 7.8 : الخارطة دخلت على دائرة K هذه عند النقطة التي تمثل ادنى فولتية (عند نقطة ادنى ممانعة) وهي تؤشر λ 0.25 على مقياس المسافة . يتبع المحل الهندسي مبتعداً عن المولد الى الموقع المماثل لنقطة القياس وتبعد 0.216 من المولد وعليه عينت عند $0.34\lambda = (0.25-0.216)\lambda$ على مقياس المسافة والممانعة عند هذه النقطة مساوية لممانعة جانب الاستلام وهي :

$$Z_R = (2.02 - j0.89) \quad Z_0 = 101 - j445 \text{ اوم}$$

7.5 قياس القدرة The Measurement of Power.

في مدى الترددات يمكن عندها ربط فولتميتر الصمام المفرغ مباشرة الى الخط بدون انعكاسات كبيرة او عدم توازن . يمكن استخراج القدرة المحملة بواسطة خواص الفولتية وممانعة الخط كما مبين في الجزء 6.3. هنالك طريقة اخرى مفيدة وبسيطة هي استعمال القدرة لتسخين فتيلة مصباح متوهج ثم حساب كمية قدرة تردد واطيٍ لازمة للحصول على الكمية نفسها من الضوء .

تقاس القدرة غالباً في منطقة الموجات الدقيقة في حدود واط واحد او اكثر بطريقة قياس الحرارة (Calorimetric) : يستعمل مائع (بصورة عامة الماء) كحمل لامتصاص القدرة وتحويلها ، تســـــتعمل الزيادة في درجة الحرارة الناتجة للمائع لاستخراج القدرة الممتصة ولكن لقدرة اصغر من واط واحد فان الزيادة في درجة حرارة مسعر المائع تصبح صغيرة جداً لحد يصعب قياسها بدقة . البولوميتر (الذي ذكر اولاً في الجزء 7.2 ككاشف للموجة المتوقفة) يستخدم عادةً في مستويات القدرة الواطئة وهذا الجهاز هو عنصر مقاومي يستعمل كحمل لامتصاص القدرة من الخط وتحويلها الى حرارة ، ان مقاومة عنصر البولوميتر تزداد بزيادة درجة الحرارة وهذا يعطي قياساً للقدرة المبددة . هنالك نوعان من البولوميترات شائعا الاستعمال هما الباريتر (Barretter) والمقاومة الحرارية

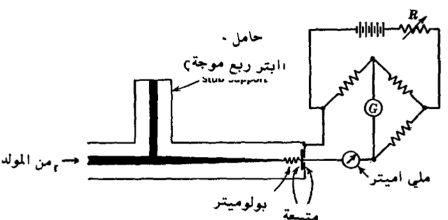
(Thermistor) [1]. الباريتر هو طول قصير من سلك رفيع جداً يصنع عادةً من البلاتين بسبب مقاومته للتآكل ونقطة انصهاره العالية وكذلك بسبب خواصه الميكانيكية المرغوبة ، ان مقاومة الباريتر تزداد مع درجة الحرارة . المقاوم الحراري (Thermistor) من الناحية الاخرى هو عنصر مقاومي صغير مصنوع من مزيج من اوكسيدات معدنية وهي اشباه موصلات ولها مقاومة ذات معامل حراري سالب ، هذا الجهاز عادة مصنوع على شكل مَحزْ صغير يغمر فيه سلكان صغيران . المقاوم الحراري له فائدة حيث يمكن تغيير مقاومته على مدى اوسع من تلك التي للباريتر وهو اقل تعرضاً للتحميل الزائد والاحتراق .

يبين الشكل 7.9 حامل باريتر ملائم لترددات الموجات الدقيقة وقنطرة لقياس الترددات الراديوية الممتصة بواسطة عنصر البولوميتر . الموصل المركزي للخط يسند بابتر ربع موجة ويوفر ايضاً رجعة للتيار المستمر للقنطرة ، الموصل المركزي للخط هو مستدق (Tapered) في قطره . الاستدقاق يُغير بالتدريج الممانعة المميزة من تلك للخط الرئيس الى قيمة اعلى مساوية لمقاومة البولوميتر وعليه يواءم البولوميتر الخط بدون انعكاس كما موضح بشكل تفصيلي في الجزء 7.11 . احدى نهايتي البولوميتر مربوط بالموصل الداخلي والاخرى مربوط خلال متسعة بالموصل الخارجي وعليه يشكل البولوميتر حملاً في نهاية الخط ، ان المتسعة هي دائرة قصر لتردد راديوي ولكن تسمح لقنطرة التيار المستمر لقياس مقاومة البولوميتر . عند التشغيل : توازن القنطرة اولاً بدون قدرة تردد راديوي وتستخرج قدرة التيار المستمر الداخلة الى عنصر البولوميتر وعند تسليط قدرة التردد الراديوي تتغير مقاومة البولوميتر وتجعل القنطرة غير متوازنة ، تتوازن القنطرة مرة اخرى بزيادة المقاومة المتوالية مع البطارية وعليه يقل التيار في البولوميتر الى النقطة التي تكون عندها القدرة الكلية للبولوميتر هي نفسها كالسابقة ، ثم ترجع مقاومة البولوميتر الى القيمة السابقة وتصبح القنطرة مرة اخرى في حالة توازن ويكون النقص اللازم في قدرة التيار المستمر للبولوميتر مساوية لقدرة التردد الراديوي .

(١) المعالجة شاملة لقياسات القدرة في منطقة الموجات الدقيقة راجع :
Montgomery, op.cit, chap.3

7.6 القارن الاتجاهي : The Directional Coupler.

هو جهاز يقرن جهاز قياس او خط ثانوي فقط الى موجة متنقلة في اتجاه واحد على طول الخط الرئيس ويتجاهل كلياً الموجة المتنقلة في الاتجاه الآخر ، القارن الاتجاهي له عدد من الاستعمالات المهمة ولكن تطبيقه الرئيس هو مراقبة القدرة المرسلة على طول خط والذي قد يربط (كمثال) جهاز ارسال الى هوائي .



شكل 7.9 حامل البولوميتر وقنطرة لقياس القدرة . bolometer m F

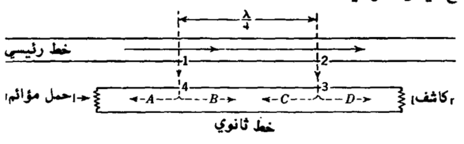
ان قياس فولتية عند نقطة واحدة لايكون مؤشراً كلياً كافياً للقدرة مالم تكن نسبة الموجة المتوقفة صغيرة جداً ، حيث ان ازاحة في نموذج الموجة المتوقفة يحدث تغيراً خاطئاً في التأشير ، ان عدم التأكد بسرعة كبيرة مع زيادة نسبة الموجة المتوقفة وفي الجهة الاخرى فان القارن الاتجاهي له فائدتان : البساطة والحجم الصغير ولكن بالاستجابة فقط الى الموجة المتنقلة الى الامام فانه يعطي دلالة لاتعتمد على موضعه عبر انموذج الموجة المتوقفة . ان القدرة المنعكسة يجب ان تطرح طبعاً من القدرة الساقطة للحصول على القدرة الصحيحة الممتصة من الحمل ولكن الخطأ الحادث لقياس القدرة الساقطة لايزداد بسرعة مطردة مع نسبة الموجة المتوقفة . ولتوضيح الفرق افرض ان نسبة الموجة المتوقفة هي 2 بحيث ان $|E_{max}| = 2|E_{min}|$ والذي يماثل معامل انعكاس $K = |E^-|/|E^+| = 1/3$ ، ثم ان القدرة الممتصة من قبل الحمل هي :

$$P_L = \frac{|E^+|^2}{Z_0} - \frac{|E^-|^2}{Z_0} = \frac{|E^+|^2}{Z_0}\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) = \frac{8}{9}P^+$$

حيث ان P^+ هي القدرة الساقطة وهكذا فان القارن الاتجاهي سيدل على قدرة مساوية لـ $9P_L/8$ وفي الناحية الاخرى فان جهازاً لقياس فولتية معير لخط مسطح سيدل (اذا ربط عند الفولتية القصوى) على قدرة مساوية لـ :

$$P' = \frac{|E_{max}|^2}{Z_0} = \frac{(|E^+| + |E^-|)^2}{Z_0} = \frac{|E^+|^2}{Z_0}\left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}P^+ = 2P_L$$

واذا ربط عند ادنى فولتية فانه سيدل على قدرة مساوية لـ $P_L/2$, وعليه فان القارن الاتجاهي يعطي دلالة تكون اقرب لقياس قدرة الحمل من تلك المحصل عليها مع قياس الفولتية عند نقطة واحدة .

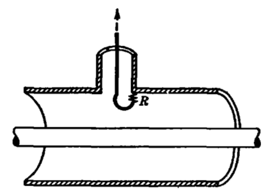


شكل 7.10 شكل تخطيطي لاحد انواع القارن الاتجاهي .

من الممكن انشاء جهاز اتجاهي بتقارن خط ثانوي الى الخط الرئيس خلال وحدتين متقارنتين متماثلتين موضوعتين على بعد مقداره ربع طول موجة او بطريقة اخرى بالتقارن عند نقطة واحدة خلال كل من المجالين الكهربائي والمغناطيسي . الطريقة الاولى من هاتين الطريقتين موضحة تخطيطياً في الشكل 7.10 : افترض موجة متنقلة الى اليمين على الخط الرئيسي ، عند النقطة 1 فان جزءاً صغيراً من طاقته قرنت الى الخط الثانوي وادت الى تكوين موجتين متنقلتين متعاكستين أ و ب وعند النقطة 2 (ابعد بربع طول موجة) تؤدي وحدة تقارن مطابقة الى تكوين موجتين جـ و د ولكن الموجة جـ بانتقالها على المسار 1 ـ 2 ـ 3 ـ 4 انتقلت نصف طول موجة ووصلت عند النقطة 4 بطور معاكس لطور الموجة أ وعليه فأن أ و جـ يحذفان ولا يكون هنالك موجة متنقلة الى يسار النقطة 4 وبعكس هذا فأن الموجة ب تنتقل مسافة مقدارها ربع طول موجة على المسار 1 ـ 4 ـ 3 والموجة د تنتقل المسافة نفسها على المسار 1 ـ 2 ـ 3 وعليه فان هاتين الموجتين تقوي احدهما الاخرى ويستلم الكاشف على اليمين طاقتيهما وبالتناظر نرى بانه : اذا عكسنا اتجاه الموجة على الخط الرئيس فان الموجتين المتنقلتين نحو الكاشف سيحذفان بسبب نصف دورة تخلف في احدهما والموجتان المتنقلتان نحو الحمل الموائم في النهاية اليسرى ستقوي احدهما الاخرى ولكن الحمل سيمتصها بدون انعكاس ولا يصلان الكاشف اذن سيستلم الكاشف الطاقة فقط من الموجة المتنقلة الى اليمين من الخط الرئيس . احدى طرائق الحصول على التقارن اللازم بين خطوط محورية تكون بتمديدها بصورة متوازية مع بعضهما ووصل الموصلين الخارجين بفتحتين موضوعتين بمباعدة مقدارها ربع طول موجة ، طريقة اخرى تتم بانشاء الخط الثانوي ضمن الموصل المركزي للخط الرئيس ويتم التقارن مرة اخرى بواسطة ثقبين يوصلان الخطين .

الطريقة الثانية للحصول على جهاز اتجاهي بتقارن الخط الثانوي كهربائياً (متناسب مع الفولتية) ومغناطيسياً (متناسب مع التيار) عند نقطة واحدة ، الجهاز المستعمل لهذا الغرض هو القارن المقاومي في الدارة المبينة في الشكل 7.11 واذا كانت المقاومة R غير نهائية فان المجس سيكون من النوع الكهربائي وسيجهز اشارة متناسبة مع فولتية الخط واذا كانت المقاومة صفراً فأن الدائرة الناتجة هي مجس مغناطيسي ويعطي اشارة متناسبة مع تيار الخط وان قيمة المقاومة بين هاتين الحالتين القصويتين يجعل المجس يستجيب لكل من الفولتية والتيار ومن الممكن ضبط كمية التقارن المغناطيسي بتدوير المجس والذي يغير كمية الفيض المغناطيسي الذي يوصل الدارة . ان اشتغال الجهاز يعتمد على حقيقة طور تيار الموجة المتنقلة الى الخلف قد انعكس وهذه الاشارة المنعكسة ممكن استخدامها لحذف الاشارة الناتجة من الفولتية المتنقلة الى الخلف . ان الفولتية الخارجة من القارن هي :

$$E_c = C_1E + C_2I \qquad (7.1)$$



شكل 7.11 النوع المقاومي الدارة للقارن الاتجاهي .

حيث ان E و I هما الفولتية والتيار للخط الرئيسي و C_1 و C_2 هما ثابتان ولكن $E = E^+ + E^-$ و $I = E^+/Z_0 - E^-/Z_0$ وعليه يمكن كتابة المعادلة S (7.1) :

$$E_c = C_1(E^+ + E^-) + C_2\left(\frac{E^+}{Z_0} - \frac{E^-}{Z_0}\right)$$

واذا ضبطنا التقارن بحيث ان $C_1 = C_2/Z_0$ فان الحدين المحتويين على E^- سيحذفان تاركين فقط :ـ

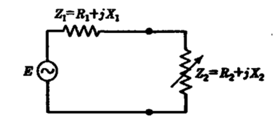
$$E_c = 2C_1E^+ \qquad (7.3)$$

والقارن يستجيب للموجات المتنقلة في اتجاه واحد فقط

7.7 . مواءمة ممانعة : Impedance Matching.

اعتبر مولداً مع فولتية داخلية E وممانعة مركبة داخلية $Z_1 = R_1 + jX_1$ كما مبين في الشكل 7.12 ومن الممكن ان يكون هذا مكافيء ثيفنن لأية شبكة مركبة خطية وفي هذه الحالة E هي فولتية الطرف المفتوح الدائرة للشبكة و Z_1 هي ممانعة الدائرة كما ترى من الطرفين . افرض ان ممانعة متغيرة $Z_2 = R_2 + jX_2$ ربطت كحمل والقدرة الممتصة من قبل الحمل مساوية لـ I^2R_2 والذي يمكن التعبير عنها كالاتي :

$$P_2 = \frac{E^2R_2}{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2} \qquad (7.4)$$



شكل 7.12 مولد مع ممانعة ثابتة يشتغل في حمل متغير .

واذا فرضنا بأن R_1 و X_1 ثابتان وان R_2 و X_2. متغيران فيمكن الحصول على شروط لاعلى قيمة لـ P_2 بتحقيق العلاقتين الآتيتين آنياً : ـ

$$\frac{\partial P_2}{\partial R_2} = 0 \text{ and } \frac{\partial P_2}{\partial X_2} = 0 \qquad (7.5)$$

اذا طبق اول هذين الشرطين على المعادلة (7.4) ستعطي النتيجة :

$$R_1^2 - R_2^2 + (X_1 + X_2)^2 = 0 \qquad (7.6)$$

بينما الثاني يعطي :

$$X_2 = -X_1 \qquad (7.7)$$

النتيجة الاخيرة تبين بأنه لانتقال القدرة القصوى يجب ان تكون مفاعلة الحمل مساوية ومعاكسة لمفاعلة المولد اضافة الى ذلك فانه عند تعويض النتيجة في المعادلة (7.6) تعطي الشرط الثاني :

$$R_2 = R_1 \qquad (7.6)$$

وعليه يحصل على أكبر قدرة في الحمل عندما تكون ممانعة الحمل هي المرافقة المركبة (Complex Conjugate) لممانعة المولد وهذا الشرط يعرف في بعض المرات / « مواءمة مرافقة » (Cojugate Match) .

افرض بأن مولداً ربط الى حمل بخط نقل عديم الفقد واجهزة مواءمة عديمة الفقد ، فانه لايوجد فقد بالقدرة في نظام النقل وعليه اذا جعل مخرج المولد أقصى مايمكن بواسطة موائمة مرافقة عند طرفيه فان القدرة السارية عند كل اجزاء النظام يجب ان تكون اعلى شيء واذا فتح النظام عند أية نقطة فالممانعتان في الاتجاهين المتعاكسين يجب ان تكونا مترافقتين ويمكن ان يكون هذا هو الاساس لحساب عناصر المواءمة التي تحدث اكبر انتقال للقدرة .

في نظم خط النقل هنالك عدد من الاسباب المهمة لمواءمة الممانعات ، تختلف كثيراً عن اعتبارات انتقال القدرة . ان خطأ منتهياً بممانعته المميزة له نسبة فولتية متوقفة مساوية لواحد ويرسل قدرة معينة بفولتية ذات ذروة أقل ومن ثم هنالك خطورة أقل لشرارة عرضية (Flash Over) عند قيم كبيرة للقدرة وكما أن كفاءة النقل هي اكبر عندما لاتكون هنالك موجة منعكسة واخيراً فان خطأ مسطحاً هو غير رنان (ممانعة مدخله تبقى عند القيمة Z_0 عندما يتغير التردد) ، فالتغير في التردد سوف لايغير من حمل المولد وقدرته الخارجة وايضاً فان الخط غير الرنان لايحاول سحب تردد المولد بعيداً عن قيمته الاعتيادية وبخلاف ذلك فان خطأ طوله عدة أطوال موجية يكون حساساً جداً للتردد اذا كانت الموجة المنعكسة كبيرة حيث ان طور الموجة المنعكسة عند وصولها لجانب الارسال يتغير بسرعة مع التردد . اذا كان طول الخط $\bar{n}$ من الاطوال الموجية ، نستطيع ان نكتب $l = n\lambda = nv/f$ او :

$$n = \frac{l}{v} f \tag{7.9}$$

واذا تغير التردد بمقدار Δf فان عدد الاطوال الموجية سيتغير بـ :

$$\Delta n = \frac{l}{v} \Delta f$$

والذي بعد حذف l/v بواسطة المعادلة (7.9) تصبح :

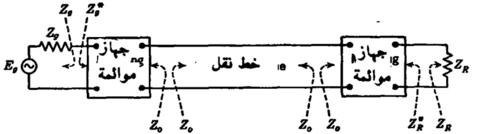
$$\Delta n = n \frac{\Delta f}{f} \tag{7.10}$$

واذا كان طول الخط عدة اطوال موجية ، فان Δn قد تكون جزءاً كبيراً من طول الموجة حتى وان كان التغير الجزئي في التردد صغيراً ومثال ذلك اذا كان طول الخط 250 طولاً موجي فان تغيراً في التردد مقداره واحد من الألف سيحدث $\Delta n = 250 \times .001 = 0.25$. او بمعنى آخر تغير الطول الكهربائي للخط بربع طول موجة كاملة . يمثل ذلك على خارطة خط النقل ازاحة في ممانعة جانب الارسال تساوي نصف المسافة حول المحل الهندسي للممانعة وعليه فان الممانعة ستتغير بمقدار كبير مالم تكن نسبة الموجة المتوقفة قريبة من الواحد .

للاسباب السابقة يُدخل جهاز مواءمة (Matching Device) بالقرب من الحمل لكي ينتهي الخط بممانعته المميزة في هذه النقطة واذا صمم المولد لكي يوائم الممانعة المميزة للخط فان هذا الجهاز الموائم سيحدث أكبر انتقال للقدرة الى الحمل ولكن اذا كانت المقاومة الداخلية للمولد مختلفة بصورة كبيرة عن Z_0، فان اشتغال المواءمة عند الحمل قد تجعل مواءمة الممانعة عند طرف المولد أحسن او اسوأ (تعتمد على ممانعة المولد) وعليه فان الحاجة الى جهاز مواءمة اضافي عند جانب المولد للخط لكي يجهز اكبر انتقال للقدرة . يبين الشكل 7.13 نظام نقل قليل الفقد مُواءم كلياً . عند كل نقطة تكون الممانعات في الاتجاهين المتعاكسين مترافقتان (Conjugates) واذا كانت الممانعة المميزة حقيقية تكون مرافقة نفسها بالطبع وعند ضبط أجهزة المواءمة بالتجربة فان جهاز الموائمة القريب من الحمل يجب ان يضبط للحصول على خط مسطح ثم بعد ذلك فقط يجب ضبط الوحدة القريبة من المولد للحصول على أكبر سريان للقدرة .

قد يشتغل خط التردد العالي القصير جداً بدون تواءم (Unmatched) قد يكون له عنصر موالف وحيد (Single Tunning Element) للحصول على مواءمة مرافقة وأكبر انتقال للقدرة بدون الاهتمام بنسبة الموجة المتوقفة .

عند الترددات السمعية فان المحول ذا القلب الحديدي يستعمل بصورة شاملة كجهاز لمواءمة الممانعة وان المحول ذا القلب الحديدي غالباً مايستعمل في الترددات الراديوية وخاصة عندما يراد عزل دائرتين عن بعضهما بسبب عدم توازن احداهما بالنسبة الى الارض . ان عرض الحزمة الجزئية المراد امرارها بصورة عامة تكون صغيرة في الترددات الراديوية ومن الممكن موالفة (Tuned) المحول ذي القلب الحديدي للرنين (Resonance) بواسطة متسعة على التوازي ، عندما لايكون تحول المتوازن ـ غير المتوازن ضرورياً فانه غالباً ماتستخدم الشبكات الرباعية الاطراف المتكونة من عناصر مفاعلة كأجهزة لمواءمة الممانعة عند الترددات الراديوية . وهذا سيناقش في الجزء 12.6 .



شكل 7.13 توضيح نظام نقل مواءم كلياً .

كلما قصر طول الموجة أصبحت العناصر المكتلة للمحول ذي القلب الحديدي وشبكة مواءمة الممانعة اقل فائدة بسبب التقارن المتناثر والتأثيرات الموزعة التي غالباً ماتكون غير متوقعة تزيد الفقد ، في الوقت نفسه فان مقطعاً طوله ربع طول موجة من خط نقل يصبح قصيراً مافيه الكفاية ليكون عملياً كعنصر دائرة . سيخصص باقي هذا الفصل لاعتبارات اجهزة المواءمة المبينة على مقاطع خط نقل (محول ربع موجة والموالف الابتر الاحادي والثنائي والثلاثي والخط المستدق) .

7.8 محول ربع الموجة : The Quarter-wave Transformer.

برهنا في الجزء 6.5 على ان مقطع ربع موجة من خط قليل الفقد يقلب ممانعة الانتهاء المعيارية او بعبارة اخرى $z_s = 1/z_R$ او بالاومات الحقيقية :

$$Z_s = \frac{Z_0^2}{Z_R} \qquad (7.11)$$

اذا كانت ممانعة الحمل مقاومة بحتة فان ممانعة المدخل لخط ربع طول الموجة ستكون مقاومة بحتة ايضاً :

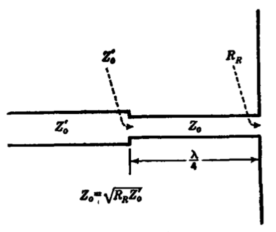
$$Z_s = \frac{Z_0^2}{R_R} + j0 \qquad (7.12)$$

اذا لم يكن لحمل مقاومي معين الاتساع المطلوب لتطبيق خاص فانه من الممكن تغذيته بقدرة بواسطة خط نقل طوله ربع موجة والذي ممانعته المميزة قد اختيرت بحيث تجعل مقاومة جانب الارسال مساوية للقيمة المطلوبة . ان مقطع الخط المستعمل في هذا التطبيق يدعى عادة بمحول ربع موجة (Quarter Wave Transformer)، والممانعة المميزة المطلوبة لهذا المقطع ممكن الحصول عليها من المعادلة (7.12) وهو الوسط الهندسي (Geometric Mean) بين مقاومة الانتهاء ومقاومة جانب الارسال المطلوبة :

$$Z_0 = \sqrt{R_R R_s}$$

$$= \sqrt{(\text{مقاومة الحمل})(\text{مقاومة جانب الارسال المطلوبة})} \qquad (7.13)$$

احدى هذه التطبيقات مبينة في الشكل 7.14 ، حيث ان هوائي ثنائي القطب (Dipole Antenna) بممانعة مدخل مقاومية R_R تمت مواءمته الى الخط نقل رئيسي (ممانعة مميزة Z_0') بواسطة محول ربع موجة له الممانعة المميزة $Z_0 = \sqrt{R_R Z_0'}$. الصيغة المشتقة في الفصل 3 يمكن استعمالها لتصميم المقطع

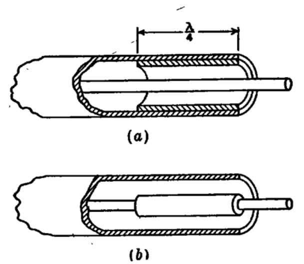


شكل 7.14 محول ربع موجة يوائم هوائياً ثنائي القطب الى خط نقل .

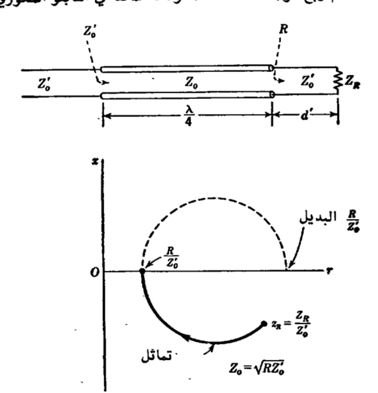
الموائم للقيمة المناسبة Z_0 . المقاطع المواءمة لخط متوازي السلك يمكن صنعها من موصلات لها اقطار مختلفة او مباعدة عن تلك التي للخط الرئيسي . في القابلو المحوري ذات الاكمام الموصلة (Conducting Sleeves) التي تناسب جداً الموصل الداخلي او الخارجي تستعمل غالباً كما مبين في الشكل 7.15 . من الواضح في هذا الترتيب ان الممانعة المميزة تكون أقل فقط وليس اكبر من القيمة الاعتيادية . هنالك طريقة اخرى تتم بادخال قطعة من مادة عازلة في الفراغ الحلقي وعليه تتغير الممانعة المميزة لمسافة ربع طول الموجة . ان سرعة الطور وطول الموجة هما أصغر في المنطقة المملوءة بالعازل وطول القطعة (Slug) يجب ان يكون $\lambda/4$ عند السرعة القليلة .

من الممكن مواءمة الحمل المحتوي على مفاعلة الى خط بوضع مقطع صغير من الخط الرئيس بين الحمل ومحول ربع الموجة .

ان الحسابات باستعمال خارطة الاحداثيات المتعامدة(Rectangular Chart) لخط النقل موضحة في الشكل 7.16 : الخارطة دُخلت عند ممانعة حمل معيارية ، وباتباع المحل الهندسي للممانعة الى النقطة التي عندها تكون ممانعة الخط مقاومة بحتة ، هذا هو الموقع لجانب استلام لمحول الموجة, ويمكن قراءة المسافة من الحمل d' يمكن قراءتها وهي الفرق بين القراءة البدائية والنهائية على مقياس المسافة والمقاومة عند جانب الاستلام لمقطع ربع موجة تقرأ عند تقاطع المحل الهندسي مع الاحداثي r ، وتدخل في المعادلة (7.13) لايجاد Z_0 المطلوبة لمقطع ربع الموجة . وكما هو مؤشر في الشكل 7.16 فان تقاطعين مختلفين ينتجان الحلول الممكنة . واحد هذين الحلين يجعل $Z_0 < Z_0'$ والآخر يجعل $Z_0 > Z_0'$ ويتم الاختيار حسب الامكانية العملية .



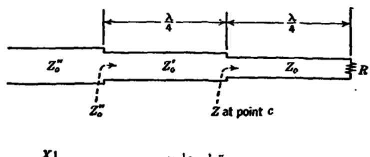
ble شكل 7.15 اكمام ربع موجة استعملت كمحولات ممانعة في القابلو المحوري . Fi

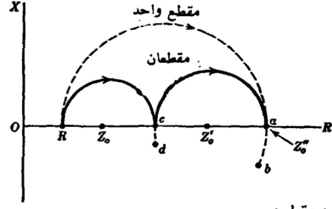


شكل 7.16 مواءمة حمل مركب باستعمال محول ربع موجة على التعاقب مع مقطع صغير من خط رئيس .

ان محول ربع الموجة البسيط يعاني من حساسيته للتغير في التردد حيث انه : عند طول الموجة الجديد لايبقى طول المقطع $\lambda/4$. في بعض التطبيقات ينحصر التردد في حزمة ضيقة تكون حساسية التردد ليست ذات ضرر كبير . بينما في تطبيقات اخرى ، قد يكون التشغيل لحزمة واسعة مطلوباً . ان الانتقال من مستوى ممانعة الى اخرى يكون أقل تحسساً للتغير في التردد اذا صنع من

مرحلتين (مقطعين) او أكثر . يبين الشكل 7.17 محولاً من مقطعين ويواءم حملاً ذا مقاومة R الى خط بممانعة مميزة Z_0'' . ان سبب النقص في حساسية التردد ممكن تصوره في المحلات الهندسية للممانعة في الشكل 7.17 وقد رسمت على نمط خارطة الاحداثيات المتعامدة لخط النقل ماعدا ان الممانعات هي غير معيارية (مرسومة بالاوم) .



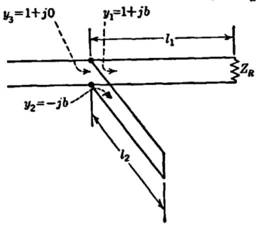


شكل 7.17 محول من مقطعين

عندما يتم الرسم هذا فان المحل الهندسي للممانعة يتأرجح حول الممانعة المميزة للمقطع المأخوذ بنظر الاعتبار عند اللحظة حيث ان له مركزاً يماثل النقطة $1 + j0$ على الخارطة المعيارية. المحل الهندسي لمقطع واحد طوله $\lambda/4$ يبدأ عند R وينتهي عند Z_0'' . على اية حال فان الزيادة في التردد تجعـــل طول المقطع اكبر من $\lambda/4$ وتتحرك نهاية المحل الهندسي الى النقطة b مسببة عدم تواءم عند مدخل المحول ، وبمقطعين فان المحل الهندسي يحتوي على قوسين مع نقطة c ممثلة للممانعة عند الملتقى بين المقطعين ان اية زيادة في التردد ستزيد من طول قوسي المحلين الهندسيين . ان نهاية القوس الاول ستتحرك الى الاسفل الى نقطة d والقوس الثاني سيبدأ من نقطة d وبسبب الزيادة في الطول سيبقى منتهياً تقريباً عند Z_0 . يمكن البرهنة على ان : احسن النتائج يمكن الحصول عليها اذا اختيرت الممانعات المميزة بحيث ان :

$$\left(\frac{Z_0}{Z_0}\right)^2 = \frac{Z_0}{Z_0} = \left(\frac{Z_0}{R}\right)^2 \qquad (7.14)$$

عرضياً فان هذا الاختيار يجعل الممانعة عند الملتقى بين المقطعين مساوياً لـ $\sqrt{RZ_0''}$ وهي القيمة الواجب اختيارها للممانعة المميزة لمقطع موائم واحد اضافة مقاطع اخرى يقلل حساسية التردد اكثر[1].



شكل 7.18 موالف منفرد أبتر

7.9 . موالف منفرد ابتر : The Single-stub Tuner.

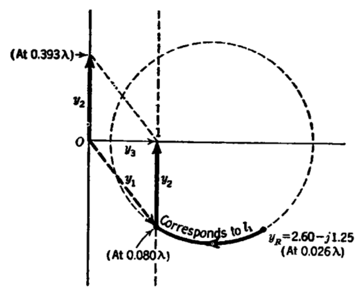
الموالف المنفرد الابتر يحتوي على خط ابتر مفتوح او مقصر الدائرة يمكن ضبط طوله ويربط على التوازي مع الخط الرئيس كما مبين في الشكل 7.18 . المسافة من الحمل l_1 يجب ان تكون متغيرة . يمكن عمل ذلك الخط المتوازي السلك بزلق (Slide) الابتر على طول الخط ويمكن استعمال « مطول الخط » (Line Stretches) (وهو مقطع تلسكوبي من الخط) على القابلو المحوري بين الابتر والحمل .

ان الحسابات لموالف منفرد ابتر تكون اسهل بمساعدة خارطة خط النقل وستوضح الحسابات على خارطة الاحداثيات العمودية لانها تبسط عملية اضافة المسايرات ولكن سيكون واضحاً بأن العمليات نفسها يمكن اجراؤها على الخارطة الدائرية . ان المسايرات ستستعمل بدلاً من الممانعات لان الربط هو توازٍ بين الابتر والخط وكما وضح في الجزء 5.6 المسايرات تعامل بالطريقة نفسها كالممانعات على الخارطة .

(1) لمعلومات اكثر على المحولات المتعددة المقاطع (Multiple- Sections Trans formers) : راجع

J. C. Slater. "Microwave Transmission," pp. 57-62, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1942, and G. L. Ragan, "Microwave Transmission Circuits," See 6.2, McGraw. Hill Book Company, Inc., New York, 1948.

كما مؤشر في الشكل 7.18 فان الطول $\bar{l}_1$ اختير بحيث ان المسايرة المعيارية يكون لها جزءاً حقيقياً مساوياً لوحدة واحدة عند نقطة ربط الابتر . وبالنظر نحو الحمل فان المسايرة المعيارية عند هذه النقطة يمكن التعبير عنها ب $y_1 = 1 + jb$ حيث ان b هي تقبلية غير مرغوبة ولكن لايمكن تحاشيها . يضبط طول الابتر بحيث تكون مسايرة مدخله المعيارية $y_2 = -jb$ ومجموع المسايرتين كما يشاهد من الخط الرئيس عند هذه النقطة يعادل $y_3 = y_1 + y_2 = 1 + j0$ اي ان المسايرة هي $1/Z_0$ سيمنس والممانعة هي Z_0 اوم . عند هذه النقطة ينتهي الخط الرئيس بممانعته المميزة وهذه هي النتيجة المطلوبة .



شكل 7.19 حسابات الموالف المنفرد الابتر على خارطة الاحداثيات المتعامدة .

ان الحسابات باستعمال الخارطة هي حسابات مباشرة وقد تتوضح افضل من ذلك بمثال : خذ خطاً له $\lambda = 1.50$ متر و $Z_0 = 400$ اوم و $Z_R = 125 + j60$ اوم . ممانعة جانب الاستلام المعيارية هي :

$$z_R = \frac{125 + j60}{400} = 0.313 + j0.150$$

ومسايرة جانب الاستلام المعيارية هي مقلوب هذه . ويمكن حسابها بالطرق المألوفة للجبر المركب او يمكن ايجادها بدخول الخارطة عند z_R والتأرجح حول المحل الهندسي بمقدار مكافيء لـ $\lambda/4$. على اية حال النتيجة هي :

$$y_R = \frac{1}{z_R} = 2.60 - j1.25$$

كما مبين في الشكل 7.19 ، الخارطة دخلت عند هذه القيمة لـ y_R (عند λ 0.026 على مقياس المسافة). تتبع المحل الهندسي للمسايرة باتجاه المولد الى ان يتقاطع مع الخط العمودي المار خلال وحدة توصيلية(Unit Conductance) (عند λ 0.080 على مقياس المسافة) . هنا يجب ان يربط الابتر على مسافة من الحمل هي

$l_1 = (0.080 - 0.026)\ \lambda = 0.054 \times 1.50 = 0.081$ متر

المسايرة عند هذه النقطة هي $y_1 = 1 - j1.26$ وكما مبين بالمتجه المخطط الممتد من نقطة الاصل ، عند نهاية هذا المتجه اضيفت مسايرة الابتر y_2 ويجب ان تكون ذات طول كافٍ لتجعل المتجه مساو $1 + j0$. على خارطة الاحداثيات العمودية (حيث ان مقياس المسايرة هو نفسه) يمكن نقل المتجه y_2 بدون تغير في الطول بحيث تتطابق نقطة اصله مع نقطة اصل مقياس المسايرة . ان مقياس المسافة للخارطة رتب بحيث يمكن قراءة طول الابتر المقصر الدائرة اللازم مباشرة عند نهاية المتجه وهذا صحيح لأن ابترأ مقصر الدائرة ذا طول قصير جداً له تقبلية سالبة كبيرة جداً (حثية) ولهذا ينطبق مع قراءة مقياس المسافة الصغيرة جداً في الجهة السفلى البعيدة من الاحداثي العمودي . ان زيادة طول الابتر تجلب مسايرة اعلى للاحداثي العمودي . وعند طول λ 0.25 تكون مسايرة مدخله صفراً ، ان طولاً اكبر يحدث تقبلية موجبة (سعوية) وفي هذه المسألة فأن رأس المتجه محدد عند $j1.26$ وفي هذه النقطة تقرأ طول مقداره λ 0.393 وعليه لابتر مقصر الدائرة :

$l_2 = 0.393 \times 1.50 = 0.590$

من الممكن الحصول على المسايرة نفسها بواسطة ابتر مفتوح النهاية مع طول اما اكبر او اصغر من هذا بـ 0.25λ او بعبارة اخرى الابتر المفتوح النهاية المناسب يكون له طول $0.215 = 0.590 - 1.50/4$ متر . على اية حال الابتر المقصر الدائرة يستعمل بصورة عامة .

لاحظ في الشكل 7.19 بأن حلاً ثانياً يمكن الحصول عليه بزيادة l_1 الى ان يصل الى نقطة على المحل الهندسي مباشرةً فوق (بدلاً من تحت) وحدة الموصلية . الابتر المطلوب عندها سيكون له تقبلية سالبة . بالاضافة الى ذلك ممكن الحصول على اي عدد من الحلول الاضافية من الحلين السابقين وذلك باضافة المضاعفات لـ λ/2 الى l_1 . ان اقصر قيمة لـ l_1 تقلل حساسية التردد للانتهاء الى اقل مايمكن ، الاعتبارات الاخرى تكون مساوية وعليه يجب ان يكون هذا هو الحل المختار .

7.10. موالف ثنائي ابتر وثلاثي ابتر :

Double-stub and Triple-stub Tuners.

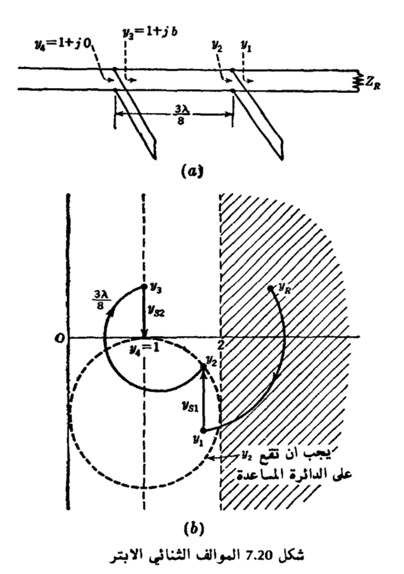
ان ضبط الموالف المنفرد الابتر يحتاج الى تغيير المسافة من الحمل وهذا قد لايكون ملائماً مع القابلو المحوري ، الطريقة البديلية تكون باستعمال ابترين ثابتين في الموقع ولكن يضبطان بالطول . المباعدة الشائعة الاستعمال بين البتر (Stubs) هي $\lambda/4$ و $3\lambda/8$ و $5\lambda/8$. ولا تستعمل مباعدة نصف طول الموجة حيث ان لها تأثيراً مشابه لوضع البتر على التوازي . ان عدداً فردياً من اثمان اطوال الموجة مفضل بصورة عامة حيث ان هذا يوائم ممانعات على مدى اوسع ايضاً ويؤدي الى ضبط اسرع عندما يضبط بالتجربة والخطأ[1].

الشكل 7.20 يبين موالفاً ثنائياً ابتر ويوضح الحسابات لمباعدة ابتر بـــ $3\lambda/8$. وقد عملت الحسابات بمساعدة دائرة ثانوية ذات وحدة نصف قطر (Unit Radius) مركزها عند $1 - j1$ على الرسم البياني . اذا ابتدأ الواحد عند اية نقطة على هذه الدائرة وتبع المحل الهندسي للمسايرة $3\ \lambda\ /\ 8$ نحو المولد فان نقطة النهاية لهذا الطريق ستقع على الخط العمودي المار خلال الواحد . الان خذ الشكل 7.20 او اتبع المسايرة بترتيب عكسي (نرغب ان يكون $y_4 = 1 + j0$ ان الابتر المربوط هنا يمكنه ان يجهز اية تقبلية مطلوبة وعليه يجب ان يكون الجزء الحقيقي لـ y_3 واحداً لاغير اي بمعنى آخر انه يقع في اي مكان على الخط العمودي المار خلال الواحد على الخارطة المسايرة y_2 تقع $3\lambda/8$ اقرب الى الحمل من y_3 وعليه يجب ان تقع على الدائرة المساعدة ، الابتر على اليمين يمكن ان يجهز اية تقبلية مطلوبة وعليه يمكن ان تقع في اي مكان من المنطقة غير المخططة . المساحة المخططة (حيث ان المسايرة المعيارية هي اكبر من 2) هي منطقة محطورة للمسايرة y_1 (اذا وقعت y_1 ضمن هذه المنطقة فان الموالف لايمكن ان يجهز ممانعة التحويل المطلوبة) .

تتبع الحسابات كالآتي : تدخل الخارطة مع مسايرة الحمل المعيارية y_R كما مبين في الشكل 7.20 ب وينبع المحل الهندسي نحو المولد الى ان تصل النقطة الممثلة لموقع الابتر الواقع الى اليمين ، وسيكون الحل ممكنناً اذا كان للمسايرة (y_1) جزء حقيقي اقل من 2 . يتم اختيار مسايرة الابتر (y_{s1}) بحيث y_2 تقع

(1) ان تأثيرات المباعدات المختلفة قد نوقشت من قبل :
Regan, op. Cit, Sec. 8.6

على الدائرة المساعدة ، ومن y_2 يتبع محلا هندسياً جديدا 3λ/8 نحو المولد ، النتيجة هي y_3 وتقع على الخط العمودي المار بالواحد . يتم اختيار مسايرة الابتر الواقع الى اليسار (y_{s2}) لغلق الفجوة بين y_3 والنقطة $1 + j0$. النتيجة هي $y_4 = 1 + j0$ وعليه فان الخط الرئيس ينتهي بممانعته المميزة عند النقطة التي يربط بها الابتر الايسر .



شكل 7.20 الموالف الثنائي الابتر

يلاحظ في الشكل 7.20 ب بأن هناك حل ممكن ثانٍ حيث انه اذا رسم المتجه y_{s1} الى الأسفل من y_1 فان المسايرة y_2 يمكن جعلها بحيث تقع على الجزء السفلي من الدائرة المساعدة وهذا بالطبع سيغير y_{s2} . ان الضرر من الحل الثاني هو ان نسبة الموجة المتوقفة بين الابترين اكبر من سابقتها .

الموالف الثنائي الابتر بمباعدة $3\lambda/8$ لايأخذ بنظر الاعتبار كل مسائل المواءمة المحتملة حيث ان المسايرة y_1 يجب ان يكون لها جزء حقيقي أقل من 2 . من الممكن البرهنة على ان مباعدة مقدارها $\lambda/4$ تؤدي الى دائرة مساعدة تمتد فقط لمسايرة مقدارها وحدة كما مبين في الشكل 7.21 . وعليه فان موالفاً بهذه المباعدة تكون له قابلية محدودة ومباعدة مقدارها $5\lambda/8$ لها دائرة تشابه تلك لـ $3\lambda/8$ ولكن تقع فوق الاحداثي الافقي وعليه فان حدودها هي مسايرة مقدارها 2 . هذه التحديدات يمكن تلافيها بجعل المسافة الى الحمل متغيرة (ربما بواسطة مقطع ربع موجة اضافي لخط يمكن ادخاله بين الموالف والحمل عند الضرورة) .

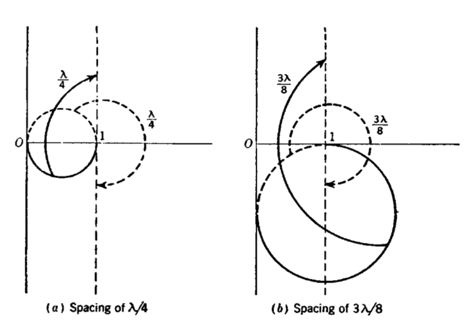
الطريقة الاخرى للتغلب على التحديدات السابقة تتم باضافة ابتر ثالث ومن الممكن البرهنة على ان موالف ثلاث ابتر بمباعدة ربع موجة بين البتر قادر على مواءمة كل الاحمال ماعدا الاحمال المفائلة البحتة **(Purely Reactive)** طبعاً . وبصورة عملية فان الابترين الخارجين يرتبطان سوية ميكانيكياً عادة لتسهيل الضبط .

7.11 الخط المستدق : The Tapered Line.

الخط المستدق هو الذي تكون ممانعته المميزة متغيرة باستمرار على امتداد طوله . ان الغرض الاعتيادي هو توفير تحويل من مستوى ممانعة الى اخرى . اذا كان تغير الممانعة لكل طول موجي غير كبير فان التحول المستدق لايكون له حساسية التردد وهذه خاصية من خواص الاجهزة التي تستخدم تأثيرات الانعكاس والموجات المتوقفة . ان محول مقطع متعدد ارباع الموجة **(Multiple-Quarter-Wave Section)** المشروح في الجزء 7.8 هو مقرب نحو التحول المنتظم وهذا الجهاز له حساسية تردد اصغر من محول مقطعاً واحد من ربع موجة . ان مقطعا مستدقاً من خط محوري مبين في الشكل 7.22 (لاحظ ايضاً الشكل 7.9) .

لحد الآن افترض في تحليلنا لخط النقل على ان له خواصاً منتظمة وهذا سيتغير الآن . تبقى المعادلات (2.23) منطبقة حيث انها تعود الى الشروط عند نقطة منفردة على الخط واذا اهمل الفقد فان هذه المعادلات تصبح :

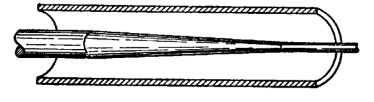
$$\frac{dE}{dx} = -j\omega LI \qquad (7.15)$$



شكل 7.21 الدائرتان المساعدتان لموالف ثنائي ابتر بمباعدة λ/4 و 3λ/8

$$\frac{dI}{dx} = -j\omega CE \qquad (7.16)$$

هنا L هي محاثة التوالي لكل وحدة طول من الخط عند النقطة في المسألة و C هي سعة التوازي لكل وحدة طول عند النقطة نفسها ، الخط المنتظم له قيم ثابتة لـ L و C في حين على الخط المستدق تتغير L و C باستمرار مع x الآن سنتابع لحذف التيارين بين المعادلين السابقتين . بأخذ المشتقة لـ 7.15 بالنسبة الى x يكون عندنا :



شكل 7.22 مقطع مستدق لقابلو محوري

$$\frac{d^2E}{dx^2} = -j\omega L \frac{dI}{dx} - j\omega \frac{dL}{dx} I \qquad (7.17)$$

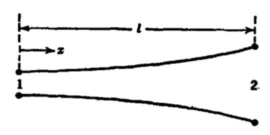
الحد الاخير لايساوي صفراً بسبب التغير في L على طول الخط ، وبالتعويض عن I من (7.15) وعن dI/dx من (7.16) نحصل على المعادلة التفاضلية للفولتية :

$$\frac{d^2E}{dx^2} - \left(\frac{1}{L}\frac{dL}{dx}\right)\frac{dE}{dx} + (\omega^2LC)E = 0 \qquad (7.18)$$

اذا حذفت الفولتية بين المعادلتين (7.15) و (7.16) تكون النتيجة معادلة تفاضلية للتيار :

$$\frac{d^2I}{dx^2} - \left(\frac{1}{C}\frac{dC}{dx}\right)\frac{dI}{dx} + (\omega^2LC)I = 0 \qquad (7.19)$$

اذا كان L و C ثابتين على طول الخط فان الحدود الوسطية ستختفي ونحصل على المعادلات الاعتيادية لخط منتظم عديم الفقد . في الحالة العامة فان المعاملات هي دالات لـ x ولا يمكن الحصول على الحل العام ، ولكن هنالك حالة خاصة بسيطة بدرجة كافية وهي الخط باستدقاق اسي(Exponential Taper) . يمكن كتابة معاملات الحدود الوسطية $d(\log L)/dx$ و $d(\log C)/dx$ وهذان سيكونان ثابتين اذا تغير L و C اسياً مع . سيكون معامل الحد الاخير ω^2LC ثابتاً ايضاً اذا تغير L عكس C ومن ثم فان المعادلات التفاضلية لها معاملات ثابتة ويمكن حلهم بدون صعوبة .



شكل 7.23 شكل تخطيطي لخط مستدق

ارجـــع الى الشكل 7.23 واكتب المحاثة والسعة لكل وحدة طول عند اية نقطة

$$\left.\begin{aligned} L &= L_1\epsilon^{\eta x} \\ C &= C_1\epsilon^{-\eta x} \end{aligned}\right\} \qquad (7.20)$$

حيث ان L_1 و C_1 هما القيمتان عند النهاية الضيقة والثابت η يدل على معدل الاستدقاق (Rate of Taper) ، ليس ضرورياً الآن ان نحدد اي طرف من الخط هو جانب الاستلام حيث ان تحليلنا سيطبق بالتساوي على كلا الطريقين .

حاصل الضرب $LC = L_1C_1$ ثابت ولكن لدينا :

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}\,\epsilon^{\eta x} \qquad (7.21)$$

اذا كان الخط منتظماً فالكمية $\sqrt{L/C}$ ستكون الممانعة المميزة ولكن هذا التعبير سيعدل بوجود الاستدقاق . وعلى اية حال اذا كان الاستدقاق لكل طول موجة صغيراً فان الخط سيتصرف كما لو كان منتظماً على مسافات قصيرة ونستطيع ان نشابه هذا مع الخط المنتظم . ان سرعة الطور ستكون ثابتة ومساوية لـ $1/\sqrt{LC}$ بصورة قريبة جداً ، وستكون الممانعة المميزة قريباً $\sqrt{L/C}$ عند كل

نقطة وهذه تزداد اسياً مع x والنتيجة هي تحويل الممانعة من طرف الى الآخر. عندما ينتهي الخط بدون انعكاس فانه سيتصرف كمحول مثالي ويمكن استعماله كمحول رفع (Step-UP) او كمحول خفض (Step-Down). سنتوقع فيزياوياً بأن الفولتية ستتغير كـ $\epsilon^{\eta x/2}$ والتيار سيتغير كـ $\epsilon^{-\eta x/2}$ مع خارج القسمة (الممانعة) متناسب مع $\epsilon^{\eta x}$ وحاصل الضرب (القدرة) ثابتاً. تحويل الممانعة يجب ان يعتمد على التردد طالما ان التردد عالٍ بمقدار كافٍ بحيث يحفظ الاستدقاق لكل طول موجة صغيراً وعملياً تؤدي تحديدات المكان عادة تؤدي الى استدقاق لايكون صغيراً لكل طول موجة ولا يعتمد الاستنتاج السابق عليه. سنحلل هذه الحالة بمساعدة المعادلتين (7.15) و (7.19).

انه من السهل عملياً عمل مستدق خطي غير المستدق المبين في المعادلة (7.20). اذا كان التغير في مستوى الممانعة ليس بالكثير فان الاثنين سيكونان الشيء نفسه تقريباً وستطبق تحليلاتنا على كليهما.

بعد تعويض المعادلة 7.20 في 7.18 نحصل على معادلة فولتية ذات معاملات ثابتة :

$$\frac{d^2E}{dx^2} - \eta\frac{dE}{dx} + \omega^2LCE = 0 \qquad (7.22)$$

ان الحل لهذه المعادلة التفاضلية هو :

$$E = A_1\epsilon^{\eta x/2}\epsilon^{-j\beta x} + A_2\epsilon^{\eta x/2}\epsilon^{j\beta x} \qquad (7.23)$$

حيث ان A_1 و A_2 هما ثابتتين ولهما وحدات فولتية و :

$$\beta = \sqrt{\omega^2LC - \frac{\eta^2}{4}} \qquad (7.24)$$

ان اثبات الحل السابق يمكن فحصه بتعويضه في المعادلة التفاضلية والتي يجب ان تختصر الى متطابقة.

يحتوي الحل (7.23) على موجتين، الاولى بعامل طور $\epsilon^{-j\beta x}$ وتنقل نحو الطرف الواسع الشكل 7.23) والثانية بعامل $\epsilon^{j\beta x}$ وتنقل نحو الطرف الضيق. بسبب الاستدقاق فان كلاً من موجتي الفولتية اكبر عند طرف الممانعة العالية بالعامل $\epsilon^{\eta l/2}$. حتى الآن لم نحدد ايهما هو طرف الحمل والسؤال هو ايهما هي الموجة الساقطة وايهما هي الموجة المنعكسة وهو امر غير مهم.

ان ثابت الطور المعطى بالمعادلة 7.24 له اهمية خاصة حيث انه سيكون حقيقيا فقط اذا كان التردد فوق قيمة حرجة معينة. تحت هذا التردد ستكون β خيالية ثم ان العاملين $\epsilon^{\pm j\beta x}$ في المعادلة 7.23 سيكون لهما اس حقيقي وسيكون التأثير مشابهاً ذلك لثابت التوهين.

هذه الخاصية مشابهة لمرشح عالي الامرار (High-Pass Filter) ، الذي يمرر الطاقة بطلاقة فوق تردد معين ولكن يوهنها عند تردد اوطأ ، النقطة الحرجة يعطى لها اسم تردد قطع (Cutoff- Frequency) ولكن هذا قد يكون غامضاً « حيث ان الخط لايقطع بحدة والطاقة ستصل الحمل تحت التردد الحرج مالم يكن الخط طويلاً جداً » ، ان التردد الحرج يحصل عليه عندما $\omega^2LC = \eta^2/4$ وعليه :

$$\omega_c = \frac{\eta}{2\sqrt{LC}} \qquad (7.25)$$

ويمكن كتابة ثابت الطور (7.24) الان كالاتي :

$$\beta = \omega\sqrt{LC}\sqrt{1 - \frac{\eta^2}{4\omega^2LC}}$$

او

$$\beta = \omega\sqrt{LC}\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \qquad (7.26)$$

وهذا سيكون اوطأ من قيمة الخط المنتظم $\omega\sqrt{LC}$ بخمسة بالمائة عندما $\omega = 3.21\ \omega_c$ وسيكون اوطأ بواحد بالمائة فقط عندما $\omega = 7.10\ \omega_c$ ، ان سرعة الطور ω/β وطول الموجة $2\pi/\beta$ سيكونان مشابهين تقريباً لقيم خط منتظم . ان الخطوط المستدقة العملية بصورة عامة تشتغل عند تردد اعلى من القيمة الحرجة حيث β و λ هما تقريباً نفسيهما للخط المنتظم .

لوجدان الحل للتيار ، عوض تغير الفولتية (7.23) في المعادلة (7.15) . باستعمال العلاقة $L = L_1\epsilon^{\eta x}$ يمكن كتابة النتيجة كالاتي :

$$I = B_1\epsilon^{-\eta x/2}\epsilon^{-j\beta x} - B_2\epsilon^{-\eta x/2}\epsilon^{j\beta x}. \qquad (7.27)$$

حيث ان :

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \frac{\beta + j\eta/2}{\omega L_1} A_1 \\ B_2 &= \frac{\beta - j\eta/2}{\omega L_1} A_2 \end{aligned}\right\} \qquad (7.28)$$

نشخص حدي (7.27) كموجتي تيار ينتقلان نحو طرفي الممانعة العالية والممانعة الواطئة بالتعاقب . كلا من موجتي التيار هما اصغر عند طرف الممانعة العالية بالعامل $\epsilon^{-\eta l/2}$.

ان الممانعتين المميزتين المرئيتين بالموجتين المتنقلتين بالعكس يمكن الحصول عليها من التعبير السابق للتيار والمعادلة (7.23) للفولتية . بعكس الخط المنتظم فان الممانعتين في الاتجاهين هما مختلفان بسبب الاستدقاق ، الممانعة المرئية من الموجة المنتقلة نحو طرف الممانعة العالي سيرمز لها بـ Z_{up} ويحصل عليها بتقسيم الحد الاول لـ (7.23) بالحد الاول لـ (7.27) ثم :

$$Z_{up} = \frac{\omega L_1\epsilon^{\eta x}}{\beta + j\eta/2} = \frac{\omega L}{\beta + j\eta/2}$$

وهذا يوضح بهيئة مناسبة اكثر وذلك بالتعويض عن β_I في المعادلة (7.25) وعن η من المعادلة (7.25) ومن ثم حذف الجذور النتيجة هي :

$$Z_{up} = \sqrt{\frac{L}{C}}\left[\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} - j\,\frac{\omega_c}{\omega}\right]$$
$$= \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}\left[\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} - j\,\frac{\omega_c}{\omega}\right]\epsilon^{\eta x} \qquad (7.29)$$

وبطريقة مشابهة يمكن البرهنة على ان الممانعة المرئية بالموجة المنتقلة نحو طرف الممانعة الواطئة هي :

$$Z_{down} = \sqrt{\frac{L}{C}}\left[\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} + j\,\frac{\omega_c}{\omega}\right] \qquad (7.30)$$
$$= \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}\left[\sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} + j\,\frac{\omega_c}{\omega}\right]\epsilon^{\eta x}$$

المركبتان المقاوميتان لهاتين الممانعتين هما مساويتان لـ $\sqrt{L/C}$ تقريباً عندما يكون التردد هو عدة مرات بقدر القيمة الحرجة ولكن الحد المفاعل فقط متناسب عكسياً لـ ω/ω_c ويبقى كبيراً لحد قيم اعلى جداً لهذه النسبة. وكمثال عند $\omega = 7.10\,\omega_c$ عندنا $Z_{up} = (0.99 - j0.14)\sqrt{L/C}$ والمركبة المقاومية هي 1 بالمائة فقط اوطأ من $\sqrt{L/C}$ ولكن المركبة المفاعلة بقيت 14 بالمائة .

لكي ينتهي الخط بدون انعكاس عند طرف الممانعة العالية فانه يجب استعمال ممانعة حمل مساوية Z_{up} (المعادلة (7.29) مع $x = 0$) .

ان ممانعة المدخل عند طرف الممانعة الواطئة ستكون عندها مساوية لـ Z_{up} عند ذلك الطرف (المعادلة (7.29) مع $x = 0$) وهذا سيجهز تحويل ممانعة مخفضة بعامل مساوٍ لـ $\epsilon^{-\eta l}$. اذا ربط الحمل عند طرف الممانعة الواطئة فانه يجب ان يكون مساوياً لـ Z_{down} عند $x = 0$ حتى لايكون هنالك انعكاس ، وفي الطرف الآخر ستكون ممانعة المدخل مساوية لـ Z_{down} مع $x = l$ وسترتفع ممانعة الحمل بالعامل $\epsilon^{\eta l}$ ولقيم ω/ω_c غير القريبة جداً من القطع ممكن ان يعطى حمل مقاومي المركبة المفاعلة المطلوبة وذلك بربط متسعة على التوالي لمواءمة Z_{up} او بربط محاثة على التوازي لمواءمة Z_{down} . يمكن اشتقاق شبكات انتهاء اخرى لمواءمة احسن على مدى واسع(١)

(١) لاحظ :

Harold A. Wheeler, Transmission Lines with Exponential Taper, Proc. IRE, Vol. 27, pp. 65-71, January, 1939. (214)

ان المطلوب لممانعة حمل مركبة بدون انعكاس امر غير ملائم ويؤدى (بالطبع) الى ممانعة مدخل لها مركبة مفاعلة . يمكن تجنب الصعوبة بتشغيل الخط بعيداً فوق تردده الحرج يكون لدينا وبصورة تقريبية جدا :

$$Z_{up} \approx Z_{down} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}\, \epsilon^{\eta x}$$

الان يمكن استعمال حمل مقاومي بحت والحصول على تحويل الممانعة $\epsilon^{\eta l}$ بدون الاعتماد على التردد طالما ان $\omega >> \omega_c$ وهذا يتطلب ان يحتفظ بالاستدقاق لكل طول صغير . سنرمز لطول موجة على خط منتظم بـ $\lambda_0 = 2\pi/\omega\sqrt{LC}$ عندها يمكن التعبير عن مقدار الاستدقاق لكل موجة بمساعدة المعادلة (7.25) كالاتي :

$$\eta\lambda_0 = (2\omega_c\sqrt{LC})\left(\frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}}\right) = 4\pi\,\frac{\omega_c}{\omega} \qquad (7.31)$$

اذا اريد حفظ المركبة المفاعلة لـ Z_{up} او Z_{down} بـ 2 بالمائة فيجب ان يكون عندنا $\omega = 50\omega_c$ وعليه فأن الاستدقاق لكل طول موجة هو :

$$\eta\lambda_0 = \frac{4\pi}{50} = 0.252$$

لكل طول موجة فان الممانعة حولت بالعامل $1.287 = \epsilon^{0.252}$

في تطبيقات عديدة فان متطلبات الفراغ لاتسمح بطول الاستدقاق كما اشير اليه في الاعتبارات السابقة . يستعمل الحمل المقاومي غالباً في نهاية الخط المستدق الذي يشتغل فقط عند تردد اكبر عدة مرات من القيمة الحرجة . الانعكاس الناتج بسبب عدم المواءمة عند الحمل يسبب مركبة مفاعلة لممانعة المدخل تتغير مع التردد . يناظر ذلك لخط حيث سيكون له ازاحة ممانعة جانب الارسال حول محل هندسي دائري على خارطة خط النقل . يمكن البحث عن التغير في الممانعة بتقسيم الفولتية (7.23) بالتيار (7.27) وعليه يحصل :

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{A_1 + A_2\epsilon^{-j2\beta x}}{B_1 - B_2\epsilon^{-j2\beta x}}\,\epsilon^{\eta x} \qquad (7.32)$$

حيث ان B_1 و B_2 عبر عنهما بدلالة A_1 و A_2 خلال المعادلة (7.28) . لايكتمل التحليل لتغير الممانعة بالتفصيل ماعدا حالة واحدة بسيطة ومهمة(١) .

(١) لمعلومات اكثر لاحظ :

Chas. R. Burrows, The Exponential Transmission Line, Bell System Techn. J., Vol. XVII, pp. 555-573, October, 1938.

ويمكن ايجاد تأثير الانعكاسات كما حسبت لاستدقاق خطي فيزياوي بطريقة اكثر عمومية يمكن وجدانها في :

«Microwave Transmission Design Data,» by

Theodore Moreno, pp. 53-55, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1948.

ان خط نصف الموجة الاسي مشابه لنظيره المنتظم حيث له خاصية ممانعة متكررة معدلة فقط بنسبة التحويل $\epsilon^{\gamma x}$ ومن الممكن رؤية هذا حالاً من المعادلة (7.32) حيث ان زيادة βx بـ π من الزوايا نصف القطرية سيغير الازاحة $2\beta x$ بـ 2π من الزوايا نصف القطرية وتبقى الممانعة كالسابق ماعدا نسبة التحويل $\epsilon^{\gamma x}$ والسبب هو ان الانعكاس يصل جانب الارسال بطور مناسب بالنسبة للموجة الخارجة . وعليه فالخط الذي يكون طوله عدد كامل من انصاف طول الموجة ومنتهٍ بمقاومة حمل R سيكون له ممانعة مدخل مساوية لـ $R\epsilon^{\gamma l}$ او $R\epsilon^{-\gamma l}$ (يعتمد ذلك على هل ان الخط استعمل كرافع او كخافض) .

هذا بالضبط هو تحويل الممانعة المطلوبة ولكنها حساسة للتغير في التردد . حيث ان تغيراً في التردد سيغير λ ولا يبقى طول الخط عدد كامل من انصاف طول الموجة . تصل الموجة المنعكسة بأسوأ مايمكن من طور عندما يكون طول الخط عدداً فردياً من ارباع طول الموجة .

ممكن تقليل التغيير مع التردد الى ادنى مايمكن بجعل الموجة المنعكسة صغيرة اي بمعنى آخر جعل R تقريباً مساوية لـ Z_{up} او Z_{down} كلما امكن . وعليه (أ)

يجب ان تكون مقاومة الحمل مساوية لـ $\sqrt{L/C}$ عند النهاية التي تربط بها و (ب) يجب ان يشتغل الخط عند اعلى من تردده الحرج كلما سمحت العوامل الاخرى (طول الخط يجب ان يكون عدداً من انصاف طول الموجة وبحدود ماتسمح به الا مكانة العملية) ، واخيراً اذا كان ممكناً جعل الخط طويل بدرجة كافية بحيث يشتغل عند تردد اعلى من تردده الحرج فان $Z_{up} = Z_{down} = \sqrt{L/C}$ وليس هنالك موجة منعكسة كبيرة لذا فلا يهم الطول المضبوط .

مسائل

1 . خط قليل الفقد منتهٍبممانعته المميزة التي تساوي 400 اوم . ربط عبر هذا الخط فولتميتر تردد راديوي من النوع المبين في الشكل 7.1 يحتوي على خط ربع موجة له $Z_0 = 400$ اوم ومنتهٍ بجهاز قياس له مقاومة 10 اوم :

أ . احسب ممانعة المدخل لفولتميتر التردد الراديوي واستخرج نسبة الموجة المتوقفة التي يحدثها على الخط الرئيس .

ب . جهاز القياس يحتاج الى 50 ملي امبير لتأثير كلي على المقياس (Full Scale Deflection) وتأشيره يتناسب مع مربع التيار . ماهي فولتية المدخل التي تحدث تأشيراً كلياً على المقياس ؟ ماهي الفولتية التي تحدث ربع التأشيرة الكلية على المقياس ؟

2 . خط له $Z_0 = 400$ اوم منتهٍ بممانعة حمل غير معروفة ، نسبة الموجة المتوقفة 5.7 وادنى فولتية تحدث عند الحمل . ماهي ممانعة الحمل ؟

3 . خط نقل له $Z_0 = 427$ اوم منتهٍ بممانعة جانب استلام غير معروفة . نسبة الموجة المتوقفة 3.2 واول ادنى فولتية تحدث على بعد 0.79 متر من الحمل . المسافة بين ادنى فولتيتين متعاقبتين على انموذج الموجة المتوقفة 2.52 متر . ماهي ممانعة الحمل ؟

4 . خط نقل قليل الفقد له $Z_0 = 60$ اوم . استعمل لقياس اربعة ممانعات حمل مختلفة . في كل حالة كانت نسبة الموجة المتوقفة 3.0 :

لحمل (أ) وجدت اقصى فولتية بالضبط على الحمل . للحمل (ب) اول اقصى فولتية كانت $\lambda / 8$ من الحمل ، للحمل (جـ) ادنى فولتية وجدت بالضبط على الحمل . مع حمل (د) مربوط فان ادنى فولتية وجدت $\lambda / 8$ من الحمل . استخرج ممانعات الاحمال الاربعة .

5 . خط محوري ذو حز له $Z_0 = 52$ اوم استعمل لقياس ممانعة حمل . اولاً قصرت دائرة الاستلام للخط ووجد بأن الفولتيات الدنيا متباعدة بمسافة 20.5 سم . اشرت واحدة من الفولتيات الادنى لاستعمالها كنقطة قياس . بعد ذلك ربطت الممانعة غير معروفة الى جاذب استلام الخط . نسبة الموجة المتوقفة وجدت بأنها 2.75 وادنى فولتية وجدت بأنها 8.6 سم من نقطة القياس على الجهة نحو الحمل . استخرج ممانعة الحمل غير المعروفة .

6 . قارن اتجاهي مربوط في خط نقل اشر قدرة ساقطة مقدارها 20 واط . نسبة الموجة المتوقفة هي 3.0 . ماهي القدرة الممتصة من قبل الحمل ؟

7 . خط قليل الفقد متغير الطول مربوط بين مولد وحمل . الخط له $Z_0 = 70$ اوم . ممانعة الحمل هي $Z_R = 210 + j\ 0$ اوم . المولد له فولتية داخلية مقدارها 100 فولت جـ . م .ت وممانعة داخلية مقدارها 70 اوم وهي مقاومة بحتة . ارسم القدرة المستلمة كدالة الخط لـ $o < l < \lambda/2$

8 . مقطع من خط محوري ذي حز يستعمل لاستخراج سرعة الانتشار لقابلو محوري مرن له عازل صلب . احد جانبي المقطع ذي الحز مربوط بالمولد والاخر مربوط الى القابلو اللين . النهاية البعيدة من القابلو اللين مفتوحة الدائرة والممانعة المميزة للمقطع ذي الحز يوائم ذلك للخط اللين :

أ . نقاط التقاء الفولتية (Voltage Nodes) وجدت بمباعدة 30 سم في المقطع ذي الحز . ماهو طول الموجة في المقطع ذي الحز وماهو تردد المولد ؟

ب . عندما قطع مقطع من 5 سم من الجانب المفتوح من القابلو اللين ، تحركت الفولتيات الدنيا في المقطع ذي الحز بمسافة 7.35 سم نحو المولد . ماهو طول الموجة في القابلو اللين ؟ ماهي سرعة الانتشار ؟

9 . خط ذو سلكين العازل بينهما هواء له ممانعة مميزة 400 اوم يشتغل في مقاومة حمل مقدارها 105 اوم . التردد هو 100 ميكاهرتز . يراد استعمال محول ربع موجة لمواءمة الحمل للخط . اذا اريد تركيب المحول من انبوبين لهما قطر 0.250 انج فماذا يجب ان تكون المباعدة من المركز الى المركز ؟

10 . خط قليل الفقد له ممانعة مميزة مقدارها 340 اوم يجهز قدرة لممانعة حمل مقدارها $210 + j\,280$ اوم . يراد استعمال محول ربع موجة كما مبين في الشكل 7.16 ليوائم الحمل الى الخط . طول الموجة 5.0 امتار :

أ . اذا كانت الممانعة المميزة لمقطع ربع الموجة اصغر من 340 اوم فماذا يجب ان تكون المسافة d' (لاحظ الشكل 7.16) ؟ ماهي القيمة الواجب استعمالها في مقطع ربع الموجة ؟ ماهي مباعدة السلك اذا كان قطر السلك 0.102 انج ؟

ب . اعد الجزء أ ولكن اجعل الممانعة المميزة لمقطع ربع الموجة اكبر من 340 اوم .

11 . قابلو محوري العازل بينه هواء له الابعاد الآتية : قطر الموصل الداخلي يساوي 0.250 انج ، القطر الداخلي للانبوب الخارجي يساوي 0.875 انج التردد هو 300 ميكاهرتز والخط منتهٍ بمقاومة مقدارها 30 اوم . يراد استعمال محول ربع الموجة من النوع المبين في الشكل 7.15 ب لمواءمة الحمل الى الخط . ماذا يجب ان يكون قطر الموصل الداخلي لمقطع ربع الموجة وماذا يجب ان يكون طوله ؟ .

12 . قابلو محوري هوائي العزل له ممانعة مميزة مقدارها 75 اوم ويشتغل عند التردد 1,200 ميكاهرتز . انهي بمقاومة مقدارها 30 اوم . قطعة (Slug) ربع موجة من مادة عازلة يراد ادخالها في الخط لكي يملأ الفراغ الحلقي كلياً (هذا سيشتغل كمحول ربع موجة ليوائم الحمل الى الخط) . ماذا يجب انِ يكون ثابت العزل النسبي للمادة ؟ كم سنتمتراً يجب ان يكون طول القطعة ؟

13 . محول ممانعة ذو مقطعين من النوع المبين في الشكل 7.17 يراد استعمالها لمواءمة خط 300 أوم وحمل مقاومي 70 اوم . اوجد الممانعتين المميزتين المناسبتين للمقطعين .

14 . محول ربع موجة صمم ليوائم خط 400 اوم الى حمل مقاومي 100 اوم عند طول الموجة 3.0 متر . عند تغير طول الموجة الى 3.5 متر . استخرج نسبة الموجة المتوقفة على الخط 400 اوم .

15 . موالف منفرد ابتر من النوع المبين في الشكل 7.18 يوائم خط 400 اوم لحمل 300 ز + 800 اوم . الموجة 150 متر . جد المسافة من الحمل الى الموالف الابتر والطول المناسب للابتر . عين الابتر اقرب مايمكن من الحمل .

16 . موالف منفرد ابتر استخدم ليوائم خط 400 اوم الى حمل 100 ز ـ 200 اوم . طول الموجة هو 3.00 متر . استخرج اقصر مسافة من الحمل الى الموالف الابتر والطول المناسب للابتر .

17 . موالف ثنائي ابتر من النوع المبين في الشكل 7.20 ليوائم خط 60 الى حمل 0 + 28 j اوم . المسافة من الحمل الى اول ابتر $\lambda / 8$. المباعدة بين الابترين $3\lambda/8$. استخرج الطولين المناسبين للابترين (معبرا عنهما بدلالة طول الموجة) .

18 . اعد المسالة 17 واستعمل المسافة $\lambda / 8$ بين الحمل واول ابتر .

19 . خط 70 اوم مربوط الى حمل مقاومي 22.0 اوم . موالف ثنائي ابتر يراد ادخاله ليوائم الحمل الى الخط . ضمن اول طول موجة من الحمل ، اين يجب ان لايدخل الموالف ؟ مباعدة الابتر هي $3\lambda / 8$.

20 . خط مستدق يراد استعماله كمحول ممانعة بين 75 اوم قابلو محوري وحمل مقاومي 150 اوم . نصف القطر الداخلي للانبوب الخارجي 1.50 سم والموصل الداخلي يجب ان يكون مستدقا والخط هوائي العزل :

أ . عين نصف الموصل الداخلي لكلا طرفي المقطع المستدق .

ب . اذا اريد اشتغال المقطع المستدق عند تردد يبلغ 50 مرة بقدر التردد الحرج ماذا يجب ان يكون طوله بدلالة طول الموجة ؟ ماذا سيكون Z_{up} عند كلا الطرفين ؟ كيف سيقارن ثابت الطور مع $\omega\sqrt{LC}$ ؟

حـ . اذا جعل المقطع المستدق مساويا لنصف طول موجة عند كم مرة بقدر تردده الحرج سيشتغل ؟ ماذا ستكون Z_{up} عند كلا الطرفين ؟ كيف سيقارن ثابت الطور مع $\omega\sqrt{LC}$ ؟

اعتبارات خاصة لخطوط البرق والهاتف

SPECIAL CONSIDERATIONS FOR TELEPHONE AND TELEGRAPH LINES

انواع خطوط البرق والهاتف : Types of Telephone and Telegraph Lines.

من الممكن ان تكون خطوط البرق والهاتف مفتوحة السلك او قابلو ، وتستعمل بعض انظمة البرق الارض كجانب واحد للدائرة ، على حين تستعمل الانظمة الاخرى مساراً معدنياً كاملاً كما تستعمل انظمة الهاتف الحديثة دوائر معدنية كاملة . ان الموصلات للخطوط المفتوحة السلك تثبت على اعمدة بواسطة عوازل منفصلة كما مبين في شكل 8.9 و 8.10 . ومن ناحية اخرى فأن قابلو الهاتف يصنع من عدد كبير من اسلاك مزدوجة معزولة وتشغل الغلاف الواقي نفسه ، وتكون السلكين لكل زوج مبرومة (Twisted) ، وفي قابلوات المسافات الطويلة تتألف كل مجموعة من زوجين يبرمان لشكل مجموعة تعرف بالرباعي (Quad) ويمكن للقابلو ان يمتد معلقاً على اعمدة او ان يدفن في الارض . ان لخط القابلو محاثة واطئة بصورة غير اعتيادية بسبب التقارب بين الموصلين ولوجود العازل الصلب تتحسن خواص القابلو كثيراً باستعمال التحميل الحثي ، كما نوقش في الجزء 2.9 . التحميل الحثي يستعمل في قابلوات الهاتف للترددات الصوتية لمسافات طويلة .

8.2 . الترددات المستعملة في المواصلات الهاتفية والبرقية :

Frequencies Used in Telephone and Telegraph Communication.

ان الترددات الضرورية لنقل الصوت تقع تقريباً بين 250 ـ 2700 هرتز وان اجهزة الهاتف مصممة لهذا المدى ، يكون التردد لنقل البرامج الراديوية على خطوط الهاتف من 50 الى اعلى من 2700 هرتز بنوعية جيدة وهنالك خطوط تمتد لمسافات طويلة واجهزتها مصممة لهذه الخدمات .

يمكن نقل عدد من المكالمات الهاتفية بصورة انية على زوج واحد من الخطوط باستعمال نظام الحاملة(Carrier System)وفي هذا النظام تنقل الرسالة الهاتفية على الخط بواسطة موجة حاملة ذات تردد عالٍ وباستعمال عدد من الموجات الحاملة بترددات مختلفة وفصلها في نهاية الخط الهاتفي بواسطة مرشحات يمكن الحصول على عدة قنوات للموصلات وبصورة انية على خط واحد . تسلط اشارة

على موجة حاملة بطريقة التضمين الاتساعي (ان اتساع فولتية الموجة الحاملة تناسب عند كل لحظة مع القيمة الآنية للاشارة) وكما ذكر في الجزء 2.10 فأن التضمين الاتساعي للموجة الناتجة يمكن تحليله الى عدد من المركبات ذات ترددات مختلفة ، واحدة من هذه المركبات لها ترددِ الموجة الحاملة نفسه والأثنين الاخرين لهما ترددات تساوي تردد الموجة الحاملة زائداً او ناقصا التردد الموجود في الاشارة الاصلية وكمثال على ذلك فان حزمةِ الترددات الصوتية في مدى 250 الى 2700 هرتز يمكن نقلها الى تردد اعلى بتضمينها في موجة حاملة ترددها 20,000 هرتز . ان الموجة المضمنة لها مركبة عند 20,000 هرتز والمركبات الاخرى (الحزم الجانبية **Side Bands**) تمتد على احدى جهتي الحاملة 17,300=2700−20,000 هرتز الى 19,750=250−20,000 هرتز ومن الجهة الثانية للحاملة تمتد من 20,250 = 250 + 20,000 هرتز الى 22,700 = 2700 + 20,000 هرتز ، ان الاشارة المضمنة (**Modulated Signal**) يزال منها التضمين **Demodulated** عند جانب الاستلام حيث تستخلص الاشارة الاصلية .

للتوفير في عرض الحزمة فان الحزم الجانبية على جانب واحد من الموجة الحاملة تكبت (**Suppressed**) قبل الارسال كما تكبت ايضاً مركبة الموجة الحاملة نفسها ، ويجهز طرف الاستلام بمذبذب محلي له تردد مركبة الموجة المكبوتة نفسه وتنظم اجهزة ازالة التضمين لاستخراج الاشارة الاصلية من فولتية المذبذب المحلي ومن مجموعة واحدة من الحزم الجانبية .

ان ترددات الموجة الحاملة المستعملة تكون عادة بحدود 5,000 الى 140,000 هرتز .

استعملت القابلوات المحورية لزيادة مدى ترددات الموجة الحاملة الى مدى الميكا هرتز بحيث يمكن ارسال عدد كبير من قنوات الهاتف على خط واحد . ان التوهين العالي عند الترددات العالية يحتاج الى مضخمات على مسافات قصيرة على الخط .

يمكن الحصول على الاشارات البرقية اما بقطع فجائي لتيار مستمر ، او بعكس اتجاه التيار ، وان الترددات الضرورية لعملية الارسال ربما تبلغ الى حد 25 هرتزاً . تشتغل المبرقة الطابعة (**Teletype Writer**) بسرعة عالية وتحتاج الى مدى ترددات اوسع مقارنة مع النظام المشغل باليد . ان الارسال البرقي يركب على خطوط الهاتف ، ويمكن عمل هذا بواحد من عدة طرق . يستعمل النظام المُفرَد

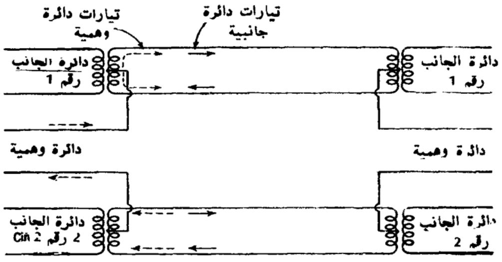
(Simplex) السلكين في دائرة الهاتف كموصل واحد للبرق ، ويتم الرجوع خلال الارض ، يسري تيار البرق انياً في الاتجاه نفسه على الخط وطالما ان النظام متوازن فلا يوجد تداخل (Interference) هنالك طريقة ثانية تدعى التركيب (Compositing) وتستغل حقيقة ان الترددات الضرورية لاشارة البرق التي تكون اقل تردداً ضرورياً للاشارة الهاتفية . ان المركبات ذات التردد العالي للاشارة البرقية المتسببة من القطع او الغلق المفاجىء للدائرة تزال اولاً بواسطة متسعة على التوازي وملف على التوالي وان الاشارة ذات التردد الواطىء الناتجة يمكن ارسالها على خط الهاتف بدون تداخل . باستعمال الارض كخط رجوع فان السلكين لدائرة الهاتف يمكن استعمالهما كقناتين برقيتين .

ان نظام الحاملة يمكن استعماله ايضاً للمواصلات البرقية ، والحاملة للتردد الصوتي تستعمل ترددات حاملة في مدى 400 الى 2500 هرتز ، ان الخط المستعمل بهذه الطريقة لايمكن طبعاً ان يستعمل آنياً لنقل الصوت . وان خطوط الهاتف ذات السلك المفتوح يمكن ان تستعمل لحمل اشارات برقية آنياً باستعما ل تردد حاملة برق أعلى نوعاً ما من الترددات الصوتية .

8.3 الدائرة الوهمية : The Phantom Circuit.

الزوجان من الاسلاك اللذان يجهزان قناتين منفصلتين للهاتف يمكن استعمالهما لتوفير دائرة ثالثة بواسطة مايسمى بالتوصيل الوهمي . الدائرتان الرئيستان او الجانبيتان مجهزة بمحولات ذات نقاط وسطية كما في الشكل 8.1 . ربطت الدائرة الوهمية الى النقاط الوسطية للمحولات وتياراتها مبينة بالاسهم المنقطة . تستعمل السلكان لدائرة جانبية واحدة كموصل واحد للدائرة الوهمية واذا كانت الدوائر متوازنة بعناية فلا يكون هنالك تداخل بين القنوات الثلاث المستعملة للمواصلات . تستعمل الدوائر الوهمية على السلك المفتوح ودوائر القابلو ، ففي القابلو تستعمل الاسلاك الاربعة التي تشكل رباعي (Quad) للدائرة الوهمية .

عند استعمال محول خصيصاً لاغراض العزل او لتجهيز نقطة وسطية كما مبين في الشكل 8.1 فانها تعرف في لغة الهاتف بملف اعادة (Repeating Coil) ومن ثم فان الاسم « محول » يطلق لتلك الاستعمالات التي يكون فيها الغرض الاساسي للجهاز تحويل فولتية او تيار او ممانعة .



شكل 8.1 اشتقاق دائرة وهميه من دائرتين جانبيتين .

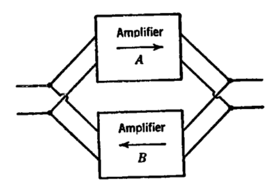
8.4 مضخمات الهاتف والمقويات
Telephone Amplifiers and Repeaters.

قبل ظهور المضخم الصمامي ، كان الاتصال الهاتفي لمسافات طويلة يتم باستعمال موصلات ذات اقطار كبيرة فقط او تحميل حثي كبير لتقليل التوهين ، وكانت النتائج بالقياسات الحالية غير مرضية نسبياً ولكن المضخمات الصمامية جعلت بالامكان ازالة التحميل من الخطوط المفتوحة وتحسين نوعية الارسال ، كما جعلت استعمال خطوط القابلو لمسافات طويلة ممكن عملياً والتي كان التوهين فيها سابقاً كبيراً جداً .

انه من الضروري وضع المضخمات متقاربة بالقدر الكافي على الخط لمنع انخفاض الاشارة الى مستوى الضوضاء حيث عند ذلك لايمكن استخلاصها . وكمثال قابلو نموذجي محمل له توهين ربما 0.3 ديسبل لكل ميل عند 1,000 هرتز ، ففي مسافة مقدارها 500 ميل التوهين يصل الى 150 ديسبل والتي تناظر نسبة قدرة مقدارها 10^{15} .

وكمثال بدون استعمال مضخمات : تحتاج قدرة خارجة من جانب الاستلام مقدارها 1 ميكرواط الى قدرة داخلة مقدارها 1.000 ميكاواط من طرف الارسال ا وبكمية عملية من قدرة داخلة الى جانب الارسال فان القدرة الخارجة من جانب الاستلام تكون صغيرة جداً بحيث لايمكن لاي كمية من التضخيم ان تفصل الاشارة من الضوضاء العشوائية المتأصلة في كل الدوائر . على كل الفرض ان المسافة بين

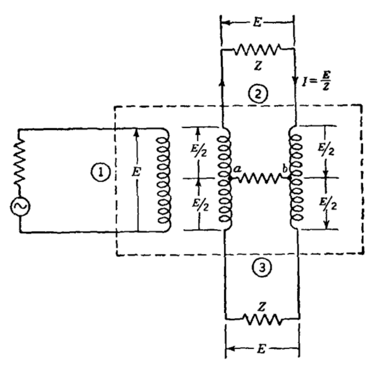
لمضخّمات على الخط تبلغ 50 ميلاً ،فان التوهين بين مضخمين متتاليين يبلغ 15 ديسبل والذي يناظر نسبة قدرة مقدارها $10^{1.5}$ والتي تساوي 31.6 ولاشارة معقولة داخلة لجانب واحد من مقطع طوله 50 ميلاً ينتج عنه اشارة خارجة اعلى من مستوى الضوضاء وان اضافة كسب مقداره 15 ديسبل ليس بالصعب الحصول عليه من مضخّمات صمامية ودون التعرض الى خطر عدم الاستقرار .



شكل 8.2 محاولة غير مرضية لتجهيز تضخيم ثنائي الاتجاه .

ان المضخم الصمامي هو مضخم احادي الاتجاه (One Way) ولكي يضخم اشارات في كلا الاتجاهين في دائرة هاتف ثنائية السلك فانه يجب استعمال ترتيب خاص . الشكل 8.2 يبين ترتيباً لايمكن استعماله حيث ان كل صندوق يمثل مضخماً باتجاه السهم ، اي ان اضطراباً في مدخل الوحدة *A* سيضخم ويخرج باتساع اكبر حيث يسلط على مدخل الوحدة *B* ، ان المضخم الثاني *B* سيضخم الاضطراب اكثر ويسلط على مدخل الوحدة *A* ثانية ، وهكذا فان الاضطراب سوف يستمر بالدوران خلال المضخمين ويزداد اتساعه حتى يتشبع المضخمان نتيجة العلاقة غير الخطية ، ولنتيجة تذبذب مستديم (Sustained Oscillation) يؤدي الى عدم اشتغال الجهاز بالصورة الصحيحة . من الواضح ان المشكلة هي توفير ترتيب لكي يكون مخرج احد المضخمات مسلطاً على الخط وليس على مدخل المضخم الثاني ويمكن انجاز هذا بواسطة محول ذي ثلاثة ملفات يسمى بالملف الهجيني (Hybrid Coil) ان مبدأ الملف الهجيني واستعماله في المضخم ذو الاتجاهين موضح في الشكلين 8.3 و 8.4 وللسهولة افرض ان الملفات الثلاثة لها العدد نفسه من الملفات ، ولاثنين من الملفات نقاط وسطية (Centre ɪapped) كما مبين في آ و ب وبذا نحصل على اربع دوائر خارجية هي 1 و 2 و 3 والتوصيل بين النقطتين آ و ب .

الدائرتان 2 و 3 منتهيتان بالممانعة Z نفسها . افرض الان ان فولتية مقدارها E سلطت عل الدائرة 1 حيث ينتج عنها الفولتيات المبينة في الشكل 8.3 ، ويدور تيار مقداره E/Z يدور باتجاه عقرب الساعة في الدائرتين 2 و 3 .
وسوف تكون الفولتية بين أ و ب مساوية لصفر ، وهي النتيجة المطلوبة هنا .



شكل 8.3 الملف الهجيني المجهز بالطاقة من دائرة 1 .

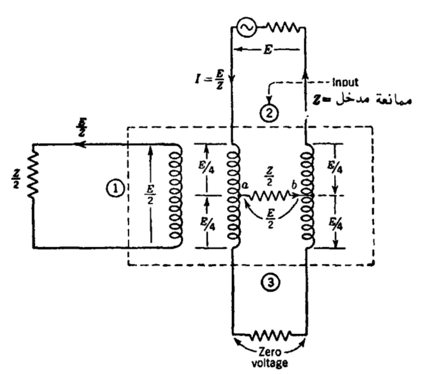
ستبدد نصف القدرة في ممانعة الانتهاء Z للدائرة الثانية والنصف الثاني سوف يبدد في ممانعة الانتهاء Z للدائرة الثالثة .

ثانياً افرض ان الفولتية E جهزت للدائرة 2 كما في الشكل 8.4 ، فاذا كانت ممانعة الانتهاء للدائرة 1 تساوي $Z/2$ كانت الممانعة المربوطة بين النقطتين أ و ب تساوي ايضاً $Z/2$ فان التيار والفولتية سيكونان كما مبين في الشكل ، ان ممانعة المدخل للدائرة 2 تساوي Z وهي النتيجة المرغوبة . ان نصف القدرة الداخلة تصرف في ممانعة الانتهاء للدائرة 1 ، والنصف الثاني سيذهب الى الممانعة المربوطة بين النقطتين أ و ب .

استعمال ملفين هجينيين ومضخمين الى مكبر ذي اتجاهين مبين في الشكل 8.5 والجهاز الناتج يسمى بالمقوى **(Repeater)** .

اذا ماكانت العلاقة بين الممانعات للملفين الهجينيين ثابتة كما في الشكل 8.4 فان الخطين 1 و 2 سوف ينتهيان بممانعة تساوي Z_0 وان الاشارة الاتية من الخط 1 تحقق الشروط للشكل 8.4 ، حيث ان نصف طاقتها سوف تبدد في دائرة الاخراج للمضخم B حيث تفقد كحرارة والنصف الثاني من طاقة الاشارة سوف تنتقل الى دائرة الادخال للمضخم A والتي تناظر الممانعة المربوطة بين النقطتين أ و ب في الشكل 8.4 ، هذه الاشارة سوف تضخم وتخرج من الملف الهجيني الثاني ، حيث تحقق هنا الشروط في الشكل 8.3 ، ان نصف القدرة سوف يبدد في الممانعة المتوازية Z_r والنصف الثاني سيذهب الى الخط 2 ولا تظهر اشارة عبر مدخل المضخم B وهكذا تحل مشكلة الاشارة الدوارة واحتمال تذبذبات .

توائم الممانعة المتوازية Z_0 في الشكل 8.5 ممانعة الخط عند كل الترددات فان تماثل الربط للملف الهجيني سوف ينعدم وان جزءاً من الاشارة الخارجة من احد المضخمات سوف تظهر في مدخل المكبر الثاني . ان مقدار عدم التوازن الممكن احتماله يعتمد عل كسب المضخمين ولهذا السبب فان كسبا عاليا جداً غير مرغوب فيه في مقوى منفرد .



شكل 8.4 الملف الهجيني مزود بالطاقة من الدائرة 2 .

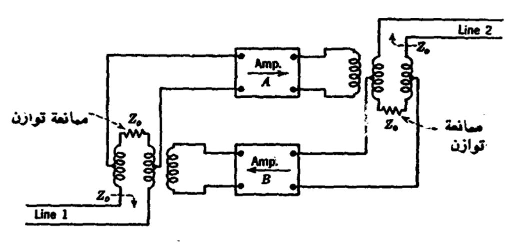
يستعمل في دوائر القابلوات الطويلة عادةً زوج واحد من الاسلاك لحمل مكالمة واحدة في اتجاه واحد فقط ، او يستعمل زوجان اثنان من الاسلاك لنقل مكالمة باتجاهين ، وطبعاً فان هذا يزيل مشكلة التضخيم في اتجاهين ويمكن استعمال مضخم لاتجاه واحد في كلا الاتجاهين وكذلك في نقل البرامج الراديوية عل خط الهاتف فان مشكلة التضخيم في اتجاهين لاتكون موجودة . ويجب ان تصمم مضخات البرامج (طبعاً) لحزم ترددات اكبر من الحزم اللازمة لدوائر الصوت الاعتيادية .

8.5 ضوضاء وتداخل الكلام Noise and Crosstalk.

يشتغل خط الهاتف بمستوى قدرة واطئة وهو معرض الى ضوضاء من الدوائر الكهربائية القريبة وخصوصاً من خطوط القدرة التي يمكن ان تكون موازية لخطوط الهاتف . ان هذه المشكلة تكون حساسة خاصة اذا كانت خطوط القدرة تحمل تيارات توافقية (Harmonic Currents) ذات اتساعات كبيرة حيث ان هذه الترددات تقع في منطقة تكون فيها كل من اجهزة الهاتف للأذن البشرية ذات حساسية اكثر وهنالك مشكلة مشابهة هي تقارن الاشارة من خط هاتف الى خط آخر مجاور وهذا يسمى بتداخل الكلام

اذا كان تداخل الكلام اتياً انياً من عدد من دوائر الهاتف فتكون النتيجة اصوات كلام مختلفة غير مفهومة تدعى الهذيان (Babble) .

ان التقارن بين خط الهاتف ودائرة كهربائية اخرى يحدث عادة باحد او كلتا طريقتين : من خلال تقارن حثي حيث ان الفيض المغناطيسي لدائرة يصل الدائرة الاخرى او من خلال تقارن سعوي حيث ان المجال الكهربائي لدائرة يسبب



شكل 8.5 دائرة تقوية ذات اتجاهين لنظام هاتف ثنائي السلك .

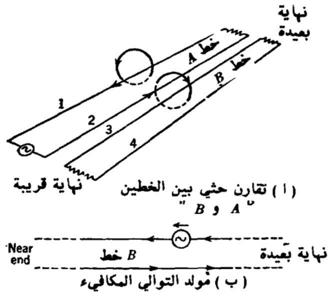
فولتية في دائرة ثانية ، هذان النوعان من التقارن موضحان في الشكلين 8.6 و 8.7 ، وكذلك فانه من الممكن ان يحدث تقارن توصيلي بين مجموعتين من الخطوط من خلال عزل خاطىء . ولكن ذلك لايحدث عادة على انظمة مصانة جيداً .

يبين الشكل 8.6 بصورة تخطيطية الفولتية المحتثة من الخط A الى الخط B من خلال التقارن المغناطيسي ، وهذا يكافىء وضع مولد على التوالي مع الخط B . ان التشويش الذي يظهر عند نهاية الخط B الاقرب الى المصدر الاصلي للاشارة يدعى تداخل الكلام للنهاية القريبة ويظهر عند النهاية البعيدة من مصدر الاشارة تداخل يدعى تداخل للنهاية البعيدة .

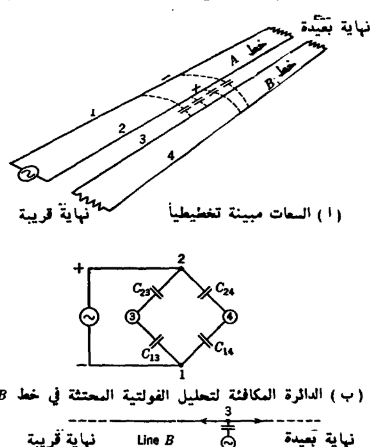
في حالة التقارن الحثي يكون اتجاه التيار في اي خط نفسه على الجانب القريب والبعيد من نقطة التقارن .

يبين الشكل 8.7 حث الفولتية من الخط A الى الخط B من خلال تقارن سعوي ، والدائرة المكافئة عند نقطة التقارن مبينة في الشكل 8.7 ب وهو دائرة قنطرة . وبما ان C_{B} هي اكبر من C_{AB} فان القنطرة غير متوازية وتظهر فولتية عبر الخط B وكما مؤشر في الشكل 8.7 جـ فالتيارات الناتجة من التقارن السعوي تكون باتجاهات متعاكسة على الجانبين المتعاكسين من نقطة التقارن .ان الموجة التي تنتقل على خط هاتف طويل تتوهن كثيراً لحين وصولها الى جانب الاستلام ، وعندما يكون جانب الارسال لدائرة قريباً من جانب الاستلام لدائرة اخرى يكون احتمال التداخل في الكلام اكبر في دائرة القدرة الواطئة ، ولهذا فان دوائر القدرات المختلفة يجب ان تبتعد عن بعضها قدر الامكان .

الطريقة الرئيسة لتقليل الضوضاء وتداخل الكلام الى قيمة واطئة على خطوط مفتوحة السلك تتم بواسطة تبديل وضع اسلاك كل دائرة من جانب الى آخر . وفي تبديل وضع الاسلاك فأن كل موصلين لكل دائرة يبدل موقعهما على مسافات مختلفة على الخط حتى تتوازن الفولتيات المستحثة من الدوائر المجاورة ، كما موضح في الشكل 8.8 ، وبالطبع يجب عدم تبديل موقع الدائرتين عند النقاط نفسها على امتداد طولهما حيث انه بهذه الطريقة لايمكن موازنة الفولتيات المحتثة ويجب ان يكون هنالك عدة تبديلات لكل طول موجة للحصول على نتائج فعالة .

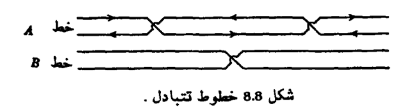


شكل 8.6 التقارن الحثي للفولتية في الخط B، بواسطة التقارن الحثي مع الخط A .



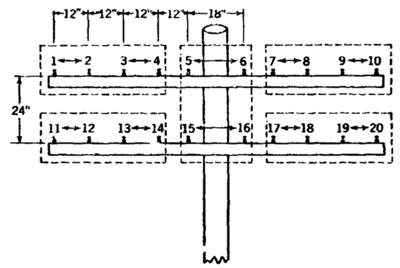
شكل 8.7 التقارن الحثي للفولتية في خط B، بواسطة التقارن السعوي مع خط A .

ان تبديل وضع الاسلاك الملائم مع التناظر في المقاومة بين السلكين لدائرة (لايوجد اتصال خاطىء) ، تسمح للدوائر بأن تكون متقارنة نسبياً على جانبي العمود . يبين الشكل 8.9 ترتيباً قياسياً لاسلاك عل خط تردد صوتي مفتوح السلك . الدوائر الجانبية مبينة بالاسهم ذات الرأسين والمجموعة الوهمية تلك المحاطة بخطوط مقطعة . هنالك ترتيب قياسي آخر ركبت فيه تيارات حاملة ذات ترددات عالية على اشارات تردد صوتية كما مبين في الشكل 8.10 هنا يكون البعد بين اسلاك الدائرة اصغر من البعد بين الدوائر بسبب الصعوبة الكبيرة في تلافي تداخل الكلام بين الدوائر عند ترددات الحاملة ، ان مشكلة تداخل الكلام صعبة نوعاً ما في قابلوات الهاتف بسبب قرب عدة دوائر من بعضها والافتقار الى التناظر الميكانيكي المضبوط والتي تؤدي الى عدم التوازن في السعات . ان هذه المشكلة تقل نوعاً ما بسبب حقيقة ان سلكي الدائرة متباعدة فقط بطبقة من العازل حيث ان هذا التباعد الصغير في الاسلاك يجعل الجزء الرئيس من الفيض المغناطيسي محصورا في منطقة صغيرة قرب الموصلات ، يبدل موضع السلكين بليهما على بعضها اضافة الى ذلك فأن الزوجين من الاسلاك اللذان يشكلان Quad رباعي تلوي على بعضها لغرض تبديل الموضع للدائرة الوهمية وكنتيجة فان تداخل الكلام المتسبب من الفيض المغناطيسي يكون مهملاً في الترددات الصوتية ويأتي التقارن الرئيسي نتيجة عدم التوازن في السعات وكعلاج مـرض ربط متسعات صغيرة لتصحيح عدم الموازنة . في القابلوات الاطول والتي تستعمل عدداً من المقويات يمكن ازالة تداخل الكلام من الجانب القريب افتراضياً باستعمال دوائر منفصلة لكلا اتجاهي النقل كما موضح في الشكل 8.11 . ان تداخل الكلام الذي يحتث من الدائرة A الى الدائرة B كالمبين في نقطة آ لايمكن ان ينتقل الى الجانب القريب من الدائرة بسبب عمل المضخم في اتجاه واحد .

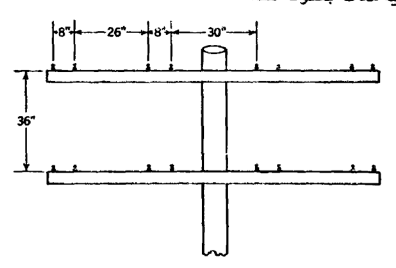


شكل 8.8 خطوط تتبادل .

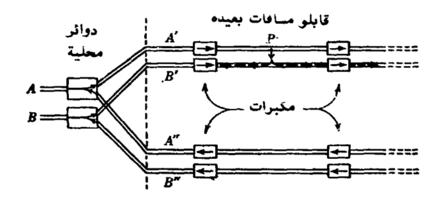
ان البعد بين الدوائر في كلا الاتجاهين ايضاً يقلل احتمالية الاشكال كان يكون اخراج مضخم ذي مستوٍ عالٍ قريباً من خطوط قدرة ذات مستوٍ واطىء آتية من الاتجاه الآخر .



شكل 8.9 ترتيب الموصلات على خط هاتف مفتوح السلك لحمل اشارات تردد صوتية . المجاميع الوهمية محاطة بخطوط مقطعة



شكل 8.10 ترتيب الموصلات عل خط هاتف مفتوح السلك يحمل اشارات تردد صوتية مركبة على اشارات حاملة ذات تردد عالٍ ولا يستخدم دوائر وهمية .



شكل 8.11 استعمال دوائر منفصلة للنقل في كلا الاتجاهين على خط قابلو طويل .

في القابلوات التي تستخدم لترددات حاملة ،نجد ان التقارن المغناطيسي والتقارن الكهربائي كلاهما مهمان . تستعمل القابلوات المدرعة للنقل في كلا الاتجاهين وهكذا يزال تداخل الكلام في الطرف القريب كما شرح في الفقرة السابقة ويقل التأثير المتسبب من قرب الخطوط والتي تحمل مستويات قدرة مختلفة من بعضها .

عند استعمال الدوائر الوهمية هنالك احتمال آخر لتداخل الكلام لم يذكر بعد سبب وجوده هو عدم التوازن في المقاومات كالذي يتسبب نتيجة وصل خاطىء كما موضح في الشكل 8.1 . يعتمد استقلال الدوائر الوهمية والدوائر الجانبية على تقسيم التيارات الوهمية بصورة متساوية بين سلكي الدائرة الجانبية فاذا كان لهذين المسارين مقاومات مختلفة فان التيارات الوهمية ستنقسم بصورة غير متساوية وللفرق بينهما التأثير نفسه كما في التيار الحقيقي للدائرة الجانبية وتكون النتيجة تقارن بين الدائرة الوهمية والدائرة الجانبية . ان حل ذلك يتم طبعاً بموازنة كلا طرفي الدائرة الجانبية قدر الامكان .

ان الخطوط نفسها التي تقلل تداخل الكلام بين خطوط الهاتف فعالة ايضاً لتقليل الضوضاء التي تحدث في نظم متجاورة من خطوط القدرة على كل وبما ان مستوى القدرة في خطوط القدرة اكبر بكثير مما عليه في خطوط الهاتف فان مستوى بالغ للضوضاء يمكن ان يحدث حتى في نظام الهاتف الموازن جيداً . الحل البديهي هو بابعاد النظامين عن بعضهما جيداً ، ولكن هذا لايمكن تحقيقه دائما . الطرق الاخرى الفعالة لتقليل الضوضاء موجودة ومنها تبديل موضع موصلات خطوط القدرة والسيطرة على المحتويات التوافقية لتيار وفولتية القدرة وربط المحولات الملائمة ووضع المرشحات . تدعى الخطوات لابعاد التداخل الحثي بين خطوط القدرة وبين خطوط المواصلات التنسيق الحثي . (Inductive Coordination)

الفصل التاسع
أعتبارات خاصة لخطوط القدرة
SPECIAL CONSIDERATIONS FOR POWER LINES

9.1. الفقود والكفاءة : Losses and Efficiency.

في نظام المواصلات ، تواءم ممانعة الحمل عادة المصدر وذلك للحصول على اعلى قدرة من الاجهزة المتوفرة ، وتكون كفاءة نقل القدرة 50 بالمئة ، ولكن كمية القدرة الكلية هي مقارنةً صغيرة ، وعليه فان السعر المدفوع لاخراج اعلى ليس عاليا جداً . ومن ناحية اخرى ، فأن نظام القدرة يجب ان يتحمل كمية كبيرة من الطاقة ومن ثم فانه من الضروري ان تكون كفاءته عالية في الارسال لتجنب تسخين مفرط وضياع غير اقتصادي لكميات من الطاقة . لهذا فان نظام القدرة يشتغل بممانعة حمل اكبر بكثير من الممانعة الداخلية للمصدر .

ان الفقد في العوازل لخط نقل القدرة عموما اصغر بكثير من الفقد I^2R للموصلات ، ويمكن ان يتلاشى فقد النقل بتقليل التيار وهذا يعني ولمقدار معين من القدرة بأن الفولتية يجب ان ترفع وان خطوط النقل الاطول (حيث ان الفقد يصبح ذا اهمية كبيرة) تشتغل بفولتيات اعلى من الخطوط القصيرة .

9.2. الخطوط الطويلة والقصيرة : Long and Short Lines.

بما ان طول الموجة على خط هوائي العزل عند 60 هرتز يبلغ 3,000 ميل فان اطـول خط نقل طوله جـزء من طـول الموجة فقـط ، امـا على الخطوط الاطـول فان توزع المتغيرات (Parameters) يجب ان يؤخذ في الاعتبار في الحسابات . للخطوط القصيرة فان طرقا تقريبة ابسط تكون ملائمة .

ان خط النقل يسمى قصيراً اذا كان بالامكان اهمال سعته الموزعة نهائيا وهذا ممكن لأطوال ربما تصل 25 او 30 ميل . على خطوط قصيرة الطول كهذه ، يدعى التيار المأخوذ من سعة الخط بتيار الشحن وفي هذه الحالة ويكون مهملا يمكن حساب خواص الخط بأخذ المقاومة المتوالية والمحاثة فقط .

لنظام الثلاثة اطوار المتوازن تجري الحسابات لطور منفرد باستعمال تيار الخط والفولتية بين الخط والمتعادل (Neutral) وهذا موضح في الشكل 9.1 .

تتكون الدائرة المكافئة للخط من مقاومة مكتلة على التوالي مع محاثة مكتلة والحسابات تتسلسل متطابقة مع نظرية الدائرة الابتدائية، في الدائرة المكافئة المقاومة تساوي Rl حيث ان R، هي المقاومة لكل ميل لموصل واحد l. هو طول الخط بالميل ، ان المحاثة في الدائرة المكافئة تساوي Ll حيث ان L هي المحاثة لكل ميل ولطور واحد من خط ذي ثلاثة اطوار . وكلما ازداد طول الخط فأن تأثير السعة الموزعة يزداد بسرعة حيث ان التيار لايزداد فقط ولكن يسري ايضاً في ممانعة توالي اكبر . ان الحسابات لخطوط طويلة يمكن عملها من العلاقات الاساسية لخط النقل في الفصل 4 ، هناك وطريقة ملائمة باستعمال الهيئة π للشبكة المكافئة من الفقرة 4.8 والموضحة في الشكل 9.2 . هذه الشبكة تستعمل على قاعدة طور واحد (Per-Phase) باستعمال تيار الخط وفولتية الخط الى المتعادل وبما انه يوجد تردد واحد ، فان عناصر الدائرة المكافئة هي ثوابت لخط معين ، وتهمل الموصلية المتوازية للخط G بصورة عامة .

وبعدئذٍ فأن الممانعة هي كالآتي :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}}$$

اوم

وان ثابت الانتشار هو

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(j\omega C)}$$

لكل ميل

(أ) دائرة ذات ثلاثة اطوار

(ب) دائرة طور واحد مكافئة

(جـ) رسم بياني اتجاهي شكل

9.1 دوائر مكافئة ورسم بياني اتجاهي لخط قدرة قصير

9.3. The Induc...

9.3 المحاثة والسعة لخطوط ثلاثية الاطوار :

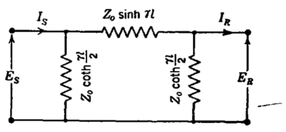
The Inductance and Capacitance of Three-phase Lines.

سنفرض ان الخط يتكون من ثلاثة مواصلات وضعت بصورة متناظرة في زوايا مثلث متساوي الاضلاع كما مبين في الشكل 9.3 سوف يهمل تأثير الارض وسيفرض بأن تيارات الاطوار الثلاثة تكون متوازنة . يمكن ايجاد المحاثة لطور واحد من الخط الثلاثي الاطوار باستعمال التراكب (Superposition) والنتائج المحصل عليها من خط ذى سلكين في القفرة 3.8 . في نظام ثلاثي الطور ، يكون لدينا $I_a + I_b + I_c = 0$. لذا فان التيار في خط a هو $I_a = -I_b - I_c$ الآن نتأمل تأثير التيار I_b في الخط b ومركبة التيار المعاكسة والمساوية $I_a' = -I_b$ التي تسري في الخط a كما في الشكل 9.4 أ ، ان الفيض المتسبب من هذه التيارات هو نفسه المتسبب من خط ثنائي السلك ومن المعادلة (3.54) فأن الفيض الخارجي الواصل لهذه الدائرة هو :

$$\psi = \frac{\mu I_a'}{\pi} \log_e \frac{D}{a}$$

ويبر لكل متر طول

حيث ان μ هي انفاذية الوسط العازل ووحدتها هنري لكل متر ، D هي البعد بين الاسلاك و a هو نصف قطر السلك .



شكل 9.2 شبكة المكافئة لخط نقل طويل

وان نصف هذا الفيض محيط بالسلك a وهكذا فأن للطور a ولمركبة التيار I_a' يكون لدينا الفيض الخارجي الواصل :

$$\psi_a' = \frac{\mu I_a'}{2\pi} \log_e \frac{D}{a}$$

(9.1) ويبر لكل متر

وبطريقة مشابهة نتأمل تأثير التيار I_c في الموصل c والمركبة المناظرة للتيار في الموصل a ، $a, I_a'' = -I_c$

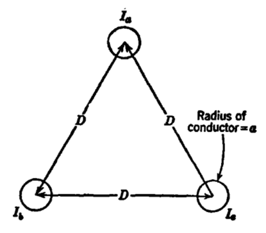
ان الفيض الخارجي الواصل للطور المتسبب من هذا التيار هو :

$$\psi_a'' = \frac{\mu I_a''}{2\pi} \log_e \frac{D}{a}$$

(9.2) ويبر لكل متر

ان الفيض الكلي الواصل للموصل a هو مجموع المعادلتين (9.1) و (9.2) وهكذا نحصل على :

$$\psi_a = \psi_a' + \psi_a'' = \frac{\mu(I_a' + I_a'')}{2\pi} \log_e \frac{D}{a}$$



شكل 9.3 خط ثلاثي الطور البعد بين اسلاكه متساوية . lateral spacing

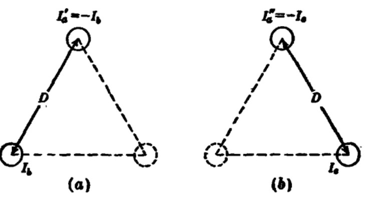
(9.3) ويبر لكل متر $= \frac{\mu I_a}{2\pi} \log_e \frac{D}{a}$

المحاثة تساوي الفيض الواصل لكل امبير وبتقسيم المعادلة (9.3) على I_a وتعويض انفاذية الفراغ المطلق ($\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-}$ هنري / ميل) نحصل على المحاثة المرتبطة بطور واحد المتسببة من الفيض الخارجي الى الموصل .

(9.4) هنري لكل متر طول $L_{ext} = 2 \times 10^{-7} \log_e \frac{D}{a}$

المحاثة المتسببة من الفيض داخل الموصل تعتمد على تركيب الموصل وكمثال فأن الموصل المجوف يكون له فيض داخلي اقل من موصل بسيط مجدول (Stranded) كذلك فأن ظاهرة التأثير السطحي يمكن ان يكون لها بعض التأثير حتى عند 60 هرتزاً . بافتراض الحالة الخاصة لموصل اسطواني صلب له انفاذية نسبية مقدارها واحد وتأثير سطحي مهمل ، فأن الفيض داخل الموصل يضيف محاثة مقدارها 0.5×10^{-7} هنري لكل متر (انظر المعادلة 3.58) . ومن ثم فأن المحاثة الكلية لطور واحد هي :

(9.5) هنري لكل متر $L = \left(2 \log_e \frac{D}{a} + \frac{1}{2}\right) \times 10^{-7}$



شكل 9.4 لا يجاد المحاثة المرتبطة بالطور .

يمكن تحويل المعادلة (9.5) الى هنري لكل ميل بضربها بـ 1,609 متر لكل ميل . بمقارنة المعادلتين (9.5) و (3.61) يتبيّن ان المحاثة لسلك واحد في خط ثلاثي الطور البعد بين اطواره متساوٍ ، هي نصف المحاثة لخط ذي سلكين له حجم الموصل نفسه البعد بين السلكين نفسه .

يمكن ان نجد تعبيراً للسعة المتلازمة مع طور واحد باستعمال حقيقة انه ، في الهواء ، لخط افتراضي عديم الفقد سرعة الطور هي $v = 1/\sqrt{LC} = 3 \times 10^{8}$ متر لكل ثانية ، حيث ان L هنا تمثل المحاثة المتسببة من الفيض الخارجي فقط ، ويكون لدينا :

$$C = \frac{1}{9 \times 10^{16} L_{ext}}$$ فراد لكل متر

بالتعويض من المعادلة (9.4) نحصل على :

$$C = \frac{10^{-9}}{18 \log_e D/a}$$ (9.6) فراد لكل متر

ان البعد المتساوي بين الاسلاك غير ملائم للاستعمال العملي ، وعلى كلٍ فان الخط الذي يكون البعد بين اسلاكه غير متناظر ويمكن موازنته بتبديل موضع الموصلات عند مسافات منتظمة ، ويمكن ايجاد البعد المتساوي المكافيء من الخط المتوازن الناتج . عند تبديل الموضع فأن الموصلات تتبادل المواضع عند مسافات منتظمة على طول الخط بحيث ان كل موصل يحتل كل موضع ولمسافات متساوية .

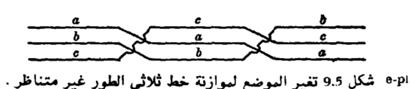
ان ترتيب تبديل الموضع لدورة واحدة مبين في الشكل 9.5 ، وان البعد المتساوي المكافئ يمكن اثباته بأنه يساوي المعدل الهندسي للابعاد الثلاثة :

$$D = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}} \qquad (9.7)$$

حيث ان D_{ab} D_{bc} ، D_{ca} هي المسافات بين الموصلات المنفردة كما مبينة بالرموز الدليلية(١).

L. F. Woodruff, «Principles of Electric Power Transmission,» 2d., Jonh Wiley & Sons, Inc., New York, 1938; J. G. Tarboux, «Introduction to Electric Power Systems,» International Textbook Company, Scranton, Pa., 1944; and M. P. Wein-bach «Electric Power Transmission,» The Macmillan Company, New York, 1948.

الموصلات المستعملة عادةً لنقل القدرة اما من النحاس المجدول (Stranded) . او المنيوم مجذول بقلب حديدي لغرض التقوية ، او نحاس مجوف وان جداول المقاومة والمفاعلة متوفرة من الصناع (Manufacturers). المحاثة الداخلية المبينة في المعادلة (9.5) لسلك اسطواني صلب لاتنطبق بالضبط لهذه الموصلات الاكثر تعقيداً .



e-pl شكل 9.5 تغير الموضع لموازنة خط ثلاثي الطور غير متناظر .

ان تأثير الفيض الداخلي في هذه الجداول على المحاثة مبين بالكمية المسماة نصف قطر المعدل الهندسي(Geometric Mean Radius)للموصل ، وهذا يأخذ شكل الموصل وجدولته بنظر الاعتبار ، ويمكن فهم معناه بتأمل الحالة الخاصة حين اشتقاق المعادلة (9.5) لموصل اسطواني صلب انفاذيته النسبية واحد باهمال تأثيره السطحي . المعادلة (9.5) يمكن ترتيبها كما يلي :

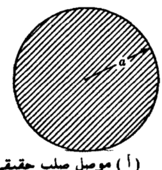
$$L = 2\left(\log_e \frac{D}{a} + \frac{1}{4}\log_e \epsilon\right) \times 10^{-7}$$

$$= 2\left(\log_e \frac{D}{a} + \log_e \epsilon^{1/4}\right) \times 10^{-7}$$

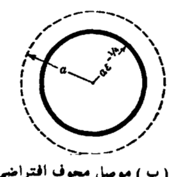
$$L = 2 \times 10^{-7} \log_e \left(\frac{D}{a\epsilon^{-1/4}}\right)$$ هنري لكل متر (9.8)

ان المعادلة (9.8) لها هيئة المعادلة (9.4) نفسها والتي تأخذ الفيض الخارجي للموصل بنظر الاعتبار فقط . الكمية $a\epsilon^{-1/4}$ يمكن اعتبارها نصف قطر الموصل الافتراضي الجديد المجوف ومن ثم فليس له فيض داخلي ، ولكن يعطى المحاثةالكلية نفسها كالموصل الحقيقي كما مبين في الشكل 9.6 واذا كان الموصلان يحملان التيار نفسه فيكون لهما الفيض نفسه خارج القطر a وهذا هو الفيض الخارجي الكلي للموصل الصلب ، اضافة الى ان الموصل له فيض داخلي واصل والذي يضاف لمحاثته .

الموصل المجوف ليس له فيض داخلي ولكن فيضه الخارجي بين نصفي القطرين $a\epsilon^{-1/4}$ و a يعطيه محاثة اضافية تساوي بالضبط المحاثة الداخلية لاسطوانة صلبة ، وهكذا فأن المحاثة الكلية هي نفسها لكل من الموصلين .



(أ) موصل صلب حقيقي



(ب) موصل مجوف افتراضي

شكل 9.6 نصف القطر الهندسي لاسطوانة صلبة .

ان صيغة المحاثة الكلية لموصل منفرد في ترتيب ثلاثي الطور يمكن التعبير عنها كالآتي :

$$L = 2 \times 10^{-7} \log_\epsilon \frac{D}{GMR}$$ هنري لكل متر (9.9)

حيث ان D هو البعد المتساوي المكافىء لكل خط و GMR هو نصف القطر الهندسي للموصل وكما مبين بالمعادلة (9.8) فان الاسطوانة الصلبة لها $GMR = a\epsilon^{-1/4}$ لموصلات اخرى يجب الأخذ بمواصفات المصنعين .

9.4 مثال : خط طويل :

خط ثلاثي الطور طوله 225 ميلاً . البعد متساو بين اسلاكه ويساوي 24 قدم . الموصلات مصنوعة من نحاس بقطر 0.811 انج . من معلومات المصنع لكل موصل مقاومة 0.120 اوم لكل متر (هذه هي 2 %) اعلى من قيمته بالنسبة للتيار المستمر) وله نصف قطر معدله الهندسي 0.0256 قدم . سنحسب خواص الخط لطور واحد ونجد شبكة π المكافئة .

يمكن الحصول على المحاثة من المعادلة (9.9) وستحول الى وحدة الميل ، ثم لكل موصل :

$$L = 1{,}609 \times 2 \times 10^{-7} \log_\epsilon \left(\frac{24}{0.0256}\right)$$

$$= 2.20 \times 10^{-3}$$ هنري لكل ميل .

ويحصل على السعة من المعادلة (9.6) باستعمال نصف قطر الموصل الفعلي الذي هو 0.4055 إنج = 0.0338 قدم ، وبوحدة الميل :

$$C = \frac{1{,}609 \times 10^{-9}}{18 \log_\epsilon (24/0.0388)}$$

$$= 0.0136 \times 10^{-6}$$ فراد لكل ميل

ان الممانعة على التوالي لطور واحد لكل ميل هي :

$$Z = R + j\omega L = 0.120 + j377 \times 2.20 \times 10^{-3}$$

$$= 0.120 + j0.830$$ اوم لكل ميل

ان المسايرة المرتبطة بطور واحد باهمال الموصلية المتسربة هي :

$$Y = j\omega C = j377 \times 0.0136 \times 10^{-6}$$

$$= j5.12 \times 10^{-6}$$ سيمنس لكل ميل

الممانعة المميزة لكل طور هي :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{0.120 + j0.830}{j5.12 \times 10^{-6}}}$$

$$= 401 - j29$$ اوم

وثابت الانتشار هو :

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(0.120 + j0.830)\,(j5.12 \times 10^{-6})}$$

$$= 1.48 \times 10^{-4} + j2.06 \times 10^{-3}$$ لكل ميل

وهكذا فان ثابت التوهين هو 1.48×10^{-4} نيبر لكل ميل ثابت الطور هو 2.06×10^{-3} زوايا نصف قطرية لكل ميل . ان سرعة الطور $v = \omega/\beta = 183{,}000$ ميل لكل ثانية وطول الموجة $\lambda = v/f = 3{,}050$ ميل .

لايجاد شبكة π المكافئة للخط الذي طوله 225 ميلاً نرجع الى الشكل 9.2 حيث عندنا :

$$\alpha l = 1.48 \times 10^{-4} \times 225 = 0.0333 \text{ neper}$$ نيبر

وزوايا نصف قطرية

$$\beta l = 2.06 \times 10^{-3} \times 225 = 0.464 \text{ rad} = 26.6^\circ$$ وتساوي 26.6°

باستعمال المتطابقة الزائدية (4.37) نحسب :

$$\sinh \gamma l = \sinh \alpha l \cos \beta l + j \cosh \alpha l \sin \beta l$$

$$= \sinh 0.0333 \cos 26.6^\circ + j \cosh 0.0333 \sin 26.6^\circ$$

$$= 0.0298 + j0.450$$

ان فرع التوالي للشبكة المكافئة له ممانعة :

$$Z_0 \sinh \gamma l = (401 - j29)\,(0.0298 + j0.450)$$

$$= 25.0 + j179.8$$ اوم

ولفرعي التوازي نستعمل المتطابقات الزائدية (4.37) ونحسب :

$$\sinh \frac{\gamma l}{2} = 0.0163 + j0.231$$ و

$$\cosh \frac{\gamma l}{2} = 0.976 + j0.004$$

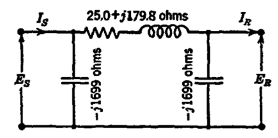
وبعدها يكون لدينا :

$$Z_0 \coth \frac{\gamma l}{2} = (401 - j29) \left(\frac{0.976 + j0.004}{0.0163 + j0.231}\right) \text{ اوم}$$

$$= 4 - j1,699 \text{ ohms} \quad \text{اوم}$$

$$\approx -j1,699$$

ان فرع التوازي هو مفاعلة حثية صرفة تقريبأوأن الشبكة المكافئة الناتجة مبينة في الشكل 9.7 .



شكل 9.7 شبكة π المكافئة للمثال

بما ان طول الخط اصغر من عشر طول الموجة ، فيتصرف تقريباً كما لو ان عناصره كانت مكتلة ولا يختلف فرع التوالي للدائرة المكافئة كثيراً عن ممانعة الخط الكلي على التوالي ويكون فرع التوازي تقريباً مايحصل عليه من سعة التوازي للخط ، وهذا يوفر لنا تحقيقاً بسيطاً للنتائج .

ان ممانعة التوالي الكلية للخط هي :

$$Zl = (0.120 + j0.830) \times 225 = 27.0 + j187 \text{ اوم}$$

ومسايرة التوازي الكلية للخط هي :

$$Yl = j5.12 \times 10^{-6} \times 225 = j1.52 \times 10^{-3}$$

واذا ماربطنا نصف هذا بجانبي الخط ، فأن المحاثة لكل نصف ستكون $-j1,736$

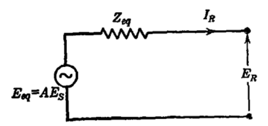
اوم ، ولا تختلف الممانعات كثيراً عن ممانعات الدائرة المكافئة .

اذا كان طول الخط جزءاً كبيراً من طول الموجة ، فأن عناصر الشبكة المكافئة سوف لن تكون مساوية تقريباً لممانعة التوالي الكلية او مسايرة التوازي للخط .

9.5 الرسوم البيانية الدائرية : Circle Diagrams.

في هذا الجزء سنكون طريقة بيانية مناسبة لحساب علاقات الطرف لخط قدرة تحت ظروف حمل متغيرة حيث تكون النتيجة دائرة بيانية ترسم بدلالة القدرة .

يمكن رسم الدوائر البيانية لجانب الارسال وجانب الاستلام ، ولكن هنا ستكون المناقشة لجانب الاستلام ، ويمكن الحصول على معلومات اضافية من المصادر في الجزء 9.3 .



شكل 9.8 مكافيء ثيفنن لخط نقل كما يرى من طرف الاستلام

سيعتمد الاشتقاق على نظرية ثيفنن ، وهذه النظرية تقول انه عند النظر من طرفي الاخراج فأن أية شبكة خطية تتصرف كمولد فولتية منفرد مربوط على التوالي بممانعة منفردة (شاهد الجزء 10.7) ، وكما موضح في الشكل 9.8 ، دائرة الفولتية المكافئة E_{eq} تساوي فولتية الدائرة المفتوحة للشبكة ، ولنظام النقل هذا سوف تتناسب مع فولتية جانب الارسال E_s ، ويرمز لها بـ $E_{eq} = AE_s$ في الشكل 9.8 حيث ان A هو عدد مركب ، وان الممانعة المكافئة Z_{eq} تساوي الممانعة التي تقاس بين طرفي الاخراج حيث تكون المصادر الداخلية للقوة الدافعة الكهربائية (emf) دائرة قصر .

يمكن حساب كل من E_{eq} و Z_{eq} من شبكة π المكافئة في شكل 9.2 ، وسوف تعتبر هذه الكميات معلومة في الاشتقاق القادم .

يمكن كتابة معادلة الفولتية من دائرة ثيفنن المكافئة لشكل 9.8 :

$$AE_s - I_R Z_{eq} = E_R$$

وبالحل لتيار جانب الاستلام نحصل على هذه العلاقة :

(9.10)

$$I_R = -\frac{E_R}{Z_{eq}} + \frac{AE_s}{Z_{eq}}$$

ان الشكل الاتجاهي المطابق لهذا مبين في شكل 9.9 حيث ان فولتية جانب الاستلام تقع على الاحداثي الحقيقي ، وتساوي قيمة متجه التيار I_R يساوي مجموع المتجهين $-E_R/Z_{eq}$ و AE_s/Z_{eq} والزاوية بين فولتيتي جانبي الخط هي نفسها كالزاوية بين AE_s/Z_{eq} و AE_R/Z_{eq} اول هذين المتجهين يظهر على الشكل البياني الاتجاهي(Vector Diagram)وتختلف زاوية الثاني

عن المتجه E_R/Z_{eq} بالزاوية للعدد المركب A واتجاهها مبين الخط المقطع في الشكل ويرمز للزاوية بين E_s و E_R بـ θ_s .

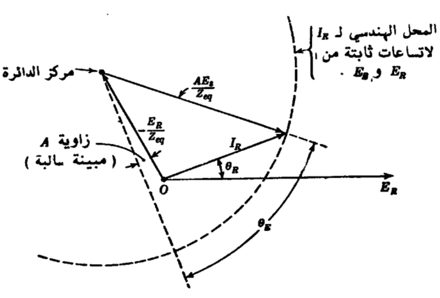
سوف نفترض الآن ، ان كلاً من E_R و E_s لهما سعة ثابتة ولكن الزاوية بينهما تكون متغيرة .

في الرسم البياني نلاحظ المتجهان $-E_R/Z_{eq}$ و AE_s/Z_{eq} هما الآن ثابتان في الاتساع كما في الرسم البياني ، الاول منهما تكون زاويته ثابتة بحقيقة ان E_R هي على احداثي المرجع (Reference Axis) ، ولكن المتجه AE_s/Z_{eq} يغير زاويته بالتغير في θ_s . وعند تغير θ_s فأن المحل الهندسي للقيم المحتملة لـ I_R هي دائرة كما مبين في الشكل 9.9 .

ان المركبات الثلاث للمثلث المتجه في الشكل 9.9 هي تيارات ، واذا ضرب كل منها فولتية جانب الاستلام فأن المحل الهندسي لنهاية I_R يتحول الى محل هندسي لقدرة جانب الاستلام .

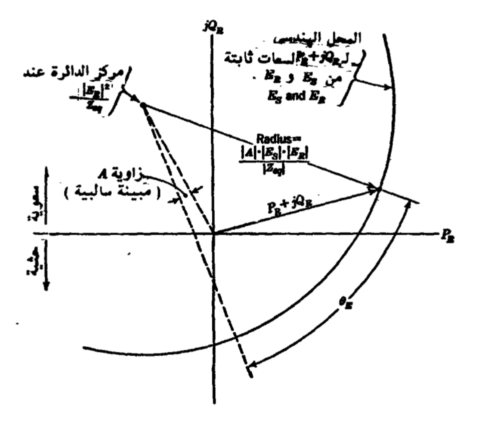
المركبة الافقية تمثل القدرة الحقيقية بالواط (P_R) والمركبة العمودية تمثل فولت امبير مفاعِل (Reactive Volt - Amperes) (Q_R) ، والرسم البياني الناتج مبين في الشكل 9.10 ، تناظر القيمة السالبة لـ Q_R تخلفاً او تياراً حثياً .

لقيم معلومة من E_s و E_R هنالك كمية قصوى من القدرة يمكن نقلها الى جانب الاستلام ، وهذا معطى في الاحداثي الافقي ذي القيمة القصوى لدائرة القدرة . لقيمة كبيرة من E_s فأن نصف قطر الدائرة سيزداد ولقيم كبيرة من E_R سيتحول مركز الدائرة بعيداً عن نقطة الأصل وكذلك يزيد نصف القطر .



شكل 9.9 المحل الهندسي الدائري لتيار جانب الاستلام .

اذا ماعبر عن E_s ، و E_R بفولتيات خط الى متعادل فأن احداثيات الشكل 9.10 ستمثل عدد الواط لكل طرف والفولت امبير المفاعل لكل طور. لكن اذا ماعبر عن E_S، و E_R كفولتيات خط الى خط والتي تعادل $\sqrt{3}$ مضروبة في فولتيات الطور فان القدرة ستكون اكبر بعامل مقداره 3 وتمثل الواط الكلية والفولت امبير للاطوار الثلاثة . ان مكافىء ثيفنن المبين في شكل 9.8 ينتج عنه نتائج صحيحة بالنسبة الى علاقات الاطراف للشبكة ولكن فقد القدرة في الممانعة المكافئة لدائرة ثيفنن ليست هي الفقد في قدرة الشبكة الحقيقة التي عوضتها نفسه . دائرة ثيفنن صممت لانتاج العلاقات الخارجية الصحيحة وليس لانتاج ظاهرة داخلية واذا كانت الرغبة في حساب فقد القدرة لخط نقل طويل فان ذلك ممكن باستعمال شبكة π لشكل 9.7 ولكن ليس من مكافيء ثيفنن ذي الاطراف الثنائية في شكل 9.8 .



9.10 رسم بياني دائري لقدرة لجانب استلام لخط نقل .

مثال : ركب الرسم البياني الدائري لقدرة جانب الارسال للخط الموصوف في الجزء 9.4 الذي له شبكة π المكافئة المعطاة في الشكل 9.7 .

استعمل 250 = $|E_s|$. كيلوفولت خط الى خط line to line

و 210 = $|E_R|$ كيلوفولت خط الى خط .

سنحسب اولاً عناصر ثيفنن المكافئة من الشكل 9.7 كما ترى من جانب الاستلام . لحساب E_{eq} نتصور ان جانب الارسال دائرة مفتوحة وهكذا فان فولتية جانب الاستلام هي :

$$E_{eq} = \frac{-j1,699}{25 - j1,519} E_s = (1.12\angle -0.9^\circ) E_s$$

وبما ان $E_{eq} = AE_s$ يكون لدينا :

$$A = 1.12\angle -0.9^\circ$$

الممانعة Z_{eq} تساوي الممانعة المقاسة بين اطراف جانب الاستلام عندما تكون E_s دائرة قصر ، وهذه هي :

اوم

$$Z_{eq} = \frac{-j1,699(25 + j179.8)}{-j1.699 + 25 + j179.8} = 31.3 + j200$$

في الرسم الدائري لقدرة جانب الاستلام فان مركز الدائرة هو عند :

$$-\frac{|E_R|^2}{Z_{eq}} = \frac{(210 \times 10^3)^2}{31.3 + j200}$$

$$= (-34 + j215) \times 10^6$$

وهذا هو الفولت امبير الكلي للاطوار الثلاثة .

ان نصف قطر الدائرة هو :

$$\frac{|A| \cdot |E_s| \cdot |E_R|}{|Z_{eq}|} = \frac{1.12 \times 250 \times 210 \times 10^6}{202}$$

$$= 291 \times 10^6$$

وهذا هو الفولت امبير الكلي للاطوار الثلاثة .

الرسم البياني الناتج مبين في الشكل 9.11 . اذا كان الاخراج المرغوب فيه هو 100,000 كيلو واط (100 ميكا واط) فان القدرة المفاعلة لهذه الفولتيات هي 43,000 كيلو فولت امبير في الاتجاه الحثي ، واذا كانت كمية الكيلو فولت امبير المفاعلة (Reactive Kva) المطلوبة للحمل تختلف عن هذه القيمة فيمكن استعمال متسعة متزامنة(Synchronous Condenser)لتجهيزالفرق، وان زاوية الطور بين E_s و E_R تحت الشروط المفروضة هي $\theta_R = 19.8^\circ$.

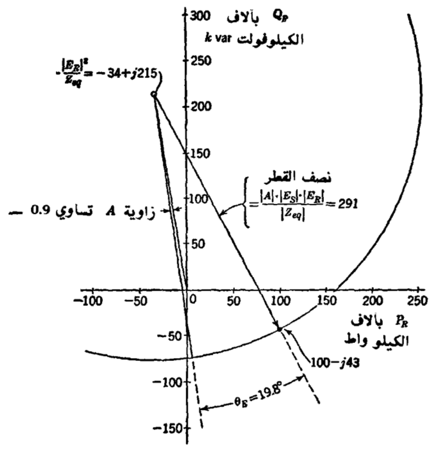


FIG. 9.11. Example of a po … ine. شكل 9.11 مثال للرسم البياني الدائري للقدرة emission

مسائل

1 . خط قدرة ثلاثي الطور طوله 10 ميل ويشتغل عند 60 هرتز الابعاد بين اسلاكه الثلاثة متساوية وتساوي 3 قدم . الموصلات ذات قيم 10 / 4 نحاس مجدول وبقطر 0.522 أنج ومعدل نصف قطر هندسي مقداره 0.0175 قدم ، والمقاومة لموصل واحد هي 0.278 أوم لكل ميل .

أ . احسب محاثة الخط والممانعة الكلية لكل طور .

ب . يجهز الخط 2,400 كيلو واط عند عامل قدرة مقداره 80 بالمئة (تأخر تيار) . فولتية جانب الاستلام هي 13,200 فولت جـ . م ت خط لخط . احسب فولتية جانب الارسال المطلوب (خط لخط) وجد الفقد في القدرة للخط وكفاءة النقل .

2 . وضعت الموصلات الثلاث لخط نقل معين ثلاثي الطور بحيث ان مركز الموصلات يقع على الخط المستقيم نفسه . المسافة بين الموصلات المتجاورة 30 قدم . اوجد البعد المتساوي المكافىء بين الموصلات .

3 . خط قدرة معين ثلاثي الطور له بعد متساوي مكافىء مقداره 8 قدم ويشتغل عند 66 كيلو فولت خط لخط . الموصلات ذات 250,000 Cil-mil نحاس مجدول وبقطر خارجي 0.574 أنج ، وبمعدل نصف قطر هندسي 0.0131 قدم عند 60 هرتزأ . المقاومة لكل موصل 0.235 اوم لكل ميل . احسب الممانعة على التوالي المرتبطة بطور واحد لكل ميل من الخط ، وكذلك المسايرة على التوالي لكل ميل ، الكل عند 60 هرتز .

4 . باستعمال المفكوك المتسلسل للدوال الزائدية ، برهن انه لـ $1 >> \gamma l$ فان فروع الدائرة المكافئة لشكل 9.2 يمكن التعبير عنها تقريباً كالآتي :

$$Z_0 \sinh \gamma l \approx Zl\left(1 + \frac{ZYl^2}{6}\right)$$

$$Z_0 \coth \frac{\gamma l}{2} \approx \frac{2}{Yl}\left(1 + \frac{ZYl^2}{12}\right)$$

حيث ان $Z = R + j\omega L$ هي الممانعة على التوالي لكل ميل و$Y = j\omega C$ هي المسايرة على التوازي لكل ميل .

(هذه التقريبات دقيقة بما فيه الكفاية لخطوط عند 60 هرتز وربما لطول مقداره 300 ميل . شاهد كتاب نقل وتوزيع الكهربائية لمهندسي المحطة الرئيسة لشركة واشنطن هارس الكهربائية صفحة 45) .

5 . خط نقل قدرة ثلاثي الطور ، 60 هرتزاً له بعد متساوي مكافئ مقداره 30 قدم . طول الخط 200 ميل ، والموصلات مصنوعة من سلك نحاسي مجوف 6000,000 cir-mil ، وبقطر مقداره 0.558 انج ومعدل نصف قطر هندسي مقداره 0.0615 قدم . المقاومة لكل موصل 0.0960 اوم لكل ميل .

أ . احسب المحاثة والسعة للخط واوجد شبكة π المكافئة .

ب . جد مكافيء ثيفنن للخط كما يرى من جانب الاستلام وارسم الرسم البياني لدائرة القدرة لجانب الاستلام . بحيث تكون فولتية جانب الاستلام 190,000 فولت خط لخط ، وفولتية جانب الارسال تكون 230,000 فولت خط لخط .

جـ . استعمل الرسم البياني الدائري السابق وجد الفولت امبير المفاعل والزاوية بين $\bar{E}_R$ و E_s لقدرة جانب استلام مقدارها 150,000 كيلوواط ، وكذلك جد القدرة القصوى الخارجة والزاوية الناتجة بين $\bar{E}_R$ و E_s

د . استعمل شبكة π المكافئة ونتائج الفرع لحساب فقد الخط وكفاءة النقل عند قدرة خارجة مقدارها 150,000 كيلوواط .

الجزء الثاني
شبكات رباعية الاطراف

FOUR-TERMINAL NETWORKS

الفصل العاشر

مراجعة في التحليل الابتدائي للشبكات

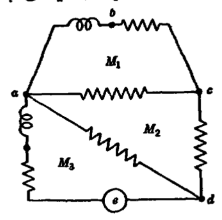
A REVIEW OF ELEMENTARY NETWORK ANALYSIS

المادة المعطاة في هذا الفصل هي للرجوع اليها كمصدر ويمكن ايجاد معلومات اوسع في كتب عديدة على نظرية الدوائر البسيطة(1).

10.1 . تعريفات للشبكه · Network Definitions.

تحتوي الشبكة الكهربائية على مجموعة من المحاثات والمقاومات والمتسعات مع مصادر قوة دافعة كهربائية . ويقال عن الشبكة بأنها غير فعالة (Passive) اذا كانت لاتحوي على مصادر او احواض للقدرة الكهربائية داخل حدودها وبعكس هذا تسمى الشبكة فعالة (Active) . اذا كانت المقاومة او المحاثة او المتسعة لعنصر معلوم لاتعتمد على التيار المار فيها فأن العنصر يسمى خطياً ومن ثم ، وعند تردد معين فان التيار المار خلال عنصر الدائرة سوف يتناسب خطياً مع الفولتية عبر اطرافها . ان العنصر غير الخطي هو عنصر له علاقة غير خطية بين الفولتية والتيار عند تردد معين وهكذا يولد صعوبة أكثر في التحليلات . سوف نقتصر في تحليلاتنا هنا على الدوائر الخطية .

الشكل 10.1 يوضح بعض الاصطلاحات المستعملة لوصف هندسة الشبكة . ان نقطة الاتصال بين عنصرين في شبكة كتلك التي عند نقطة أ او نقطة جـ تسمى عقدة (Node) او ان العنصر المرتبط بين عقدة كالعنصر أ جـ يسمى بالفرع



(1) كمثال انظر

«Electric Circuits,» by the M. I. T. Staff, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1940; «Elementary Electric-circuit Theory,» by R. H. Frazier, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1945; «Alternating-current Circuit Theory,» by Myril B. Reed, Harper & Brothers, New york, 1948.

(Branch). في بعض الاحيان يكون ملائماً التفكير بأن نقطة ب هي عقدة وان العنصرين أ ب ، ب جـ هما فرعان منفصلان ولاغراض اخرى فانه من الملائم اعتبار المجموعة أ ب جـ فرعاً واحداً وفي هذه الحالة فان نقطة ب لاتعتبر عقدة . ان اي مسار مغلق خلال الشبكة يسمى دارة (Loop) ، وهكذا فأن المساران أ ب جـ أ و أ ب جـ د أ هما دارتان . ان الكلمة شُبيكة(Mesh)لها معناها الاعتيادي وترمز الى الفراغات المفتوحة التي تظهر في رسم الشبكة وهكذا فان الفراغات M_1، M_2، و M_3 هي شبيكات للشبكة في الشكل 10.1 . ان اقصر المسارات المغلقة خلال الشبكة تشكل كنتورات(Contours) للشبيكات وان موقع الشبيكات يعتمد على كيفية رسم الدائرة ومثال ذلك فانه ستتغير العناصر المحيطة بالشبكتين M_1 و M_2 بتغير مواقع الفرعين أ ب جـ و أ جـ في الشكل 10.1 ، وهكذا فبالرغم من ان الشبيكة مصطلح ملائم فهي ليس كياناً اساسياً للدائرة . تسمى الشبكة الممكن رسمها على سطح مسطح بدون تقطعات (Crossovers) بالشبكة المسطحة (Flat Network) كمثال فان الشبكة المبينة في شكل 10.2 سوف لاتبقى مسطحة عند توصيل عنصر اضافي بين منتصف نقاط الفروع Z_a، و Z ان مفهوم الشبيكة يفقد بساطته وأكثر فوائده في الشبكات غير المسطحة .

10.2 . معادلات الدارة العقدة :

Loop and Node Equations:

يستعمل قانونا كرشوف كقاعدتين لوضع المعادلات التي توضح تصرف الشبكة وهذان القانونان ينصان على انه في اية لحظة : (١) المجموع الجبري للتيارات المقتربة من اي عقدة يساوي صفراً و (2) ان المجموع الجبري للفولتيات حول دائرة مغلقة يساوي صفراً . هذان القانونان يطبقان على تحليلات الحالة المستقرة لدوائر التيار المتناوب الخطية وذلك بجمع التيارات المركبة او متجهات التيارات عند كل عقدة والفولتيات المركبة حول كل دائرة (انظر الجزء 2.1) . التيارات والفولتيات تُعطى اتجاهات موجبة بواسطة أسهم او اشارات قطبية (Polarity Mark)كما في الشكل 10.2 . ان القيمة الآنية للتيار تتناوب في الاتجاه (بالطبع) وهكذا تكون موجبة في نصف دورة (تسري باتجاه السهم) وسالبة في نصف الدورة الاخرى (تسري بعكس اتجاه السهم) .

هنالك طريقتان خاصتان ملائمتان لتطبيق قانوني كرشوف على شبكة معينة ، الاولى تستعمل التيارات كمجاهيل وتدعى بتيار الدارة (Loop Current) او بطريقة تيار الشبيكة(Mesh Current) . والاخرى تستعمل الفولتيات كمجاهيل

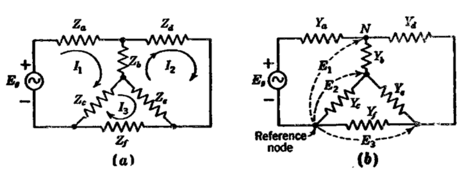


Fig. الشكل 10.2 يوضح تيارات الشبيكات وفولتيات العقد

تعرف بطريقة فولتية العقدة (Node Voltage) ، في طريقة تيار الشبيكة تختار المجاهيل كتيارات سارية حول دارات مغلقة في الشبكة . للشبكات المسطحة فأن الدارات المختارة هي بصورة كنتورات للشبيكات كما موضح في الشكل 10.2 واذا تكون عنصر حدود متبادلة (Mutual Boudary) بين شبيكتين Z_b في الشكل الموضح ، فأن كلاً من تياري الشبيكتين يشاركان في التيار الحقيقي في العنصر ، وهكذا فأن التيار الساري الى أسفل خلال Z_b هو $I_1 - I_2$ وهذه تلقائياً تحقق قانون التيار لكرشوف عند كل عقدة .

لدائرة غير مسطحة (حيث ان تعيين الشبيكات يكون غير واضح) فأن عدد المجاهيل للتيارات التي يجب ان تعيين يمكن ايجادها من العلاقة :

(10.1) عدد الدارات المستقلة = عدد الافرع – عدد العقد + 1 .

اذا كان للشبكة جزءان مستقلان او أكثر والتي تقرن بواسطة محاثة متبادلة فقط ، فان عدد الدارات المستقلة يمكن ايجادها بصورة منفصلة من كل قسم وباضافتها يحصل على العدد الكلي وفي شبكة مسطحة يساوي عدد الدارات المستقلة يساوي عدد الشبيكات او الفراغات المفتوحة في الرسم التخطيطي للدائرة وعندما تعيين التيارات المجهولة فانه يمكن كتابة عدد مساو من معادلات الفولتيات حول الدارات مع التأكيد على احتواء اي عنصر مرة على الاقل في مجموعة المعادلات ، ولشبكة مسطحة هذا مايعمل به عادة وذلك بكتابة معادلة واحدة للفولتية حول الكنتور لكل شبيكة وكمثال في الشكل 10.2 أ نكتب لاول شبيكة :

$$E_g - I_1Z_a - (I_1 - I_2)Z_b - (I_1 - I_3)Z_c = 0$$

وبجمع الحدود :

$$(Z_a + Z_b + Z_c)I_1 - Z_bI_2 - Z_cI_3 = E_g \qquad (\text{10.2 } ١)$$

بالطريقة نفسها فانه يمكن كتابة معادلتين مستقلتين ، واحدة حول كل من الشبيكتين الاخريتين ، وهذه المعادلات هي :

$$-Z_bI_1 + (Z_b + Z_d + Z_e)I_2 - Z_eI_3 = 0 \qquad (10.3)$$

$$-Z_cI_1 - Z_eI_2 + (Z_c + Z_e + Z_f)I_3 = 0 \qquad (10.4)$$

بعدئذٍ يمكن حل المعادلات الثلاث للتيارات الثلاثة المجهولة ، وبسبب العلاقة الخطية للدائرة ، فان الممانعات $Z's$ تعتمد على التيار وتكون المحصلة هي مجموعة من المعادلات الجبرية الخطية بمعاملات مركبة .

لاحظ في المعادلة (10.2) (التي كتبت لاول شبيكة) بأن المعامل لـ I هو الممانعة الكلية حول الدارة و معامل I_2 هو الممانعة المتبادلة بين الشبكة 1 و 2 وقد اعطيت اشارة سالبة بسبب الاتجاهات الموجبة لـ $\hat{I}_1$ و $\hat{I}_2$ المتعاكسين خلال العنصر المتبادل . معامل لـ I_3 هو الممانعة المتبادلة بين الشبيكتين 1 و 3 مرة اخرى باشارة سالبة بسبب ان I_1 و I_3 يسريان متعاكسين خلال الوصل المتبادل ، اعتبارات مشابهة تصح للمعادلات المكتوبة للشبيكتين الاخرتين .

هناك طريقة اخرى لتطبيق قانوني كرشوف على شبكة باعتبار الفولتيات بين العقد كمجاهيل وكتابة المعادلات المطلوبة من قانون كرشوف للتيار عند العقدة . ويمكن اختيار احدى العقد مرجعاً كما مبين في الشكل 10.2 ب ثم قياس فولتيات الاخرى من العقدة تلك ومن الواضح ان عدد الفولتيات المجهولة اقل بواحد من عدد العقد وقد كتبت معادلة تيار واحدة لكل عقدة عند الفولتية التي عينت وكمثال تأمل العقدة N في الشكل 10.2 ، وبناء على قانون كرشوف للفولتية فان الفولتية عبر Y_b والمؤشرة الى الاسفل هي $E_1 - E_2$ ، والتيار المتدفق خلال هذا العنصر بعيداً من العقدة N يساوي $(E_1 - E_2)Y_b$ حيث ان Y_b هي المسايرة للفرع وتساوي $1/Z_b$ وبالطريقة نفسها فأن التيارات المتدفقة خلال المسايرتين Y_a و Y_d هي بالتعاقب ، $(E_1 - E_0)Y_a$ و $(E_1 - E_3)Y$

وبناء على قانون كرشوف للتيار يمكن ان نكتب المجموع الجبري للتيارات المتدفقة بعيداً عن العقدة N كالآتي :

$$(E_1 - E_0)Y_a + (E_1 - E_2)Y_b + (E_1 - E_3)Y_d = 0$$

يمكن ترتيب هذه المعادلة بصورة اكثر ملائمة بالهيئة :

$$(Y_a + Y_b + Y_d)E_1 - Y_bE_2 - Y_dE_3 = Y_aE_0$$

وبالطريقة نفسها فمعادلة التيار يمكن كتابتها عند كل من العقدتين الاخريتين ما عدا عقدة المرجع وهذه المعادلات هي :

$$-Y_bE_1 + (Y_b + Y_c + Y_e)E_2 - Y_eE_3 = 0 \quad (10.6)$$

$$-Y_dE_1 - Y_eE_2 + (Y_d + Y_e + Y_f)E_3 = 0 \quad (10.7)$$

لدينا هنا ثلاث معادلات خطية مستقلة يمكن حلها للفولتيات الثلاثة المجهولة وعندما تعرف الفولتيات فان التيار خلال اي عنصر يمكن حسابه .

ان طريقة تيار الشبيكة هي اقدم الطريقتين وربما تستعمل اكثر من طريقة فولتية العقدة ولكن ليس لاي منهما ميزة اساسية على الاخرى . الدائرة في الشكل 10.2 لها ثلاثة مجاهيل في كل من الطريقتين ولكن لشبكة اخرى قد يكون لها فائدة من ناحية وجود مجاهيل اقل لطريقة واحدة او لاخرى اعتماداً على الشكل العام للشبكة .

ان طريقة تيار الشبيكة كافية لاغلب الاغراض في هذا الكتاب وسوف نؤكد عليها هنا .

ان معادلات الفولتيات لشبكة لها n من الشبيكات يمكن كتابتها كالاتي :

$$\left.\begin{aligned} z_{11}I_1 + z_{12}I_2 + \cdots + z_{1n}I_n &= E_1 \\ z_{21}I_1 + z_{22}I_2 + \cdots + z_{2n}I_n &= E_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ z_{n1}I_1 + z_{n2}I_2 + \cdots + z_{nn}I_n &= E_n \end{aligned}\right\}$$

حيث ان z_{11} تمثل الممانعة الكلية حول الكنتور للشبيكة 1 .

الكمية z_{12} هى الممانعة المتبادلة بين الشبكتين 1 و 2 وتعطى اشارة موجبة او سالبة اعتماداً على ماذا كان التياران للشبيكتين يتدفقان بالاتجاه نفسه او نعكس الاتجاه خلال العنصر المتبادل. وبالطريقة نفسها للممانعات الاخرى: رمزان سفليان متشابهان يعبران عن الممانعة الكلية حول الشبيكة ورمزان غير متشابهين يعبران عن الممانعة المتبادلة بين الشبيكتين والفولتيات... $E_1, E_2,$ و E_n تمثل القوى الدافعة الكهربائية المؤثرة في الشبيكات المتعاقبه . الاشارات الموجبة المرافقة للقوى الدافعة الكهربائية في المعادلات (10.8) صحيحة اذا كان لكل قوة دافعة كهربائية اتجاه موجب بحيث تساعد على تدفق التيار في تلك الشبيكة ، وبخلافه يجب ان تؤخذ الاشارة سالبة . الممانعة المتبادلة z_{12} التي تظهر في المعادلة الاولى هي الممانعة المرقمة z_{21} نفسها في المعادلة الثانية وبصورة عامة لنوع النظام الذي ندرسه يكون لدينا $z_{kj} =$

10.3 ممانعات نقطة السوق والانتقالية :

Driving-point and Transfer Impedances.

ان حل معادلات النظام الخطي كما في (10.8) يمكن تنظيمه باستعمال المحددات (Determinats) وهذه الطريقة ليست بالضرورة تُقصر الحل اللازم للحسابات العددية لمسألة معينة ولكن وبصورة عامة تساعد على ايجاد خواص مختلفة مهمة للشبكات ، للتبسيط سوف نفترض ان كل القوى الدافعة الكهربائية المساقة هي صفر ماعدا $\bar{E}_1$. ان نظرية المحددات تبين ان الحلول للتيار في الشبيكة الاولى وللتيار في الشبيكة k يمكن وصفه وبالتعاقب كالآتي :

$$I_1 = \frac{A_{11}}{D} E_1$$

$$I_k = \frac{A_{1k}}{D} E_1$$

حيث ان D هو المحدد المتكون من المعاملات في جهة اليسار من المعادلة (10.8) وهي :

$$D = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nn} \end{vmatrix}$$

الكميات المؤشرة بـ A هي محددات اشتقت من المحدد D، وتسمى (العوامل المساعدة) (Cofactors) . العامل المساعد A_{1k} هو المحدد الذي يبقى اذا حذف الصف الاول والعمود k، من المحدد D وهذا المحدد يرمز له بالاشارة $(-1)^{1+k}$ (العامل المساعد الذي لايحمل اشارة يدعى الثانوي (Minor) والاسم اللاحق يستعمل عادة وبقلة لكلا الكميتين) . بما انه لدينا $z_{jk} = z_{kj}$ فان المحدد (10.11) يبقى متناظراً حول القطر الرئيس .

ان ممانعة المدخل التي ترى من مصدر القوة الدافعة الكهربائية يدعى عادة ممانعة نقطة السوق Impedance (Driving Point) ومن المعادلة (10.9) يمكن تمثيل هذه الممانعة بصيغة محددة كالآتي :

$$Z_{11} = \frac{E_1}{I_1} = \frac{D}{A_{11}} \quad (10.12)$$

ان النسبة بين فولتية السوق في شبيكة واحدة الى التيار الناتج في شبيكة اخرى تسمى بالممانعة الانتقالية (Transfer impedance) بين الشبيكتين . الممانعة الانتقالية من الشبكة 1 الى الشبكة k يمكن تمثيلها بواسطة المعادلة (10.10) كالآتي :

$$Z_{1k} = \frac{E_1}{I_k} = \frac{D}{A_{1k}} \quad (10.13)$$

في بعض الاحيان يكون من الاسهل استعمال مقلوب الممانعات السابقة الذكر ، هذه المقلوبات تدعى مسايرات نقطة السوق والانتقالية بالتعاقب .

هنالك لسوء الحظ احتمال للارباك باستعمال الاسم الممانعة الانتقالية حيث يمكن استعماله بطريقتين مختلفتين ، في التعريف السابق اعتبرنا فولتية النقطة المساقة هي المسبب والتيار في جزء آخر من الشبكة هو النتيجة ، في بعض الاحيان (وعلى كلٍ) يكون من الملائم اعتبار التيار الداخل الى اطراف النقطة المساقة هو المسبب والفولتية عبر قسم داخلي في الشبكة هي النتيجة ان النسبة بين هاتين الكميتين هي كمية انتقال ولها وحدات ممانعة ولكنها لاتساوي المعادلة (10.13) وفي الحقيقة لها معنى مختلف كلياً ولازالة الارباك فأن كلمات مفسرة يجب ان تستعمل او ان المحتوى يجب ان يجعل المعنى واضحاً .

10.4 مبدأ التراكب : The Principle of Superposition.

ان المبدأ العام للتراكب يطبق على النظم الخطية ولكل الانواع ، ومطبقاً على الشبكات الكهربائية يمكن كتابته كالآتي : اذا كان عدد من مصادر كهربائية موجودة في شبكة خطية فالتيار الناتج والفولتية الناتجة في اي جزء من النظام يساوي مجموع التيارات او الفولتيات الناتجة من كل مصدر حينما يشتغل لوحده . ويمكن تمثيل المبدأ بنظام من المعادلات (10.8) ، افرض ان الفولتية E_1 متكونة من مركبتين E_1' و E_1'' بحيث ان $E_1 = E \;\; + E_1''$ وكذلك افرض ان كل القوى الدافعة الكهربائية الاخرى هي صفر ماعدا واحدة اخرى في الشبيكة لها E_j . من نظرية المحددات فأن الحل للتيار في الشبيكة k معطى بـ :

$$I_k = \frac{A_{1k}}{D} E_1' + \frac{A_{1k}}{D} E_1'' + \frac{A_{jk}}{D} E_j \qquad (10.14)$$

كل من هذه الحدود هو التيار الناتج من واحدة من الفولتيات المشتغلة لوحدها في الشبكة ، التيار الكلي هو مجموع المساهمات المختلفة .

ان مبدأ التراكب مفيد ليس فقط لحساب التيار الكلي المتسبب من مصادر واقعة في دارات مختلفة ولكن ايضاً لايجاد محصلة التأثير لمصادر ذات ترددات مختلفة والتي تسلط في آن واحد في دارة واحدة واذا كانت الفولتية المسلطة غير جيبية فيمكن تحليلها بواسطة تحليلات فورير (Fourier) الى مركبات جيبية ولترددات مختلفة في النظام الخطي يمكن حساب تأثير كل مركبة بصورة منفصلة ويمكن ايجاد محصلة التأثير كمجموع التأثيرات الانفرادية .

ان طرق المصفوفات تطبق على المعادلات الخطية فقط اما اذا كان النظام غير خطي فمحصلة التيار الناتج من مصدرين او أكثر مختلفة كلياً عن مجموع التيار الذي ينتج من كل مصدر يشتغل لوحده .

10.5 . نظرية التبادل : The Reciprocity Theorem.

افرض ان كل القوى الدافعة الكهربائية في شبكة صفر ماعدا E_1 ، أن التيار في الشبيكة k سيكون :

$$I_k = \frac{A_{1k}}{D} E_1 \qquad (10.15)$$

من ناحية اخرى اذا اشتغلت E_k في الشبيكة k وكل القوى الدافعة الكهربائية الاخرى تساوي صفراً فالتيار في الشبيكة الاولى هو :

$$I_1 = \frac{A_{k1}}{D} E_k \qquad (10.16)$$

الآن العامل المساعد A_{1k} يحصل عليه بحذف الصف الاول والعمود k من المحدد (10.11) الذي يرمز له بالعلامة $(-1)^{1+k}$ العامل المساعد الآخر A_{k1} يحصل عليه بحذف الصف k والعمود الاول ثم يرمز له بالعلامة $(-1)^{k+1}$ ولكن هاتين العمليتين ينتجان نتائج مطابقة ، ولعلاقة عامة فأن $z_{jk} = z_{kj}$ تجعل عناصر اي عمود منفرد تساوي تلك العناصر في الصف المماثل ومن ثم فأن الممانعة الانتقالية من شبيكة الى أخرى هي نفسها في كلا الاتجاهين . يفسر الناتج عادة كالآتي : اذا سلطت فولتية E في شبيكة واحدة وتسبب تدفق تيار I في الشبيكة k ، فأن الفولتية E المسلطة في الشبيكة k ستسبب تياراً مشابهاً I يتدفق في الشبيكة الاولى .

10.6 . مصادر التيار والفولتية المكافئة :

(Equivalent Voltage and Current Sources)

ان المفهوم المثالي لمصدر بلا ممانعة وبقوة دافعة كهربائية هو مفهوم شائع ، وكذلك مفيد في فهم مصدر تيار يجهز تياراً باتساع ثابت بغض النظر عن الفولتية التي تشتغل به . ان قوة دافعة كهربائية على التوالي مع ممانعة مكافئة بالضبط عند طرفيها الى مصدر لتيار على التوازي مع ممانعة كما مبين في الشكل 10.3 . في تحليلات الدائرة وبالخصوص في استعمال الدوائر المكافئة من الملائم عادة ابدال احدى هذين التمثيلين بالآخر .

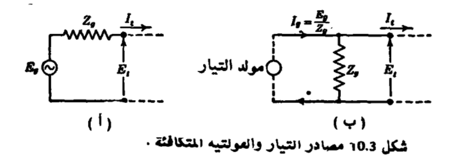
المكافيء الطرفي للمصدرين في الشكل 10.3 يمكن تمثيله بسهولة ، وفولتية الطرف في الشكل 10.3 أ يمكن التعبير عنها كالآتي :

$$E_t = E_g - I_t Z_g \qquad (10.17)$$

حيث ان I_t هو التيار المتدفق عند الاطراف ومن ناحية اخرى فالعلاقة تتحقق بواسطة الدائرة في شكل 10.3 ب ويمكن وضعها بكتابة قانون كرشوف للتيار في العقدة :

$$I_t = \frac{E_g}{Z_g} - \frac{E_t}{Z_g} \qquad (10.18)$$

ولكن اذا ضربت هذه المعادلة بـ Z_g ورتبت ، تكون مطابقة مع المعادلة (10.17) ولهذا فان الشروط الطرفية للدائرتين تفسر بمعادلات متطابقة وان الدائرتين متكافئتان . وبالرغم من انه ينتج من الدائرتين نتائج خارجية متطابقة ، فان العلاقة بين قدرتيهما مختلفة تماماً في الداخل ، ولتوضيح ذلك لاحظ ان مولد الفولتية سيبدد قدرة مقدارها صفر في الممانعة الداخلية عندما تشتغل في دائرة مفتوحة ، من ناحية اخرى ، سيبدد مولد التيار قدرة مقدارها صفر في داخله عندما يكون طرفه دائرة مقصرة .

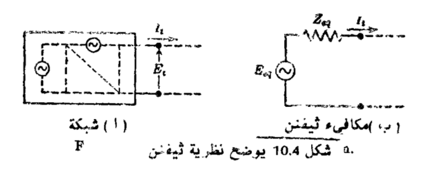


شكل 10.3 مصادر التيار والفولتيه المتكافئة .

10.7 نظرية ثيفنن : (Thevenin's Theorem)

في عدة تطبيقات عملية فان الشبكة الخطية المسلط عليها طاقة من قوة دافعة لمصدر او أكثر تستخدم بالربط بين طرفي مخرجها ، تنص نظرية ثيفنن على ان (عند طرفيها) شبكة كهذه لايمكن تميزها عن مصدر منفرد بقوة كهربائية لها قيمة تساوي فولتية الدائرة المفتوحة بين طرفيها ، والممانعة المكافئة هي الممانعة التي تقاس بين الاطراف اذا مازيلت مصادر الطاقة الداخلية (القوى الدافعة الكهربائية مقصرة الدائرة ومصادر التيار مفتوحة الدائرة) . واذا مارُغب يبدل مصدر الفولتية المكافئة في شكل 10.4 ب بمصدر تيار مكافيء كما مبين في الجزء السابق .

بالرغم من ان مكافىء ثيفنن ينتج عنه النماذج الخارجية الصحيحة فأن علاقات قدرته الداخلية يمكن ان تكون مختلفة كلياً عن الشبكة التي بدلت مكانها . ان تبدد الطاقة في الممانعة المكافئة لدائرة ثيفنن ليست الطاقة نفسها المبددة في مقاومات الشبكة الحقيقية .



F

شكل 10.4 يوضح نظرية ثيفنن

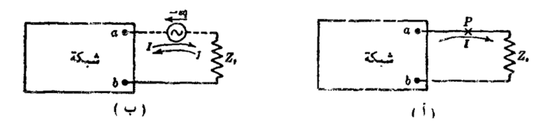
ان نظرية ثيفنن تتبع مباشرة مبدأ التراكب . افرض ان الشبكة منتهية بممانعة Z_t عبر الاطراف كما مبين في الشكل 10.5 ، التيار I سيسري خلال Z تصور الآن ان التوصيل قطع عند النقطة آ ، عبر هذا المقطع ستظهر فولتية الدائرة المفتوحة للشبكة . ان اي مولد له هذه الفولتية يمكن ادخاله في هذا القطع ولا يسبب سريان تيار (انظر شكل 10.5 ب) . نطبق الآن نظرية التراكب ونتصور ان هذا التيار الذي قيمته صفر هو مجموع لمركبتين متساويتين ومتعاكستين ، الاولى هي التيار الاصلي I المسبب من المولدات الداخلية للشبكة والثانية مسببة من المولد المُدخل في القطع ويساوي I ايضاً . لكن التيار الثاني هو معطى بـ :

$$I = \frac{E_{oc}}{Z_t + Z_{ab}} \qquad (10.19)$$

حيث ان Z_{ab} هي الممانعة الممثلة بالشبكة عند الطرفين ab وهذا يساوي التيار الذي يسري في الدائرة الاصلية للشكل 10.5 أ ومعبر عنه بدلالة فولتية الدائرة المفتوحة وممانعة الشبكة كما ترى من الطرفين وبالاضافة الى ذلك فهو التعبير نفسه بالضبط الذي حسبناه من مكافىء ثيفنن في الشكل 10.4 ب ، وبـ $Z_{eq} = Z_{ab}$ ، ولهذا فأن مكافىء ثيفنن في الشكل 10.4 يعطي الناتج الصحيح .

مسألة : نظرية التعويض(The Compensation Theorem) توفر طريقة لحساب التغير في التيار في اي قسم من الشبكة المتسبب من ادخال ممانعة اضافية ΔZ في احد الفروع . ان التيار المتدفق اصلاً في الفرع المغير سيرمز له بـ I ، وبناء

على النظرية ، فأن التغير في التيار يساوي التيار الذي ينتج من قوة دافعة كهربائية تساوي $-I\cdot\Delta Z$ وتشتغل على التوالي مع الفرع المغير . استعمل نظرية ثيفنن لتبيان ان نظرية التعادل تعطي التغير الصحيح للتيار في الفرع المغير .



شكل 10.5 اشتقاق لنظرية ثيفنن من نظرية التراكب .

10.8 . انتقال القدرة القصوى : Maximum Power Transfer.

ان الشروط لانتقال القدرة القصوى من المصدر الى الحمل شرحت في الجزء 7.7 بافتراض ان المصدر مكون من قوة دافعة كهربائية ثابتة على التوالي مع ممانعة ثابتة ، وان الحمل له ممانعة يمكن ضبط كل من اتساعها وزاوية طورها ويبين أيضاً بأن القدرة القصوى ستمتص من قبل الحمل عندما تكون ممانعتها هي المرافق المركب (Complex Conjugate) لممانعة المصدر وبالموائم المرافق (Conjugate Match)، الممانعتان لهما مركبتان مقاوميتان متساويتان والمفاعلتان ستكونان متساويتين ولكن اشارتهما متعاكستين . ان كفاءة انتقال القدرة هي 50 بالمئة فقط تحت هذه الظروف وهذه خسارة لايمكن التسامح بها عند نقل طاقة وبكميات كبيرة ، ونتيجة لهذا فأن انظمة القدرة تشتغل بممانعات حمل اكبر بكثير من ممانعة المصدر وهكذا تتحسن الكفاءة الى قيمة عالية ، ولا يوجد محاولة لسحب قدرة قصوى من المصدر ، ولكن اذا كانت القدرة صغيرة كما في نظم المواصلات فمن الممكن ان يكون اكثر اهمية الحصول على قدرة قصوى من الاجهزة المتوفرة اكثر اهمية ان يُقتصد بالفقد ، لذا تستخدم الشروط التي تقرب من انتقال القدرة القصوى عادة .

في بعض الاحيان تكون زاوية الطور للحمل ثابتة ويمكن تغيير اتساعه (مثلاً بواسطة المحولة) ، في هذه الحالة يحصل اعظم انتقال قدرة عندما يكون اتساع الحمل مساوٍ الى اتساع ممانعة المصدر .

ارمز للقوة الدافعة الكهربائية للمصدر بـ E ولممانعة المصدر بـ $Z_1 = R_1 + jX_1$ وممانعة الحمل بـ $Z_2 = Z_2(\cos\theta + j\sin\theta)$ حيث ان θ هي زاوية الطور لـ Z_2 . القدرة الممتصة في المقاومة $Z_2 \cos\theta$ هي :

$$P_2 = |I|^2 \cdot |Z_2| \cos\theta$$

او

$$P_2 = \frac{E^2 |Z_2| \cos\theta}{(R_1 + Z_2\cos\theta)^2 + (X_1 + Z_2\sin\theta)^2} \quad (10.20)$$

وهذا يكون له اكبر قيمة عند وضع $dP_2/d|Z_2| = 0$ والنتائج في العلاقة :

$$|Z_2|^2 = R_1^2 + X_1^2$$

والتي هي الشيئ نفسه كـ :

$$|Z_2| = |Z_1| \quad (10.21)$$

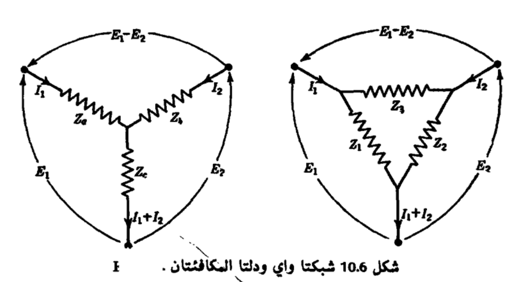
هذه هي النتيجة التي اريد برهانها .

10.9 تحويل واي ـ دلتا أو تي ـ باي :

The Wye-Delta, or T-π ,Transformation.

يقال عن شبكتين بأنهما متكافئتان عند تردد معين اذا اجريت الاختبارات الكهربائية بين الاطراف عند هذا التردد بحيث لايمكن التمييز بين الشبكتين . ان الشبكات الثلاثية الاطراف واي (Wye) ودلتا (Delta) المبينة في شكل 10.6 يمكن جعلهما مكافئتين لبعضهما بواسطة اختبار ممانعات احداهما بعلاقة صحيحة مع الممانعات الاخرى . لايجاد العلاقات المطلوبة ، نفرض ان فولتيات الاطراف E_1 و E_2 مسلطة كما مبين في الشكل ، ثم نكتب معادلات التيارات التي تدخل الاطراف لشبكة واي (Wye) يكون لدينا :

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= (Z_a + Z_c)I_1 + Z_cI_2 \\ E_2 &= Z_cI_1 + (Z_b + Z_c)I_2 \end{aligned}\right\} \quad (10.22)$$



شكل 10.6 شبكتا واي ودلتا المكافئتان .

في شبكة دلتا التيار المتدفق الى اسفل خلال Z_1 هو E_1/Z_1 والتيار المتدفق الى اليمين خلال Z_3 هو $(E_1 - E_2)/Z_3$ ، ولهذا فعند نقطة الالتقاء في اعلى اليسار يكون لدينا : ـ

$$\frac{E_1}{Z_1} + \frac{E_1 - E_2}{Z_3} = I_1 \qquad (10.23)$$

وبالتشابه عند نقطة الالتقاء في اعلى اليمين يكون لدينا :

$$\frac{E_2}{Z_2} - \frac{E_1 - E_2}{Z_3} = I_2 \qquad (10.24)$$

ولغرض المقارنة مع معادلات شبكة دلتا نحل المعادلات (10.23) و (10.24) لـ E_1 و E_2 ، والنتائج هي :

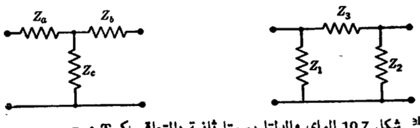
$$\left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{(Z_1Z_2 + Z_1Z_3)I_1 + Z_1Z_2I_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ E_2 &= \frac{Z_1Z_2I_1 + (Z_2Z_3 + Z_1Z_2)I_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{aligned}\right\} \qquad (10.25)$$

بمقارنة معادلات (10.22) و (10.25) يتبين ان معادلات الاطراف للشبكتين متطابقة اذا كان :

$$\left.\begin{aligned} Z_a &= \frac{Z_1Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ Z_b &= \frac{Z_2Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \\ Z_c &= \frac{Z_1Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{aligned}\right\} \qquad (10.26)$$

عندما تكون الممانعات لفروع دلتا معلومة فأن المعادلات السابقة يمكن استعمالها لايجاد واي المكافئة ويمكن ايجاد معادلات التحويل المعاكس من حل المعادلات (10.22) للتيار I_1 و I_2 وبمقارنة النتائج مع المعادلات (10.23) و (10.24) يتبين ان التكافؤ يحصل عليه عندما :

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= \frac{N}{Z_b} \\ Z_2 &= \frac{N}{Z_a} \\ Z_3 &= \frac{N}{Z_c} \end{aligned}\right\} \qquad (10.27)$$



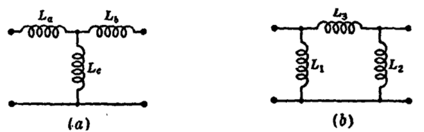
شكل 10.7 الواي والدلتا رسمتا ثانية بالتعاقب كـ T و π

حيث ان $N = Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a$

اذا ماحققت النتائج السابقة فأن الشبكتين ستكون لهما علاقات طرفية متطابقة عند التردد المعين وسيتصرفان بالطريقة نفسها اذا وضعتا في اي دائرة تشتغل عند هذا التردد .

ان الفائدة الرئيسية لدائرة مكافئة هي تبسيط الحسابات . بصورة عامة لاتوجد محاولة لتشيد المكافئة فيزياوياً وفي الحقيقة فأن تشيد المكافيء من عناصر غير فعالة غير ممكن بسبب انه في بعض الاحيان تحتاج الى مقاومات سالبة وكذلك فأن فروع المكافيء يمكن ان تكون دالات للتردد لايمكن تشيدها من شبكة واي غير فعالة والتي تستنتج الخواص الفيزياوية لدلتا معينة عند كل الترددات (ملاحظة مفيدة وشاذة هي شبكة تتكون كلياً من عناصر من النوع نفسه وفي هذه الحالة يمكن تشييد مكافيء جيد عند كل الترددات من عناصر غير فعالة) .

بالرغم من ان الغرائب السابقة تَحدُ من التشيد الفعلي للدوائر المكافئة فهي ليست بالعقبات عند اجراء الحسابات .



Fi شكل 10.8 شبكتان يمكن جعلهما متكافئتين عند كل الترددات (مثال 1) 1).

عند تردد واحد فان ممانعات الدائرة المكافئة ستكون ثابتة ومن ثم فأن المكافيء هو مساعد خصوصي ملائم للحسابات ولبعض الاغراض يكون من الملائم اكثر رسم شبكتي الواي والدلتا بالاشكال المبينة في شكل 10.7 ويدعيان هنا بشبكتي T و π والعلاقات المعبر عنها بالمعادلات (10.26) و (10.27) تسمى عادة تحويل T-π

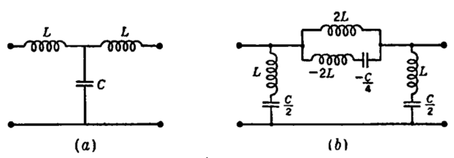
مثال ١ .

الشبكة T للشكل 10.8 أ لها $Z_a = j\omega L_a$ و $Z_b = j\omega L_b$ و $Z_c = j\omega L_c$ وبتطبيق المعادلات (10.27) يتبين ان شبكة π للشكل 10.8 ب بالضبط مكافئة لـ T وعند كل الترددات فيما اذا كان :

$$L_1 = \frac{P}{L_b}, \qquad L_2 = \frac{P}{L_a}, \qquad L_3 = \frac{P}{L_c}$$

حيث ان

$$P = L_aL_b + L_bL_c + L_cL_a$$



شكل 10.9 ان π المكافئة يمكن تحقيقها فيزياوياً بعناصر غير فعالة وعند تردد ثابت (مثال 2) .

مثال 2 .

الشبكة T لشكل 10.9 أ لها $Z_a = Z_b = j\omega L$ و $Z_c = -j/\omega C$ وباستعمال المعادلات (10.27) يتبين ان π المكافئة يكون لها :

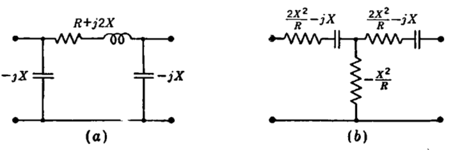
$$Z_1 = Z_2 = j\omega L - \frac{j}{\omega C/2}$$

$$Z_3 = j(2\omega L - \omega^3 L^2 C)$$

ان الحد الثاني لـ Z_3 هو مفاعلة سعوية سعتها تتغير مع مكعب التردد هذه لايمكن الحصول عليها فيزياوياً بعناصر غير فعالة فقط ، ولكن ان كان التردد ثابتاً فأن المفاعلات ستكون ثابتة ويمكن استنساخها بمحاثة وسعة اعتياديتين .

التغيرات المناسبة مع التردد يمكن الحصول عليها بشبكة الشكل 10.9 ب والتي تحتوي على محاثة سالبة ومتسعة سالبة .

ان المحاثة السالبة توفر مفاعلة (سعوية) سالبة وتتناسب سعتها طرديا مع التردد ، وتوفر المتسعة السالبة مفاعلة (حثية) موجبة والتي تتغير سعتها عكسياً مع التردد . لهذا نستنتج ان هذا المكافيء π يمكن الحصول عليه فيزياوياً من عناصر غير فعالة فقط ولتردد ثابت .



شكل 10.10 هذه المكافئة T تحتاج الى مقاومة سالبة (مثال 3) ple3).

مثال 3 .

يبين الشكل 10.10 أ شبكة π التي تشتغل عند تردد ثابت ، ان استعمال المعادلات (10.26) يبين ان T المكافئة هي المبينة في الشكل 10.10 ب ، الفرع على التوازي لـ T هو ممانعة حقيقية سالبة (مقاومة سالبة) وهكذا فأن π المكافئة لايمكن تحقيقها فيزياوياً من عناصر غير فعالة حتى عند تردد ثابت .

الفصل الحادي عشر
الخواص لشبكات رباعية الاطراف غير فعالة
THE CHARACTERISTICS OF PASSIVE FOUR-TERMINAL NETWORKS

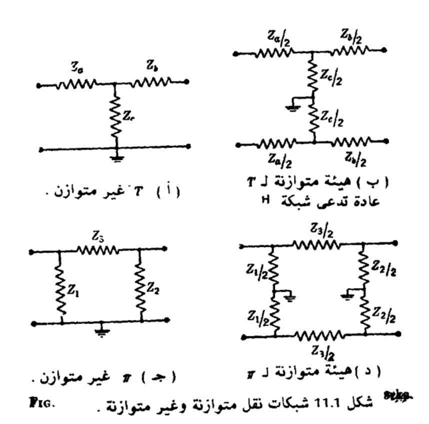
11.1 . مقدمة :

التحليل والتأليف (Synthesis) لكلٍ من شبكتي القدرة والمواصلات (Communication) تعتمد لحد كبير على خواص الشبكة غير الفعالة والتي لها طرفا دخول وطرفا خروج ، تدعى شبكة كهذه باسماء متعددة كشبكة نقل وشبكة رباعية الاطراف او قطب رباعي (Quadripole) او شبكة تقارن او زوج ثنائي الطرف . المحول الاعتيادي الثنائي اللفيفات (Two- Windings) هو شبكة رباعية الاطراف وعليه هو خط نقل ، شبكة اخرى رباعية الاطراف ومهمة هي المرشح (Filter) والذي يصمم لامرار حزم من التردد بصورة طليقة . معادل التوهين (Attenuation Equalizer) هو شبكة يوفر توهيناً بحيث يتغير بطريقة معينة مع التردد ليصحح خواصاً غير مرغوبة للتوهين مع التردد في اجزاء من نظام ، معادل الطور (Phase Equalizer) له خواص مشابهة في احداث خواص طور مرغوبة والموهن (ttenu tor) هو شبكة رباعية الاطراف يوفر كمية من التوهين لجميع مديات الترددات . وشبكة موائمة ممانعة تُوائم ممانعة مصدر الى ممانعة حمل لكي تجعل الانعكاسات اقل مايمكن وتحدث انتقالاً جيداً للقدرة .

كل من الاجهزة السابقة هي رباعية الاطراف ، اضافة الى ذلك فأن سلسلة من اثنين او اكثر منها مربوطة على التعاقب تكون شبكة رباعية الاطراف اكبر وبصفات كلية ترتبط مع صفات الشبكات المنفردة التي تكون الكل . في نظرية الشبكة الرباعية الاطراف هنالك طرقاً ملائمة لتمثيل خواص الطرف استخلصت اولاً وبعد ذلك استنبطت القواعد لربط سلسلة من شبكات رباعية الاطراف بحيث ان الخواص لكل واحدة تساهم منفصلة وبطريقة متوقعة لاداء الكل . يسمح هذا لدالات مختلفة لكي تصمم في وحدات منفصلة وهذه هي اكثر ميزة مرغوبة في نظام معقد واخيراً هنالك طرق انشأت لتأليف شبكات منفردة لتكوين الدالات المختلفة ، وأدى هذا الى مجال واسع وفيه معالجات كبيرة باقية لكي تعرف . من الفروع المختلفة لهذا الموضوع شبكة المرشح الذي من المحتمل ان تكون معروفة

بصورة جيدة وأكثر واحدة ذات فائدة . وسنعتبر شبكات المرشح بعد ذلك ببعض التفصيل .

تشتغل دوائر النقل دائماً وابداً في اول او ثاني علاقتين حديتين بالنسبة الى جهد الارض . واحدة منها يرجع الى مايسمى بالتشغيل المتوازن (Balanced Operation) والاخرى الى التشغيل غير المتوازن (Unbalanced Operation). في النظام المتوازن جانبي دائرة النقل دائماً لهما جهد متساوٍ ومتعاكس بالنسبة الى الارض ولكي يحافظ على هذه العلاقة المتناظرة فان اي جهاز مربوط يجب ان يُدخل ممانعة متساوية في كلا الخطين ويجب ان يظْهر ممانعتين متساويتين للارض . الهوائيات الثنائية القطب وخطوط النقل المتوازي السلك الاعتيادية ودوائر النقل المبينة تخطيطياً في الشكلين 11.1 ب و د هي دوائر متوازنة . دائرة غير متوازنة (وكمثال القابلو المحوري) تشتغل مع جانب مؤرض (Grounded) ، الطريق على هذا الجانب (مثالياً) له الجهد نفسه على امتداد طوله . الشكلان 11.1 أ و جـ يبينان شبكتي نقل غير متوازنتين . التحويل من نظام متوازن الى نظام غير متوازن يتم عادة بمحول عند الترددات الواطئة .



(أ) T غير متوازن .

(ب) هيئة متوازنة لـ T عادة تدعى شبكة H

(جـ) π غير متوازن .

(د) هيئة متوازنة لـ π

FIG. 11.1 شكل 11.1 شبكات نقل متوازنة وغير متوازنة .

تستعمل اطراف شبكات النقل بصورة عامة كازواج (Pairs)، زوج يكون مدخلاً وزوج يكون مخرجاً فأن الشبكات لاتكون عامة دائماً كالشبكة الرباعية الاطراف وهذا هو السبب للاسماء المختلفة الاخرى التي تستعمل غالبا وكمثال شبكة الشكل 11.1 أ هي شبكة نقل حقيقية ولكن تستطيع ان تكون جيدة بثلاثة اطراف فقط وبالرغم من هذا فان الاسم « شبكة رباعية الاطراف » يستعمل غالباً لشبكات النقل بصورة عامة وسنستعمل كل الاسماء بدون تمييز .

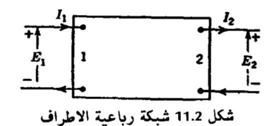
عندما تستعمل الاطراف لشبكة كأزواج فأن العلاقات بين فولتية وتيار المدخل والمخرج هي نفسها سواءً كانت الشبكة متوازنة او غير متوازنة ، حيث ان هذا بصورة عامة لايؤدى الى اي اختلاف في النتائج المحسوبة ومعظم حساباتنا (وللسهولة) ستكون لدائرة من النوع غير المتوازن .

11.2 شبكات متكافئة : Equivalent Networks.

ابسط طريقة لتمثيل خواص الاطراف لشبكة رباعية الاطراف بواسطة دائرة مكافئة مبسطة ، في هذا الجزء سنبين بأنه عند تردد معين فان شبكة T او π هي مكافئة مناسبة .

في الشكل 11.2 الصندوق المعد يؤشر شبكة مخفية وهي خطية غير فعالة ولكن يمكن ان تكون بأية درجة من التعقيد . سترقم النهايتان بـ 1 و 2 وفولتية وتيار الطرفين سترقمان حسب ذلك .

اذا عرفنا تفاصيل الشبكة ، نستطيع كتابة مجموعة من المعادلات مشابهة للمعادلات (10.8) لنربط التيارات في الشبكة وعناصر الممانعة المختلفة والفولتيتين E_1 و E_2 والفولتية الاخيرة يجب ان تكتب كـ $-E_2$ في هذه المعادلات ، حيث ان الاتجاه الموجب للفولتية مبين في الشكل 11.2 كعكس سريان التيار I_2 حول الشبكة (Mesh) . اذا حللنا المعادلات الناتجة للتيارين I_1 ، I_2 سنحصل على علاقات مشابهة لتلك في الجزء 10.3 :



شكل 11.2 شبكة رباعية الاطراف

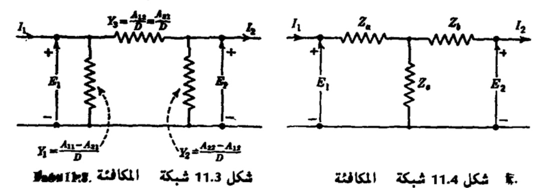
$$I_1 = \frac{A_{11}}{D} E_1 - \frac{A_{21}}{D} E_2 \qquad (11.1)$$

$$I_2 = \frac{A_{12}}{D} E_1 - \frac{A_{22}}{D} E_2 \qquad (11.2)$$

هنا ، كما في الجزء 10.3 ، الرمز D يمثل المحدد (Determinant) المكون من معاملات الممانعة في المعادلات وكل A يمثل العامل المساعد (Cofactor) للصف (Row) والعمود (Column) المؤشر بالرمزين الدليلين . ايضاً سنتذكر بأنه (باستعمال نظرية التبادل (Principle of Reciprocity) العاملين المساعدين تكون A_{12} و A_{21} متساويتان ان الممانعات لعناصر الشبكة ستتغير مع التردد وعليه فان المحدد وعامله المساعد سيتغيران مع التردد في كل من اتساعيهما وزاويتهما ، وسيكونان ثابتين عند تردد واحد . في هذه اللحظة لايهمنا بصورة خاصة المحددات نفسها او تفاصيل العناصر التي تكونها ولكنها توفر نقطة بداية مناسبة في وصف الخواص الطرفية للشبكة .

في التشغيل الاعتيادي لنظم المواصلات ستنتج الفولتية E_1 عن ق . د . ك مسلطة ولكن E_2 هي الفولتية التي ستنتج من سريان التيار I_2 خلال ممانعة الحمل غير معروفة لحد الآن ، $E_2 = I_2 Z_R$ حيث ان Z_R هي الممانعة التي تشتغل فيها الشبكة . في نظام قدرة كل من E_1 و E_2 قد يكونان ناتجين عن تسليط ق . د . ك .

لاحظ الآن بأنه في المعادلتين (11.1) و (11.2) الكميات A/D' لها وحدات مسايرة وان ثلاثة فقط من هذه الكميات ضرورية لوصف العلاقات الطرفية لشبكة و بعد ذلك ، اعتبر شبكة π المبينة في الشكل (11.3) ، التيار I_1 يقترب من نقطة التقاء في الجهة اليسرى يساوي مجموع التيارين اللذين يسريان بعيداً عن نقطة الالتقاء خلال المسايرتين Y_1 و Y_3 . التيار الساري خلال Y_1 هو :



شكل 11.3 شبكة المكافئة

شكل 11.4 شبكة المكافئة

$$Y_1 E_1 = \frac{A_{11} - A_{21}}{D} E_1$$

والساري خلال Y_3 هو :

$$Y_3(E_1 - E_2) = \frac{A_{21}}{D} (E_1 - E_2)$$

بمساواة I_1 بمجموع هذين التيارين نحصل على :

$$I_1 = \frac{A_{11}}{D} E_1 - \frac{A_{21}}{D} E_2 \qquad (11.3)$$

معاملة مشابهة للتيارات الى نقطة التقاء الجهة اليمنى تؤدى الى العلاقة :

$$I_2 = \frac{A_{12}}{D} E_1 - \frac{A_{22}}{D} E_2 \qquad (11.4)$$

هاتان الكميتان هما بالضبط كالمعادلتين (11.1) و (11.2) وعليه فان شبكة π في الشكل 11.3 هي مكافئة عند طرفيها لشبكة الشكل (11.2) .

المسايرات Y_1 و Y_2 و Y_3 ستكون بصورة عامة دالات للتردد وربما دالات معقدة اذا كانت شبكة الشكل (11.2) معقدة وعليه قد لايكون ممكناً جمع مجموعة من العناصر الفيزياوية في هيئة π بحيث ان الـ π تعيد الخواص الطرفية للشبكة الحقيقية عند كل الترددات ، ولكن عند اي تردد ستكون العناصر لـ π ثابتة وعندها تصبح الشبكة المكافئة ملائمة لكي تحل محل الشبكة الحقيقية في الحسابات . الفائدة المناسبة للدائرة المكافئة هي السهولة النسبية لتخيل علاقات الدائرة .

من الانسب لبعض الاغراض ان تكون الشبكة المكافئة على هيئة T كما مبين في الشكل 11.4 ومن الممكن ايجاد العناصر لـ T من تلك لـ π بواسطة تحويل π-T او Δ-Y . هذا التحويل نوقش في الجزء 10.9 .

التكافؤ بين T او π، والشبكة الحقيقية محدد بطريقة بحيث انها بصورة عامة لاتؤثر في الشبكات التي سنعتبرها . تخيلنا الشبكة في الشكل (11.2) كواحدة لها طرفان داخليان وطرفان خارجيان بدون ربط مشترك (Interconnection) خارجي بين الزوجين واذا وجد الربط المشترك الخارجي فانه ليس ضرورياً ان يحدث المكافئين T و π النتائج الصحيحة وكمثال هو شبكتا الشكلين (11.3) و (11.4) لهما ممانعة صفر بين الاطراف السفلية حيث انه ليس ضرورياً ان يكون صحيحاً لشبكة الشكل (11.2) ، ولكن طالما ان الاطراف استعملت في الزوجين المعرفين فان اي اختبار كهربائي يتم عند تردد معين لايكون قادراً على التمييز بين الشبكة الحقيقية ومكافئها T و π

11.3 ممانعتا دائرة مفتوحة ودائرة قصر :

Open- circuit and Short-circuit Impedances.

اكثر طريقة ملائمة للحصول على معلومات عن العلاقات الطرفية لشبكة رباعية الاطراف هي قياس او حساب ممانعتي دائرته المفتوحة او دائرته المقصرة وهذا يوفر معطيات (Data) منها يمكن ايجاد الدائرة المكافئة . الممانعات التي يُرجع اليها هي الآتية :ـ

(1) الممانعة المقاسة عند الجانب 1 عندما يكون الجانب 2 دائرة فتح وهذه سيرمز لها بـ Z_{1o} حيث ان الرمز السفلي 1 راجع الى الاطراف التي عندها تقاس الممانعة والرمز السفلي o، راجع الى الدائرة المفتوحة عند الجانب الاخر .

(2) الممانعة المقاسة عند الجانب 1 عندما يكون الجانب 2 دائرة قصر وهذه سيرمز لها ب Z_{1s} حيث ان الرمز السفلي الثاني راجع الى دائرة القصر عند الجانب البعيد.

(3) الممانعة المقاسة عن الجانب 2 عندما يكون الجانب 1 دائرة فتح ، Z_{2o}

(4) الممانعة المقاسة عند الجانب 2 عندما يكون الجانب 1 دائرة قصر ، Z_{2s}

في اغلب شغلنا القادم سنجد بأنه من الملائم الرجوع الى شبكة T المكافئة وعليه سنعبر الآن عن العناصر للمكافئ T بدلالة ممانعات طرف دائرة فتح ودائرة قصر . اذا رجعنا الى الشكل (11.4) وبالنظر الى الرسم البياني نستطيع ان نكتب :

$$Z_{1o} = Z_a + Z_c \qquad (11.5)$$

$$Z_{2o} = Z_b + Z_c \qquad (11.6)$$

$$Z_{1s} = Z_a + \frac{Z_b Z_c}{Z_b + Z_c} \qquad (11.7)$$

و

$$Z_{2s} = Z_b + \frac{Z_a Z_c}{Z_a + Z_c} \qquad (11.8)$$

بما ان هنالك ثلاث كميات مستقلة يراد ايجادها ، واحدة من هذه المعادلات الاربع يجب ان تكون زائدة (اي انه يجب ان يكون هنالك علاقة بين اربع ممانعات دائرة فتح وقصر) .

بالنظر الى المعادلات يتبين بأن $Z_{1s}Z_{2o} = Z_{1o}Z_{2s}$ وعليه يكون عندنا العلاقة :

$$\frac{Z_{1o}}{Z_{1s}} = \frac{Z_{2o}}{Z_{2s}} \qquad (11.9)$$

ممكن استعمال هذه العلاقة للتحقق من المعطيات (المقاسة او المحسوبة) على ممانعتي الدائرة المفتوحة ودائرة القصر .

الآن باستعمال اول ثلاث معادلات (11.5) الى (11.7) نستطيع ان نحل لعناصر T ، لـ Z_c نحصل على :

$$Z_c = \sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})} \qquad (11.10a)$$

ويمكن الحصول على هيئة بديله لهذه المعادلة باستعمال العلاقة (11.9) لحذف Z_{1s} ، والنتيجة هي :

$$Z_c = \sqrt{Z_{1o}(Z_{2o} - Z_{2s})} \qquad (11.10b)$$

للعناصر الاخرى نستعمل :

$$Z_a = Z_{1o} - Z_c \qquad (11.11)$$

$$Z_b = Z_{2o} - Z_c \qquad (11.12)$$

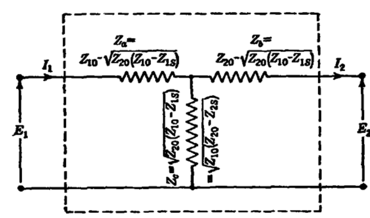
الدائرة المكافئة الناتجة مبينة في الشكل 11.5 واذا عرفت ممانعات الدائرة المفتوحة والمقصرة لشبكة رباعية الاطراف من القياسات او الحسابات فانه يمكن ايجاد المكافيء T ثم يستعمل في الحسابات اللاحقة .

في استخلاص الجذر التربيعي المؤشر في المعادلة (11.10) ، قد يكون هنالك شك في هل تضاف اشارة موجبة او سالبة الى النتيجة فكلاهما سينتجان دائرة مكافئة لها ممانعتا دائرة مفتوحة ومقصرة مناسبتان (واحدة منهما ربما تنتج مقاومة سالبة في الفرع المتوازي ولكن هذا ليس غير اعتيادي في الدوائر المكافئة كما نوقشت في الجزء 10.9) الفرق موجود في حقيقة ان طرفي الاخراج لشبكة ممكن تبديلها بدون التأثير على ممانعتي الدائرة المفتوحة والمقصرة ولكن تغير الموقع **(Transposition)** سيعكس طور المخرج بالنسبة الى المدخل ، ترجع قيمتا Z_c لهذين الاحتمالين وسوف لانعير اهمية لاشارة Z_c، ولكن (في حالة اي شك) يمكن تسوية المسألة باختيار اشارة Z_c بحيث ان الدائرة المكافئة تنتج موقع الطور الصحيح لفولتية اخراج دائرة فتح .

من المناسب لبعض الاغراض ان يكون هنالك علاقات طرفية مكتوبة على هيئة معادلة . بالرجوع الى (11.5) هذه المعادلات هي :

$$Z_{1o}I_1 - \sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}I_2 = E_1 \qquad (11.13)$$

$$-\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}I_1 + Z_{2o}I_2 = -E_2 \qquad (11.14)$$



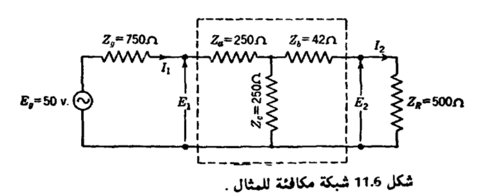
شكل 11.5 مكافيء T مع العناصر معبر عنها بدلالة ممانعات الدائرة المفتوحة والمقصرة للشبكة .

في كل ماتقدم ، المتغيرات الوسطية (Parameters) الثلاث المستقلة مطلوبة لوصف العلاقات الطرفية لكل من الشبكة الحقيقية او مكافئها . ان تبسيطاً اكثر ينتج اذا كانت الشبكة متناظرة بطريقة بحيث يمكن قلبها جانباً بدون تغير صفاتها ، وعندها يكون $Z_{1o} = Z_{2o}$ و $Z_{1s} = Z_{2s}$ ويبقى متغيران مستقلان فقط . المكافيء T عندها سيكون له $Z_a = Z_b$

مثال : الممانعات الطرفية لدائرة مفتوحة ومقصرة لشبكة رباعية الاطراف قيست بواسطة قنطرة ، فأعطت النتائج الآتية :

$Z_{1o} = 500 + j0$ ، $Z_{1s} = 285.5 + j0$ اوم ، $Z_{2o} = 292 + j0$ اوم

و $Z_{2s} = 167 + j0$ اوم . (1) تحقق فيما اذا كانت المعطيات غير متناقضة (Self Consistent) (2) استخرج مكافئاً T لهذه الشبكة (3) احسب التيار الذي سيسري خلال حمل مقاوم 500 اوم مربوط عبر الجانب 2 اذا كانت الشبكة مساقة عند الجانب الآخر بمولد له مقاومة داخلية 750 اوم وفولتية دائرة مفتوحة مقدارها 50 فولت .



شكل 11.6 شبكة مكافئة للمثال .

لايجاد عدم التناقض للمعطيات ، نحسب $Z_{1o}/Z_{1s} = 500 / 285.5 = 1.751$
ونقارن هذا مع $Z_{2o}/Z_{2s} = 292 / 167 = 1.749$ وهذا هو انطباق مقنع .

لايجاد شبكة T المكافئة ، نعوض المعطيات في المعادلات (11.10) الى (11.12) او نستعمل الشكل 11.5 ، الشبكة الناتجة مبينة في الشكل 11.6 ومحصورة بين مستطيل منقط .

التيار الذي سيسري خلال الحمل ممكن ايجاده بتطبيق نظرية الدائرة البدائية على الشبكة في الشكل (11.6) او ممكن ايجاده باستعمال المعادلتين (11.13) و (11.14) الطريقة الاخيرة ستستعمل لغرض التوضيح ومن الواضح ان $E_2 = I_2Z_R$ و $E_1 = E_g - I_1Z_g$ باستعمال هاتين العلاقتين وبالتعويض عن المعطيات العددية ، المعادلتان (11.13) و (11.14) تصبحان :

$$500I_1 - 250I_2 = 50 - 750I_1$$

و

$$-250I_1 + 292I_2 = -500I_2$$

بحل هاتين المعادلتين آنياً لـ I_2 نحصل على :

امبير $I_2 = 0.0135$

11.4 ممانعة جانب الارسال ونسبة تيار المدخل الى المخرج :

Sending-end Impedance and Input-Output Current Ratio.

افرض أن الدائرة المكافئة للشكل 11.5 منتهية على الجهة اليمنى بممانعة Z_R وعندها ممكن ايجاد ممانعة جانب الارسال عند الجانب 1 اما باستعمال العلاقة $E_2 = I_2Z_R$ في المعادلتين (11.13) و (11.14) ونحل للنسبة E_1/I_1 أو ببساطة بجمع الممانعات على التوالي والتوازي في الشكل 11.5 وباستعمال الطريقة الاخيرة عندنا :

$$Z_s = Z_a + \frac{Z_c(Z_b + Z_R)}{Z_c + Z_b + Z_R} \qquad (11.15)$$

بتعويض التعابير لـ Z_a و Z_b و Z_c من المعادلات (11.10) الى (11:12) والتخلص من الكسور ، وجدت نتيجة بأنها :

$$Z_s = Z_{1o}\frac{Z_R + Z_{2s}}{Z_R + Z_{2o}} \qquad (11.16)$$

انه لمن المرغوب ملاحظة كيف ان هذه العلاقة تطبق على خط نقل منتظم .

الخط له $Z_{1s} = Z_{2s} = Z_0 \tanh \gamma l$ و $Z_{1o} = Z_{2o} = Z_0/\tanh \gamma l$

بتعويض هذه العلاقات في المعادلة (11.16) تنتج نتائج متطابقة مع المعادلة (4.42) :

$$Z_s = Z_0 \frac{Z_R + Z_0 \tanh \gamma l}{Z_0 + Z_R \tanh \gamma l}$$

بما ان التيار ينقسم بين الفرعين المتوازيين بنسبة عكسية مع ممانعتيهما ، يحصل على نسبة تيار المدخل الى المخرج للشبكة بالنظر للشكل 11.5 كالآتي

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{Z_c}{Z_b + Z_c + Z_R}$$

او بتعويض التعابير لـ Z_b و Z_c :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}}{Z_R + Z_{2o}} = \frac{\sqrt{Z_{1o}(Z_{2o} - Z_{2s})}}{Z_R + Z_{2o}} \qquad (11.17)$$

المعادلات السابقة لـ Z_s ولنسبة التيار ستستعمل في الفصل القادم عندما نناقش الربط المشترك لشبكة رباعية الاطراف .

11.5 طرق مختلفة للتعبير عن العلاقات الطرفية :

Various Methods of Expressing Termina Relations.

يمكن تحديد العلاقات الطرفية لشبكة رباعية الاطراف باعطاء العناصر لشبكتها المكافئة (كما في مثال الشكل 11.6) وفي بعض الاحيان يكون مناسباً التعبير عن العلاقات الطرفية بهيئة جبرية ، وهذا ماعمل به في المعادلتين (11.13) و (11.14) واللتين كررتا هنا للتذكير :

$$E_1 = Z_{1o}I_1 - \sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}I_2 \qquad (11.18)$$

$$-E_2 = -\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}I_1 + Z_{2o}I_2 \qquad (11.19)$$

هنا الفولتيتان الطرفيتان عبر عنهما بدلالة التيارين I_1 و I_2 وممانعتي دائرة الفتح Z_{1o} و Z_{2o} ويدعى ممانعة ثالثة $\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}$ الاخير في بعض الاحـــيان بـــمـــمانـــعة انـــتـــقال الدائرة الـــمـــفـــتوحة (Open-Circuit Transfer Impcudance) بسبب (مع جانب 2 مفتوح الدائرة) انها نسبة فولتية المخرج E_2 الى تيار المدخل I_1 .

العلاقتان (11.18) و (11.19) يمكن وضعهما بهيئات مختلفة اخرى ، كل من هذه الهيئات تحتوي عل المعلومات نفسها وستعطى هنا واحدة اضافية فحسب لكي يلم القارىء بمظهرها . الهيئة الثانية تنتج من حل ا (11.18) و (11.19) للتيارين وهي تعطي النتيجة الآتية :

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_{1s}} - \frac{1}{Z_{1s}} \sqrt{\frac{Z_{1o} - Z_{1s}}{Z_{2o}}} E_2 \qquad (11.20)$$

$$I_2 = \frac{1}{Z_{1s}} \sqrt{\frac{Z_{1o} - Z_{1s}}{Z_{2o}}} E_1 - \frac{E_2}{Z_{2s}} \qquad (11.21)$$

هذه المعادلات تعبر عن تياري الطرفين بدلالة الفولتين E_1 و E_2 وممانعتي دائرة القصر Z_{1s} و Z_{2s} ومعامل ممانعة ثالثة $Z_{1s}\sqrt{Z_{2o}/(Z_{1o} - Z_{1s})}$ ويدعى الاخير بصورة عامة ممانعة انتقال دائرة قصر بسبب انه عندما تكون اطراف المخرج دائرة قصر مساوية للنسبة بين فولتية المدخل الى تيار المخرج . ان المعادلات السابقة غالباً ماتكتب بدلالة المسايرات بدلاً من الممانعات .

الهيئة الثالثة المعروفة تعبر عن E_1 و I_1 بدلالة E_2 وI_2 . اذا حذف التيار I_1 بين المعادلتين (11.18) و (11.19) ممكن كتابة النتيجة كالآتي :

$$E_1 = \frac{Z_{1o}}{\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}} E_2 + \frac{Z_{1s}Z_{2o}}{\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}} I_2 \qquad (11.22)$$

المعادلة الثانية حصل عليها نتيجة كتابة المعادلة (11.18) بالهيئة :

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}} E_2 + \frac{Z_{2o}}{\sqrt{Z_{2o}(Z_{1o} - Z_{1s})}} I_2 \qquad (11.23)$$

هذه العلاقات اختصرت الى الشكل :

$$E_1 = AE_2 + BI_2 \qquad (11.24)$$

$$I_1 = CE_2 + DI_2 \qquad (11.25)$$

بما انه يمكن لثلاثة عوامل ان تكون مستقلة فانه يجب ان تكون هنالك علاقة بين المعادلات الاربعة A و B و C و D وبالرجوع الى المعادلتين (11.22) و (11.23) يتبين لنا بأن :

$$AD - BC = 1 \qquad (11.26)$$

المعادلتان (11.24) و (11.25) بصورة عامة ملائمتان عندما تتحدد قيمتا E_2 و I_2 المرغوبتين وعندما يراد ايجاد قيمة E_1 الضرورية والتيار الناتج I_1 وهذا هو الوضع الشائع في حسابات نظام قدرة .

11.6. المحول[1] : The Transformer.

المعالجة المعطاة في هذا الجزء تفرض بأن القارئ ملم بالنظرية الاعتيادية لدائرة التقارن وللمحول وقد بحثنا بعض الاحتمالات للدائرة المكافئة بضمنها استعمال دائرة مكافئة كوسيلة لتخيل وحساب الحالات العابرة .

المحول هو شبكة رباعية الاطراف مهمة جداً حيث انه يخدم اغراض تغير مستوى الفولتية وتحويل مستوى الممانعة وتوفير عزل تيار مستمر بين جزئين لدائرة . يستخدم لب مغناطيسي حديدي(Ferromaquetic Core) بصورة عامة عند الترددات خلال المدى السمعي وهذا يحدث اللاخطية (Non-linearity) كذلك فان السعات الموزعة للمحول تحدث تأثيرات مهمة عند الترددات السمعية الاعلى وكل من هذه التأثيرات صعبة التحليل بدقة لسببين ، الاول بسبب الصعوبات الاعتيادية في التحليل اللاخطي والثاني بسبب التعقيد الهندسي للدائرة الموزعة الحقيقية وكلا التأثيرين سيهملان عند بداية التحليل . ومن الممكن رؤية تأثير اللاخطية بعد ذلك بطريقة نوعية و (لحسن الحظ) في التطبيقات الاعتيادية المحول الجيد التصميم لا يكون لذلك اهمية رئيسة ويمكن ان يضاف تأثير السعات بعد ذلك بطريقة تقريبية .

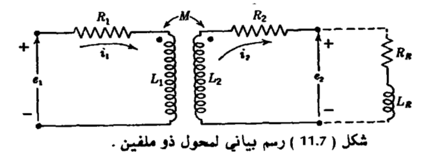
الدائرة المكافئة للمحول مفيدة في تخيل وحساب الحالات العابرة اضافة الى تطبيقه الاعتيادي لحسابات الحالة المستقرة ولتوضيح هذا سنبدأ التحليل من المعادلات التفاضلية للدائرة واستعمال القيم الآنية للفولتية والتيار وسنبدأ بالرسم البياني التخطيطي المبين في الشكل (11.7) والذي يبين اصطلاحات الاتجاه الموجب للفولتية والتيار . القطبية النسبية للملفين مؤشرة بالنقطتين (Dots) ، واذا ازداد التيار في الملف نحو الطرف المنقط على ذلك الجانب فأن الفولتية المحتثة في الملف الآخر ستجعل نقطته موجبة بالنسبة الى الطرف غير المنقط . الآن سنعتبر الفولتية والتيار الآني للمحول ونكتب معادلتي الفولتية حول الدارتين : —

$$\left.\begin{aligned} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} &= e_1 \\ -M \frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} &= -e_2 \end{aligned}\right\} \qquad (11.27)$$

هنا R_1 و L_1 هما على التعاقب المقاومة والمحاثة الذاتية (Self-Inductauce) للملف الاول و R_2 هما الكميتان المماثلتان للملف الثاني ، الكمية هي

[1] (١) هذا الجزء قد يهمل بدون التأثيرعلى استمرارية الكتاب

المحاثة المتبادلة (Mutual Inductance) بين الملفين واذا اشتغل ملف الجهة اليمنى في حمل غير فعال فان العلاقة بين الفولتية e_2 والتيار i_2 ستستخرج من خواص (Character) الحمل . هناك نوع واحد لحمل مبين بربط منقط في (11.7) .

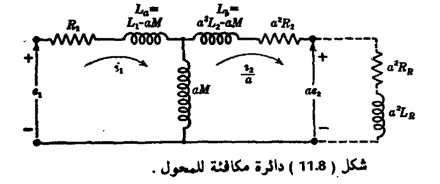


شكل (11.7) رسم بياني لمحول ذو ملفين .

الآن افرض ان الرمز a يمثل اي رقم (احد اختياراتنا لـ a ستكون نسبة اللفات (Turns Ratio) N_1/N_2 ولكن لايتقيد بهذه القيمة والاختيارات الاخرى عادة تكون اكثر فائدة) اضرب وقسم المعادلتين السابقتين بالعدد a بحيث نكتب د :

$$\left.\begin{aligned} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - (aM)\frac{d}{dt}\left(\frac{i_2}{a}\right) &= e_1 \\ -(aM)\frac{di_1}{dt} + (a^2R_2)\left(\frac{i_2}{a}\right) + (a^2L_2)\frac{d}{dt}\left(\frac{i_2}{a}\right) &= -ae_2 \end{aligned}\right\} \quad (11.28)$$

النقطة الآن هي ان هاتين هما بالضبط المعادلتان اللتان يجب ان تكتبا لشبكة الشكل (11.8) والتي تحتوي فقط على رابط ممانعة تقارن موصلية وعليه فأن هذه الشبكة هي دائرة مكافئة للمحول . وبالطبع التكافؤ هو تكافؤ مباشر فقط اذا نظر من الطرفين الى اليسار حيث ان الرقم a هو داخل في التيار والفولتية الثانوية وهذه ستصحح بعد ذلك باستعمال محول مثالي مع الدائرة المكافئة ولكن



شكل (11.8) دائرة مكافئة للمحول .

«Electric Circuits,» by the MIT Staff, p. 385, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1940.

سيهمل هنا . الشكل (11.7) يبين نوعاً خاصاً من حمل لغرض التوضيح . الحمل المطابق لربطه في الدائرة المكافئة ممكن ايجاده كالآتي : مرة اخرى باستعمال المعادلة التفاضلية وبحيث يطبق الاستنتاج للحالات العابرة كما للحالة المستقرة . للحمل الخاص في الشكل (11.7) عندنا $e_2 = R_R i_2 + L_R di_2/dt$ بضرب وتقسيم هذه بالرقم a ، العلاقة بين ae_2 و i_2/a وجدت بانها :

$$ae_2 = (a^2R_R)\left(\frac{i_2}{a}\right) + (a^2L_R)\frac{d}{dt}\left(\frac{i_2}{a}\right)$$

هذا يكون قيمتي الحمل الفعاليتين a^2R_R و a^2L_R اللتان تستعملان لهذا الحمل الخاص في الدائرة المكافئة للشكل (11.8) .

الآن المعادلات التي كتبناها تواً هي عامة جداً وتطبق لاشكال موجات بأية هيئة للحالة العابرة كما للحالة المستقرة ، كذلك فأن الرقم a، يظل غير محدد ويمكن ان يأخذ اية قيمة . هناك خاصة ملائمة هي نسبة اللفات N_1/N_2 حيث ان هذه ستضمن بأن العناصر على التوالي لها محاثات موجبة ، ومن الممكن البرهنة على ان $M = k_1L_1N_2/N_1$ حيث ان k_1 هو جزء من فيض الملف الاول الذي يوصل الملف لثاني[1] .

اعتبارات مشابهة بالنسبة الى الملف الثاني تبين بأن $M = k_2L_2N_1/N_2$ حيث ان k_2 هو جزء من فيض الملف الثاني الذي يوصل الملف الاول . (بضرب هاتين العلاقتين ببعضهما ينتج $M = k\sqrt{L_1L_2}$ حيث ان $k = \sqrt{k_1k_2}$ هو معامل التقارن [(Coefficient of Coupling)] . المحاثة على التوالي في الدارة الاولى ممكن التعبير عنها كالآتي :

$$L_a = L_1 - aM = L_1\left(1 - k_1a\frac{N_2}{N_1}\right) \qquad (11.29)$$

بالتشابه ممكن كتابة المحاثة على التوالي في الدارة الثانية كالآتي :

$$L_b = a^2L_2 - aM = a^2L_2\left(1 - \frac{k_2}{a}\frac{N_1}{N_2}\right) \qquad (11.30)$$

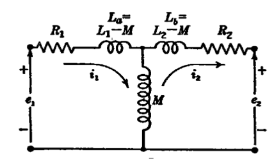
ان قيمة الجزئيين k_1 و k_2 يمكن ان يقتربا من الواحد وعليه فان الاختيار الوحيد لـ a والذي يضمن عدم وجود محاثة سالبة في كلا الموضعين على التناوب هو $a = N_1/N_2$ ، وعليه عندنا $L_a = L_1(1 - k_1)$ ، $L_b = L_2(1 - k_2)(N_1/N_2)^2$ مع هذا الاختيار لـ a ، المحاثة L_a و L_b تدعيان المحاثتين التسربتين (Leakage Inductances) بسبب انهما يتلازمان مع حقيقة ان جزءاً فقط من فيض كل ملف يوصل الآخر وبتقارن مثالي وبدون فيض متسرب فان k_1 و k_2 يجب

(١) كمثال لاحظ :

[1] For example, see "Electric Circuits," by the MIT Staff, p. 385, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1940.

ان يكون كلاهما واحداً والمحاثة التسربية يجب ان تكون صفراً والفيض الملازم مع المحاثة المربوطة على التوازي (aM)، يمثل الفيض المتبادل الذي يوصل كلا الملفين وفي محول ذي قلب حديدي يكون هذا الطريق اكثر خلال اللب ، وعليه فأن هذا الفراغ المتوازي هو عنصر لاخطي في الدائرة الواحدة ومن الواضح انه اذا كان التيار المأخوذ من عنصر التوازي صغيراً بالمقارنة مع ذلك الساري رأساً خلال الدائرة المكافئة فان تاثير اللاخطية سيكون مهملاً ، وهكذا فان اختيار $a = N_1/N_2$ له فائدة اضافية باعطاء معنى فيزياوي واضح لكل من العناصر ويسمح للواحد بتمثيل تأثير المحول على الدوائر التي يلازمها . الدائرة المكافئة على هذه القاعدة يقال احياناً بأنها تختصر المحول الى مكافيء نسبة لفاته واحد الى واحد .

الاختيار $a = N_1/N_2$ مفيد ومنطقي ولكنه هو ليس الوحيد الممكن عمله ، وكمثال نستطيع اختيار a نوعاً ما اكبر من N_1/N_2 بحيث يصبح L_a بالمعادلة (11:29) صفراً بالضبط وهذا الاختيار يزيد L_b ويضع كل المحاثة التسربية على الجانب الايمن من الدائرة المكافئة كما يمكن اختيار a، اصغر نوعاً ما من N_1/N_2 يجعل L_b بالضبط صفراً وعليه وضع كل المحاثة التسربية على اليسار ، الفائدة من وجهة النظر هذه ستناقش في فقرة قادمة .

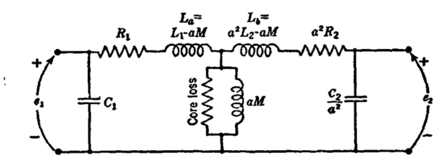


شكل 11.9 دائرة مكافئة مع العدد a اختير مساوياً الى الواحد .

الاختيار المدهش لقيمة a هو واحد ، وهو الذي يـ سر الدائرة المكافئة لتلك المبينة في الشكل 11.9 وهنا الفولتية والتيار عند طرفي الخروج مساويان بدقة لفولتية وتيار المحول الحقيقي ، والدائرة هي مكافيء حقيقي من اي جانب . هذه الدائرة المكافئة مفيدة بصورة خاصة في المحولات التي يكون تقارنها ضعيفاً بدرجة كافية بحيث ان المحاثتين $L_1 - M$ و$L_2 - M$ موجبتان ولمحولات تقارنها اكثر وخاصة عندما لاتكون نسبة اللفات غير قريبة من الواحد ، فان واحداً من

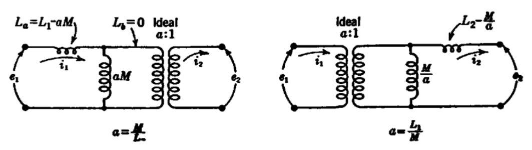
هذه المحاثات او كلها ستصبح سالبة وهذا لا يعرض اية صعوبات نظرية للحسابات النظرية ولكن تجعل التخيل صعباً وفيزياوياً فأن تأثير المحاثة السالبة ممكن الحصول عليه عند تردد منفرد باستعمال مفاعلة حثية ولكن الممانعة لمحاثة سالبة حقيقية يجب ان تتغير مع التردد كـ $-j\omega L$ في حين تلك للسعة هي $-j/\omega C$ وعليه فأن استعمال متسعة لا يوفر تكافؤاً صحيحاً لتشغيل غير جيبي (Nonsinusoidal) او للحالات العابرة .

سعات اللفيفات الموزعة (التي اهملت لحد الآن) ممكن اخذها بنظر الاعتبار الآن بطريقة تقريبية وذلك باظهارها كسعات مكتلة عبر كل ملف وهذا مشابه لتمثيل خط نقل بدائرة قصر بدائرة LC متوازية بسيطة (التقريب المقنع جيداً الى الترددات لحد او ابعد نوعاً ما من رنين عكسي) . بالاضافة الى ان فقد القلب ممكن تمثيله تقريباً بمقاومة مربوطة عبر فرع التوازي في الدائرة المكافئة والدائرة المكافئة الناتجة مبينة في (11.10) . ممانعة السعة الثانوية حولت بالعامل a^2 وعليه فالسعة نفسها حولت بالعامل $1/a^2$ السعة الموجودة بين لفيفة واخرى غير ظاهرة وهذا قد يعدل نوعاً ما من التشغيل بتوفير طريق غير المحاثة المتبادلة والذي بواسطته تسري الطاقة خلال المحول واذا كان هذا الطريق ضرورياً فمن الممكن ان يحول الى الارض وذلك بوضع درع موصل مؤرض حول كل لفيفة .



شكل (11.10) دائرة مكافئة مع تأثير سعات اللفيفة وفقد القلب ممثل بصورة تقريبية .

المحولات في مدى التردد السمعي بصورة عامة لها قلوب مغلقة كلياً من مادة حديد مغناطيسي ، واذا استعملنا الدائرة المكافئة للشكل (11.10) مع $a = N_1/N_2$ فان العناصر المختلفة في الدائرة تصبح مهمة في مديات الترددات المختلفة وعند الترددات الواطئة فأن المحاثات التسربية والسعات لها تأثير مهمل ولكن التيار الساري في فرع التوازي يصبح كبيراً بدرجة كافية ليصبح مهماً وفي مدى الترددات الوسطية يمكن اعتبار المحول مثالياً بتقريب جيد جداً . عند



شكل (11.11) مثالان لرباعي أطراف حقيقي مكافئان للمحول .

ترددات اعلى يمكن اهمال التيار المأخوذ بفرع التوازي ولكن السعات والمحاثات التسربية تصبح مهمة ويحدث التأثير الاساسي هو الرنين الذي غالباً بين السعة الثانوية والمحاثات التسربية وكلما ارتفع التردد فوق الرنين فأن السعة الثانوية تقصر دائرة طرفي الاخراج بسرعة في ماعدا الحالة عندما يختار العدد a مساوياً الى الواحد فأن الدوائر المعطاة سابقاً متكافئة فقط عند طرفي الابتداء (Primary Terminals) حيث ان فولتية الاخراج والتيار للشبكة يجب (على التوالي) ان يقسمان وينضربان بـ a للحصول على كميات الاخراج الحقيقية للمحول الحقيقي ويمكن الحصول على تكافؤ رباعي الاطراف حقيقي باستعمال محول مثالي في مجموعة مع شبكة مكافئة . المحول المثالي هو الذي له فقد مساوٍ للصفر وله تقارن تام وعليه محاثة تسربية ومحاثة متبادلة غير نهائيتين والمحول المثالي له صفات معروفة جيداً لتحويل الفولتية والتيار بالعكس بعامل مساوٍ لنسبة اللفات ولتحويل الممانعة بمربع هذه النسبة ، ان الدائرة المكافئة في الشكل (11.10) ممكن تقسيمها الى جزئين بخط عمودي عند اية نقطة وادخال محول مثالي بنسبة لفات $a : 1$ بين الجزئين والممانعة الى اليمين من المحول المثالي يجب ان تضرب بالعامل $1/a^2$ للحصول على التكافؤ ، وعندها تكون الدائرة مكافئة للمحول الحقيقي من كلا الطرفين .

هنالك مثالان مفيدان لهذا هما المبينان في الشكل (11.11) . المقاومات والسعات حذفت من هذين التوضحين للسهولة (اذا رغب في ذلك) مقاومات اللفيفات يمكن اضافتها بعد ذلك على التوالي مع الاطراف ، في اول دائرة مكافئة المحول المثالي وضع على اليمين والكمية اعطيت لها قيمة خاصة :

$$a = \frac{M}{L_2} = k_2 \frac{N_1}{N_2}$$

حيث ان k_2 هو جزء من الفيض الثانوي الذي يصل الابتدائي ، وكما مبين بالمعادلة (11.30) هذا الاختيار لـ a يجعل L_b مساوٍ الى الصفر ويضع المفاعلة

التسربية كلها على اليسار من فرع التوازي . واذا اشتغل المحول خارج شبكة النقل الذي (في تصميمه) يجعل استعمال المحاثتين L_a و aM ممكناً فأن التأثير الوحيد الباقي للمحول هو لمحول مثالي . انه لمن المثير ملاحظة ان القيمة السابقة لـ a هي بالضبط نسبة دائرة الفتح E_1/E_2 عندما يجهز الجانب 2 بالطاقة وهذه النسبة تقترب من القيمة N_1/N_2 . كلما اقترب k_2 من الواحد .

في الدائرة الثانية للشكل (11.11) ووضع المحلول المثالي على اليسار والكمية اعطيت القيمة :

$$a = \frac{L_1}{M} = \frac{1}{k_1}\frac{N_1}{N_2}$$

حيث ان k_1 هو الجزء من الفيض الابتدائي الذي يوصل الثانوي وهذه القيمة لـ a هي نسبة دائرة الفتح E_1/E_2 عندما جهز الجانب 1 بالطاقة وحسب المعادلة (11.29) هذا الاختبار لـ a يجعل L_a مساوياً للصفر ويضع كل المفاعلة التسربية على اليمين . والان اذا اشتغل المحول في شبكة اخرى تستطيع استعمال المحاثتين في اداء عمله فأن التأثير الباقي هو لمحول مثالي .

مسائل

1 . ممانعات دائرة الفتح والقصر الآتية قيست على شبكة رباعية الاطراف :

$Z_{1o} = 2,590 + j0$ اوم ، $Z_{1s} = 2,015 + j0$ اوم ، $Z_{2o} = 1,300 + j0$ اوم و $Z_{2s} = 1,010 + j0$ اوم

أ . تحقق من عدم تناقض المعطيات .

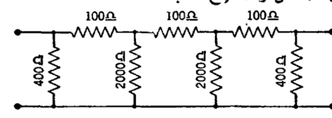
ب . استخرج شبكة T المكافئة .

حـ . ربطت مقاومة 1500 اوم عبر الجانب 2 وسيق الجانب 1 بمولد له ق . د . ك داخلية 50 فولت جـ . م . ت وله مقاومة داخلية 1,000 اوم ، احسب تياري المدخل والمخرج للشبكة .

2 . اعطيت شبكة المقاومة المبينة في الشكل P2 :

أ . احسب ممانعات دائرة الفتح والقصر للشبكة واستخرج المكافي T .

ب . مقاومة 460 اوم ربطت عبر الجانب 2 . الشبكة مساقة عند الجانب 1 بمولد له ق . د . ك داخلية 25 فولت جـ . م . ت ومقاومة داخليـة 460 اوم احسب تياري المدخل والمخرج للشبكة .



شكل P2 شبكة مقاومة .

3 . شبكة مفاعلة لها ممانعات دائرة الفتح والقصر الاتية :

$Z_{1s} = Z_{2s} = j378$ و $Z_{1o} = Z_{2o} = j425$ اوم . مع الجانب 2 دائرة مفتوحة وفولتية مسلطة على الجانب 1 E_2 هي مختلفة الطور مع E_1 بـ 180° :ـ

أ . استخرج الدائرة T المكافئة .

ب . مقاومة 400 اوم ربطت عبر الجانب 2 واذا كانت $E_1 = 10\underline{/0^\circ}$ فولت جد اتساع وطور I_1 و I_2 .

حـ . احسب ممانعة جانب الارسال للشبكة للشروط في الجزء ب .

د . احسب الممانعة الانتقالية بين فولتية جانب الارسال والحمل لشروط الجزء ب $(Z_{tr} = E_1/I_2)$.

4 . أ . جد الثوابت A و B و C و D للشبكة في المسألة 1 وأكتب معادلات A و B و C و D عددياً لهذه الشبكة .

ب . اذا كانت $Z_R = 400 + j0$ اوم و $I_2 = 2.00$ فولت ماذا يجب ان تكون قيمتا E_1 و I_1 ؟

5 . الاختبارات الآتية اجريت على شبكة رباعية الاطراف (راجع الشكل 11.2 والمعادلتان (11.24) و (11.25) » ، مع الجانب 2 مفتوح و $E_1 = 10.0$ فولت ، 0.166 امبير I_1 و $E_2 = 6.73$ فولت وكلا الكميتين لهما الطور نفسه مع E_1 . مع الجانب 2 دائرة قصر و $E_1 = 10.0$ فولت ، $I_1 = 0.199$ امبير و $I_2 = 0.0486$ امبير كلا الكميتين لهما طور E_1 نفسه .

أ . جد الثوابت A و B و C و D للشبكة واكتب معادلات A و B و C و D عددياً . حقق معطيات الاختبار باستخراج هل ان الثوابت تتوفر علاقة ملائمة بينها .

ب . لـ $I_2 = 0.025$ امبير و $Z_R = 300 + j0$ اوم ماذا يجب ان تكون قيمتا E_1 و I_1 ؟

6 . الاختبارات الآتية اجريت على شبكة رباعية الاطراف يعرف بأنها تحتوي على مقاومات فقط : مع كلا الجانبين دائرة قصر فأن الممانعة المقاسة عند الطرف الآخر 7.5 اوم . سلطت فولتية 10 فولت على الجانب 1 واحدثت تيار دائرة قصر مقداره 0.167 امبير عند الجانب 2 . استخرج شبكة π المكافئة .

7 . أ . استخرج الشبكة المكافئة T للمسألة 6 .

ب . مقاومة 10 اوم ربطت عبر احد جانبي الشبكة وربط مولد مع $E_g = 5.0$ فولت و $Z_g = 20$ 0 اوم الى الجانب الآخر . باستعمال المكافئ T ، احسب تياري المدخل والمخرج للشبكة .

8 . محول هوائي القلب له الثوابت الآتية : $N_1 = 120$ لفة ، $N_2 = 240$ لفة ، $R_1 = 1.26$ اوم و $R_2 = 2.52$ اوم و $L_1 = 0.0410$ هنري و $L_2 = 0.164$ هنري ، ارسم الدائرة المكافئة ، اولاً استعمل $a = 1$ ومن ثم استعمل $a = N_1/N_2$.

9 . اعد المسألة 8 مستعملاً $M = 0.0736$ هنري . ماهو معامل التقارن لهذه القيمة لـ M ؟

10 . اعد المسألة 8 مع $M = 0.0368$ هنري ولكن اختر الكمية a بحيث يجعل $0 =$ ه

11 . محول له $L_1 = 0.20$ هنري ، $L_2 = 1.80$ هنري و $N_2/N_1 = 3$ ومعامل التقارن $k = 0.950$. خطط الدائرتين المكافئتين المشابهتين للشكل 11.11 معطياً قيم كل العناصر .

الفصل الثاني عشر

التشغيل الصوري والمتكرر لشبكات رباعية الاطراف

THE IMAGE AND ITERATIVE OPERATION OF FOUR- TERMINAL NETWORKS

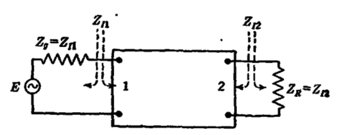
12.1 . الممانعتان الصورية والمتكررة :

The Image and Iterative Impedances.

تربط شبكات النقل عادة على التعاقب كما مبين في الشكل 12.2 حيث ان مخرج احداها يغذي مدخل التاليه ومن المهم في هذا الربط ان تشتغل في ممانعات ملائمة حتى تغطي شروط انتقال اعلى قدرة تقريباً على مدى الترددات المرسلة ويجب اختيار ممانعات الاطراف بطريقة منسجمة حتى يمكن التنبؤ بالعلاقات الطرفية لكل شبكة بصورة منفصلة ولكي تساهم بصورة بسيطة في اداء سلسلة الشبكات بصورة كلية .

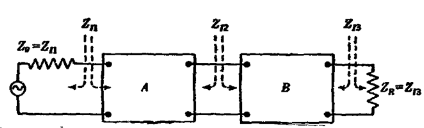
من الضروري من وجهة نظر القدرة تبديل قيمة الممانعة في السلسلة عند الضرورة لمواءمة الممانعات وهذه الشروط تتحقق بواسطة مايسمى ربط الممانعة صورياً (Image – Impedance) وهذا الربط مبين لشبكة واحدة في الشكل 12.1 وهنا تشتغل الشبكه في ممانعة Z_o والى ممانعة Z_R والتي تم اختيار كل منها بحيث ان (لكل زوج من الاطراف) الممانعة نفسها عند النظر من كلا الاتجاهين ، تدعى ممانعة احد الاتجاهين بصورة الآخر وهذه الممانعات سيرمز لها بحرف سفلي I « للصورة » وبحرف سفلي اضافي لتبيان الاطراف عند الحاجة . ان نظام المواصلات يشتغل عادةً بحيث تكون الممانعات الصورية حقيقية تقريباً على مدى التردد الذي يرسل وتحت هذه الظروف فأن الانتهاء الصوري (Image Termination) هي المواءمة المرافقة (Conjugate Match) نفسها والتي تؤدي الى انتقال قدرة قصوى واضافة الى ذلك وبتصميم مناسب للشبكات فانه يمكن تغيير الممانعات الصورية كما يرغب من مجموعة اطراف الى اخرى لاغراض مواءمة الممانعة . يبين الشكل 12.2 شبكتين غير متشابهتين مربوطتين على التعاقب على اساس صوري وممانعة الحمل والمولد ثابتا القيمة . صممت الشبكة A ليكون لها ممانعة صورية $Z_{I1} = Z_o$ عند اليسار وعند الربط بين الشبكتين فأن الممانعتين الصورتين جعلتا متساويتين وصممت الشبكة B ليكون لها ممانعة صورية $Z_{I3} = Z_R$ على اليمين .

هذه الطريقة للربط يمكن تمديدها لسلسلة من اي عدد من الشبكات الرباعية الاطراف . هناك طريقة اخرى لانهاء شبكات رباعية الاطراف هي التي تدعى على الاساس المتكرر (Iterative Basis) . بعض من الشبكات المتعددة المقطع تصمم على هذا الاساس ،وكمثال لذلك موهنات نوع L . ان مفهوم الربط المتكرر مفيد ايضاً للحالات التي تختزل فيها ممانعة الصورة الى ممانعة متكررة .



شكل 12.1 شبكة منفردة رباعية الاطراف منتهية على اساس الصورة .

الشكل 12.3 يبين سلسلة من شبكتين متطابقتين منتهيتين عند كلتا النهايتين على الاساس المتكرر ، ممانعة جانب الاستلام لها قيمة معينة هي Z_{K1} وقد اختيرت بحيث ان ممانعة المدخل للشبكة A' بالنظر الى اليمين تساوي بالضبط Z_{K1} وتشتغل الشبكة A بالممانعة نفسها (ولكونها مطابقة في التركيب مع A) وكذلك تقدم الممانعة Z_{K1} عند طرفي مدخلها (الممانعة اعيدت او كررت) .



شكل 12.2 شبكتان ربطتا بالتعاقب على اساس الصورة . Fig. 12.2.

في التوضيح فأن السلسلة هي مربوطة ايضاً بطريقة متكررة بالنظر في كلا الاتجاهين حيث ان ممانعة المولد لها قيمة معينة Z_{K2} تجعل الممانعة معادة (متكررة) عند النظر باتجاه اليسار من اي زوج من الاطراف ويمكن تمديد الربط المتكرر لسلسلة تتكون من اي عدد من الشبكات على شرط (بالطبع) لها خواص طرفية متطابقة .

اذا كانت الشبكات متناظرة بحيث يمكن تبديل نهاية اي واحدة منها مكان الاخرى بدون تغير في ادائها عندما تكون الممانعتين المتكررتين Z_{K1} و Z_{K2} متساويتين .

الآن وبانتهاء مناسب عند كلا النهايتين فأن الممانعات من اي ملتقى (Junction) تكون متساوية في كلا الاتجاهين وهذا هو الربط الصوري لهذه الشبكات وفي هذه الحالة فأن الاسم المستعمل عادةً هو الممانعة المميزة .

ان خط النقل المنتظم هو مثال معروف لهذا النوع من التركيب ويمكن التعبير عن ممانعات الصورة لشبكة بدلالة ممانعة دائرتها المقصرة والمفتوحة ، ونستعمل لهذا المعادلة (11.16) التي تعبر عن ممانعة المدخل لشبكة بدلالة ممانعة الانتهاء Z_R عند الطرف الآخر وهذه العلاقة كانت :

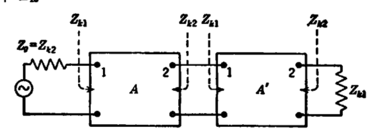
$$Z_s = Z_{1o} \frac{Z_R + Z_{2s}}{Z_R + Z_{2o}} \qquad (12.1)$$

نرجع الآن الى الشكل 12.1 ونستعمل $Z_R = Z_{I2}$ و $Z_s = Z_{I1}$ وعليه (12.1) تصبح :

$$Z_{I1} = Z_{1o} \frac{Z_{I2} + Z_{2s}}{Z_{I2} + Z_{2o}} \qquad (12.2)$$

المعادلة (12.1) يمكن استعمالها ايضاً للحصول على الممانعة التي ترى الى اليسار من النهاية 2 ، ولهذا نعتبر الحمل Z_g ونبدل الرموز السفلية 1 و 2 في المعادلة ، وبعدها وبالنظر من النهاية 2 يكون لدينا لانتهاء صوري :

$$Z_{I2} = Z_{2o} \frac{Z_{I1} + Z_{1s}}{Z_{I1} + Z_{1o}} \qquad (12.3)$$



شكل 12.3 سلسلة لشبكتين منتهيتين بممانعتهما المتكررة عند جانبيهما . 12.8.

المعادلتان (12.2) و (12.3) يمكن حلها آنياً للممانعتين الصورتين وبملاحظة انه من المعادلة (11.9) $Z_{1o}Z_{2s} = Z_{2o}Z_{1s}$ ، فأن النتائج تبسط الى :

$$Z_{I1} = \sqrt{Z_{1o}Z_{1s}} \qquad (12.4)$$

$$Z_{I2} = \sqrt{Z_{2o}Z_{2s}} \qquad (12.4)$$

وهكذا فأن الممانعة الصورية عند كلتا النهايتين هي ببساطة المعدل الهندسي بين ممانعة القصر والفتح عند تلك النهاية ويمكن تذكر علاقة مشابهة اخرى لخط النقل المنتظم الذي كان متناظراً وله ممانعة صورية مساوية للممانعة المتكررة

ويمكن التعبير عن الممانعات المتكررة لشبكة بطريقة مشابهة . نرجع الى الشبكة A في الشكل 12.3 ومرة اخرى نستعمل (12.1) ويكون لدينا هنا $Z_e = Z_{K1}$ عندما $Z_R = Z_{K1}$ وعندها :

$$Z_{K1} = Z_{1o}\frac{Z_{K1} + Z_{2s}}{Z_{K1} + Z_{2o}} \qquad (12.5)$$

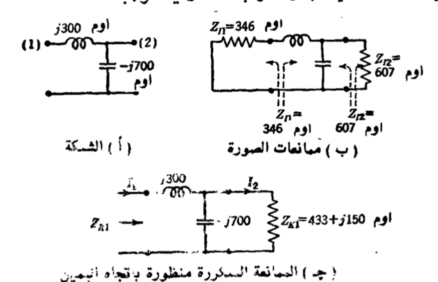
بالحل للممانعة المتكررة المرئية باتجاه اليمين نحصل على :

$$Z_{K1} = \tfrac{1}{2}[(Z_{1o} - Z_{2o}) \pm \sqrt{(Z_{2o} - Z_{1o})^2 + 4Z_{1o}Z_{2s}}] \qquad (12.6)$$

بالتشابه وباستعمال المعادلة (12.1) وبتبديل الرمزين السفليين 1 و 2 ومع Z_e و Z_R الآن كلاهما مساويان لـ Z_{K2} نحصل على الممانعة المتكررة المرئية باتجاه اليسار :

$$Z_{K2} = \tfrac{1}{2}[(Z_{2o} - Z_{1o}) \pm \sqrt{(Z_{1o} - Z_{2o})^2 + 4Z_{2o}Z_{1s}}] \qquad (12.7)$$

بسبب العلاقة $Z_{1o}Z_{2s} = Z_{2o}Z_{1s}$ فأن الكمية تحت الجذر هي نفسها في المعادلتين السابقتين وتوفر الاشارتان $\pm$ ناتجين لكل ممانعة متكررة ويجب اختيار الاشارة التي تجعل المركبة المقاومية موجبة .



شكل 12.4 شبكة للمثال

لشبكة متناظرة لها $Z_{1o} = Z_{2o}$ و $Z_{1s} = Z_{2s}$ فأن الممانعات الاربعة (المتكررة والصورية) تصبح متساوية .

مثال : الشكل 12.4 يبين مثالا لشبكة رباعية الاطراف بسيطة من نوع L وقد سميت كذلك لان عناصرها ربطت لتكون L مقلوبة وبالتمعيص في الشكل نرى ان ممانعتي دائرة القصر والفتح هما $Z_{1o} = 300 - j700 = -j400$ ام و $Z_{1s} = j300$ اوم و $Z_{2o} = -j700$ اوم وعندما تكون النهاية 1 دائرة قصر ندمج العنصرين على

التوازي ونحصل على $Z_{2s} = j525$ اوم وباستعمال العلاقة $Z_{1o}Z_{2s} = Z_{2o}Z_{1s}$
10 للتحقيق ، نجد ان كلا حاصلي الضرب يساوي 210,000 اوم تربيع ومن المعادلة (12.4) نجد ممانعتي الصورة للشبكة وهما :

$$Z_{I1} = \sqrt{(-j400)(j300)} = 346 \text{ اوم}$$

$$Z_{I2} = \sqrt{(-j700)(j525)} = 607 \text{ اوم}$$

الشبكة منتهية كما مبين بممانعتيها الصورية في شكل 12.4 ب وعلى كل جهة تكون الممانعات المرئية عند النظر في الاتجاهات المتعاكسة متساوية ويحصل على الممانعة المتكررة المنظورة باتجاه اليمين من المعادلة (12.6) :

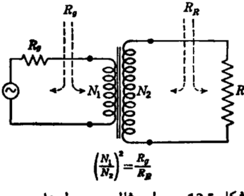
$$Z_{K1} = \tfrac{1}{2}[(-j400 + j700) \pm \sqrt{(j300)^2 + 4(-j400)(j525)}]$$
$$= 433 + j150 \text{ اوم}$$

في الشكل 12.4 جـ الشبكة منتهية بممانعتها المتكررة المنظورة باتجاه اليمين ، وهكذا تنتج ممانعة تساوي بالضبط ممانعة المدخل عند الاطراف في جهة اليسار وبالتشابه فان التعويض في المعادلة (12.7) يبين ان الممانعة المتكررة المنظورة باتجاه اليسار هي $Z_{K2} = 433 - j150$ اوم .

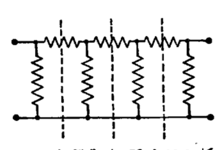
ان توضيحاً بسيطاً ومفيداً لمفهوم الممانعة المتكررة معطى باستعمال محول عند مواءمة مقاومة الحمل الى مقاومة المصدر ، وهذا مبين في الشكل (12.5) حيث ان المحول فرض ليكون مثالياً وله نسبة لفات $N_1/N_2 = \sqrt{R_g/R_R}$.

من طرفي المدخل او المخرج تكون الممانعات المنظورة باتجاهات متعاكسة متساوية . ان المحول يعتبر شبكة رباعية الاطراف منتهية على اساس صوري وبسبب ان الممانعات هي مقاومات بحتة وهذا هو ايضاً شرط انتقال اقصى قدرة .

المحول المثالي يختلف عن اكثرية الشبكات الرباعية الاطراف لان ممانعتيها الصوريتين ليست كميتين ثابتتين ولكن يمكن ان تأخذا اية قيمة مادام ان لهما نسبة $Z_{I1}/Z_{I2} = (N_1/N_2)^2$ والمحول المثالي له ممانعتان متكررتان غير مهمتين هما لدارته المفتوحة ودائرته المقصرة .



شكل 12.5 محول مثالي مربوط على اسس ممانعة متكررة .

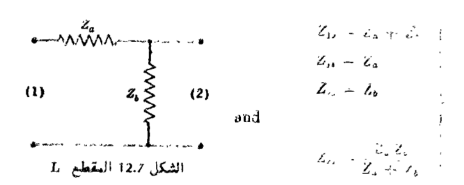

شكل 12.6 شبكة سلمية تكونت من مقطعي L ومقطعي T .

ممانعات المقاطع L و T و π

The Impedances of the L, T, and π sections.

التركيبات المتناظرتين يستعملان عادة في تصميم ... وعليه سوف ... خاصة لممانعتها . احدى هذه التركيبات ... وان تربط عادة مجموعة على التعاقب لتكون ... كما موضح في الشكل 12.6 ويعمل الربط عادة على اسس صورية .

... في الشكل 12.7 وبعمل هذا الشكل يمكن ان نجد الممانعات ... المفتوحة والمقصورة :



الشكل 12.7 المقطع L

and

$Z_{1o} = Z_a + Z_b$

$Z_{1s} = Z_a$

$Z_{2o} = Z_b$

$Z_{2s} = \dfrac{Z_a Z_b}{Z_a + Z_b}$

$$Z_{I1} = \sqrt{Z_a(Z_a + Z_b)} = \sqrt{Z_a Z_b}\sqrt{1 + \frac{Z_a}{Z_b}}$$

... هذه ... في المعادلة (12.4) تعطي ممانعات الصورة :

$$Z_{I2} = \frac{\sqrt{Z_a Z_b}}{\sqrt{1 + Z_a/Z_b}}$$

... المعادلات (12.5) و (12.7) نحصل على الممانعات المتكررة لكل من الاتجاهين :

$$Z_{K1} = \frac{Z_a}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}}\right) \tag{12.11a}$$

$$Z_{K2} = \frac{Z_a}{2}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4Z_b}{Z_a}}\right) \tag{12.11b}$$

والآن نفرض انه بامكاننا ... متطابقين ونربطهما مؤخرة الى مؤخرة في الشكل 12.8 أ ... الشبكة الناتجة بممانعتيها الصورية في كلا النهايتين .

ان التركيب الآن مربوط على اساس صوري في [illegible]
يجمع الفرعان على التوازي وترى بأنها شبكة [illegible] متناظرة [illegible]
عند كل نهاية يحصل عليها باستعمال الرموز في الشكل 12.8 [illegible]
وكمثال ذ استعمل $Z_a = Z_1/2$ و $Z_b = 2Z_2$ [illegible]

$$[illegible] \quad 4Z_2$$

المقطع الكلي يكون متناظراً وله ممانعة صورية [illegible]
فالاسم « ممانعة مميزة » يكون ملائماً . الرمز Z_T [illegible]
الممانعة (الممانعة المميزة) .

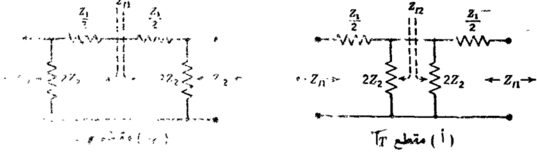
الممانعة الصورية في وسط فرع التوازي يحصل عليها باستعمال [illegible]
وهي :

$$[illegible]$$

بعدئذ تأمل الشكل 12.8 ب الذي يبين المقاطع [illegible]
وهكذا يتكون مقطع π المتناظر .
الممانعة الصورية الان عند النهايتين هي Z_{π} [illegible]
π ، والتي سيرمز لها من الآن ب Z .
الممانعة الصورية في وسط فرع التوالي هي الكمية نفسها التي اعطيناها [illegible]
Z_T . الآن يكون لدينا للممانعات المميزة للمقاطع T و π المتناظرة .

$$[illegible] \tag{12.12}$$

$$[illegible] \tag{12.13}$$



شكل 12.8 تكون مقاطع T و π المتناظرة من مقطعين L .

هاتان الممانعتان تسميان عادة بممانعتي وسط التوالي ووسط التوازي بالتعاقب . شكل 12.9 يبين الشبكة T المتناظرة والشبكة π المتناظرة والشبكة L (نصف المقطع) وتبين ممانعتها الصورية . ان الـ L يمكن بالطبع اعتبارها اي من الحالتين وخاصيتها هي تحويل من ممانعة صورية لوسط التوالي الى وسط التوازي وتستعمل عادةً في تصميم المرشحات

مثال :

مقطع T ، عند تردد معين له $Z_1 = j600$ اوم $Z_2 = -j350$ اوم . الممانعة المميزة للمقطع يحصل عليها من المعادلة (12.12) وهي :

$$Z_T = \sqrt{(j600)(-j350)}\,\sqrt{1+\frac{j600}{4(-j350)}}$$
$$= \sqrt{210{,}000}\,\sqrt{1-0.429}$$
$$= 346 \text{ اوم}$$

مقطع T هذا هو نفسه الذي يحصل عليه من توصيل مقطعين لـ L لهما الثوابت المبينة في الشكل 12.4 أ والقيمة لـ Z_T التي حسبناها الآن مطابقة للممانعة الصورية Z_{T1} وقد حسبت للمقطع L و اذا جزئ فرع التوازي لـ T الى جزئين متوازيين متساويين فأن الممانعة الصورية بين النصفين المتوازيين (الممانعة الصورية لوسط التوازي) ستكون :

$$Z_\pi = \frac{\sqrt{(j600)(-j350)}}{\sqrt{1-0.429}} = 607 \text{ اوم}$$

(أ) مقطع T

(ب) مقطع π

(جـ) مقطع نصف L

شكل 12.9 مقاطع T و π و L

هذه هي الممانعة الصورية Z_{I2} لـ L في الشكل 12.4 .
اذا عمل المقطع π بـ $Z_1 = j600$ اوم و $Z_2 = -j\ 350$ اوم فالممانعة المميزة لهذا المقطع ستكون $Z_\pi = 607$ اوم والممانعة الصورية لوسط التوالي ستكون نفسها كتلك Z_T او 346 اوم .

12.3 ثابتا الانتقال الصوري والمتكرر :

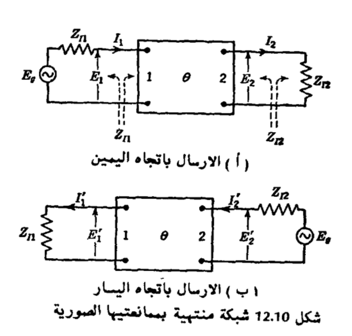
.The Image and Iterative Transfer Constants.

عند دراسة خطوط النقل المنتظمة عرّفنا انتشار الطاقة على خط بدلالة ثابت الانتشار γ الذي قيس لكل وحدة طول ، الجزء الحقيقي رمز له بـ α ويعطي التوهين للموجة المنتشرة والجزء الخيالي β يحدد الطور النسبي للموجة عند اية نقطة . ان ثابت الانتشار يدخل التحليلات بصيغة اسية ، بأخذ حالة بسيطة فأن خطأ منتهياً بممانعته المميزة له فولتية تتغير على الخط $E_s\epsilon^{-\gamma x}$ ، حيث ان x كانت المسافة مقاسة من جانب الارسال . ان خطأ طوله وحدة طول ومنتهياً بممانعته المميزة تكون له نسبة ϵ^{γ} بين فولتية الادخال والمخرج وان خطين متطابقين ذو وحدة طول مربوطين بالتعاقب وبانتهاء مناسب تكون لهما نسبة فولتية كلية $\epsilon^{2\gamma}$ لاحظ خاصية جمع الاسس لربط التعاقب . $\epsilon^{\gamma}\cdot\epsilon^{\gamma} = \epsilon^{\gamma+\gamma} = \epsilon^{2\gamma}$

بطريقة مشابهة سوف نعرف ثابت الانتشار او كما يسمى غالباً بثابت الانتقال للشبكة رباعية الاطراف ويسمى هذا في بعض الاحيان بدالة الانتقال لتبيان انه بصورة عامة دالة للتردد .

ان اداء الشبكة يعتمد بالطبع على انتهائها وان كلاً من نظامين مضبوطين لانتهاء صوري او متكرر يمكن عملهما كاساس لتعريف ثابت الانتقال وان الاشتقاق من الحالة المثالية المعينة يمكن التعبير عنها بدلالة الانعكاسات . اولا سنناقش ثابت الانتقال على اساس النوع المهم وهو الانتهاء الصوري ، ثم سنناقش نوعاً آخراً يرتكز على الربط المتكرر .

الشكل 12.10 أ يبين شبكة تنتهي بممانعتها الصورية وترسل قدرة من النهاية 1 الى النهاية 2 .



(أ) الارسال باتجاه اليمين

(ب) الارسال باتجاه اليسار

شكل 12.10 شبكة منتهية بممانعتيها الصورية

بما ان مستوى الممانعة يمكن ان يختلف عند النهايتين فأن اكثر الاسس فائدة لتعريف ثابت الانتقال هو ليس الفولتية او التيار على حدة ولكن على اسس الفولت ـ امبير ، ان ثابت انتقال الصورة **(Image Transfer Constant)** سيعرف كالآتي :

$$\epsilon^{\theta} = \sqrt{\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2}}$$

حيث ان الفولتيات E's والتيارات I's هي المحصلة عند استعمال الانتهاء الصوري . وبما ان $E_1 = I_1 Z_{I1}$ و $E_2 = I_2 Z_{I2}$ فالمعادلة (12.14) يمكن كتابتها كالآتي :

$$\epsilon^{\theta} = \frac{I_1}{I_2}\sqrt{\frac{Z_{I1}}{Z_{I2}}} = \frac{E_1}{E_2}\sqrt{\frac{Z_{I2}}{Z_{I1}}} \qquad (12.15)$$

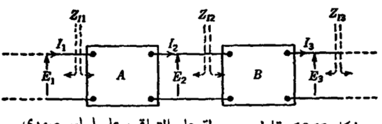
لاي شبكة متناظرة حيث ان $Z_{I1} = Z_{I2}$ فالمعادلة (12.15) تتقلص الى نسبة فولتية او تيار . ان تعريفنا عند تطبيقه على خط نقل منتظم هو التعريف نفسه لثابت الانتشار على الخط ماعدا اننا عرفنا θ هنا على اساس لكل شبكة بدلاً من لكل وحدة طول والمعادلات السابقة يمكن حلها لـ θ معطية :

$$\theta = \log_{\epsilon}\sqrt{\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2}} = \log_{\epsilon}\frac{I_1}{I_2}\sqrt{\frac{Z_{I1}}{Z_{I2}}} \qquad (12.16)$$

بصورة عامة ثابت الانتقال الصوري يكون عددا مركباً :

$$\theta = \alpha + j\beta \qquad (12.17)$$

حيث ان α هو ثابت التوهين الصوري للشبكة بالنيبر و β هي ثابت الطور الصوري من الزوايا نصف القطرية .



شكل 12.11 مقاطع مربوطة على التعاقب على اساس صوري .

انه ليس من الصعب البرهان بواسطة نظرية التبادل على ان ثابت الانتقال الصوري يطبق على نقل القدرة في كلا الاتجاهين ولعمل هذا نعتبر الاتجاهين لخط النقل المبينين في شكل 12.10 أ و ب وبمقارنة النسبة E_1I_1/E_2I_2 للنقل باتجاه اليمين مع النسبة $E_2'I_2'/E_1'I_1'$ للنقل نحو اليسار ومن الشكل 12.10 أ عندنا $I_1 = E_g/2Z_{I1}$ و $E_2 = I_2Z_{I2}$ وعليه :

$$\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} = \frac{E_g^2}{4Z_{I1} Z_{I2} I_2^2}$$

وبازاحة المولد الى جهة اليمين كما في الشكل 12.10 ب عندنا $I_2' = E_g/2Z_{I2}$ و $E_2' = E_g/2$ و $E_1' = I_1'Z_{I1}$ وعليه للنقل في هذا الاتجاه عندنا النسبة :

$$\frac{E_2'I_2'}{E_1'I_1'} = \frac{E_g^2}{4Z_{I1} Z_{I2}(I_1')^2}$$

ولكن من نظرية التبادل فالتيار I_2 12.10 أ يساوي التيار I_1' في شكل 12.10 ب وهكذا فأن نسبتي الفولت امبير متساويتان .

التعريف الاسي لـ θ يجهز خاصية اضافية لثوابت الانتقال للشبكات المربوطة على التعاقب على الاساس الصوري وفي الشكل 12.11 ثابت الانتقال الصوري للشبكة A يعرف بـ :

$$\epsilon^{\theta_A} = \sqrt{\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2}}$$

وللشبكة B، يعرف بـ :

$$\epsilon^{\theta_B} = \sqrt{\frac{E_2 I_2}{E_3 I_3}}$$

حاصل ضرب $\epsilon^{\theta_A}.\epsilon^{\theta_B}$ هو :

$$\epsilon^{\theta_A+\theta_B} = \sqrt{\frac{E_1 I_1}{E_3 I_3}}$$

وهو التعريف المضبوط المطلوب لثابت الانتقال الكلي للشبكتين A و B مربوطتين على التعاقب وطالما ان الربط حفظ كلياً على الاساس الصوري فان ثابت الانتقال الصوري لمجموعة من شبكات النقل على التعاقب هو مجموع انتقالها بصورة فردية :

$$\theta = \theta_A + \theta_B + \theta_C + \cdots \qquad (12.18)$$

ويفصل هذا الى قسم حقيقي وقسم خيالي كما مؤشر في (12.17) ويمكن ملاحظة ان ثابت التوهين الكلي هو مجموع ثوابت التوهين المنفردة وكذلك لثوابت الطور :

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \alpha_A + \alpha_B + \alpha_C + \cdots \\ \beta &= \beta_A + \beta_B + \beta_C + \cdots \end{aligned}\right\} \qquad (12.19)$$

كما ويمكن التعبير عن ثابت الانتقال الصوري ببساطة اكثر بدلالة الممانعة المفتوحة والممانعة المقصرة ، ويعمل هذا بملائمة اكثر بحساب مربع المعادلة (12.15) . ان نسبة التيار الخارج الى التيار الداخل اعطيت (11.17) لشبكة منتهية بممانعة Z_R في جانب الاستلام وباستعمال $Z_R = Z_{I2}$ للانتهاء الصوري ، فأن مربع هذه النسبة يصبح :

$$\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \frac{Z_{1o}(Z_{2o} - Z_{2s})}{(Z_{2o} + Z_{I2})^2}$$

في داخل الاقواس في المعادلة (12.15) نعوض هذه النسبة والعلاقات $Z_{I1} = \sqrt{Z_{1o}Z_{1s}}$ و $Z_{I2} = \sqrt{Z_{2o}Z_{2s}}$ ونحصل على :

$$\epsilon^{2\theta} = \frac{\left(1 + \sqrt{Z_{2s}/Z_{2o}}\right)^2}{1 - Z_{2s}/Z_{2o}} \sqrt{\frac{Z_{2o}Z_{1s}}{Z_{1o}Z_{2s}}}$$

الآن نستعمل المتطابقة $Z_{1o}Z_{2s} = Z_{2o}Z_{1s}$ ونجد ان الكمية تحت الجذر هي واحد ، وكذلك نلاحظ ان المقام $(1 - Z_{2s}/Z_{2o})$ يمكن فكه الى :

$$\left(1 - \sqrt{\frac{Z_{2s}}{Z_{2o}}}\right)\left(1 + \sqrt{\frac{Z_{2s}}{Z_{2o}}}\right)$$

والعامل الثاني في البسط يمكن حذفه ولهذا فأن النتيجة تتبسط الى :

$$\epsilon^{2\theta} = \frac{1 + \sqrt{Z_{2s}/Z_{2o}}}{1 - \sqrt{Z_{2s}/Z_{2o}}} = \frac{1 + \sqrt{Z_{1s}/Z_{1o}}}{1 - \sqrt{Z_{1s}/Z_{1o}}} \qquad (12.20)$$

هذا يعبر عن ثابت الانتقال الصوري بدلالة الممانعة المفتوحة والمقصرة في كلتا النهايتين ، وعلى الرغم من ان النتيجة مفيدة كما فأن تعبيراً اكثر اختصاراً يمكن وجدانه بالحل $\sqrt{Z_{1s}/Z_{1o}}$ والنتيجة تكون :

$$\sqrt{\frac{Z_{1s}}{Z_{1o}}} = \frac{\epsilon^{2\theta} - 1}{\epsilon^{2\theta} + 1}$$

$$= \frac{\epsilon^{\theta} - \epsilon^{-\theta}}{\epsilon^{\theta} + \epsilon^{-\theta}}$$

التعبير الاخير يمكن التعرف عليه كظل زائد القطع وهكذا يكون لدينا :

$$\theta = \sqrt{\frac{Z_{1s}}{Z_{1o}}} = \sqrt{\frac{Z_{2s}}{Z_{2o}}} \qquad (12.21)$$

ان تعبيراً مطابقاً اشتق سابقاً لخط النقل .

ان الاساس المتكرر للربط الموضح في الشكل 12.3 يمكن استعماله ايضاً لتعريف ثابت الانتقال لشبكة . ان الربط المتكرر ينتج عنه الممانعة نفسها منظورة

باتجاه اليمين عند كل الاطراف وهكذا فان التعريف لثابت الانتقال المتكرر مقارن مع المعادلة (12.15) وهو :

$$\epsilon^{P} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{I_1}{I_2} \qquad (12.22)$$

حيث ان P هي ثابت الانتقال المتكرر للنقل الى اليمين وان الـ E's والـ I's هي المحصلة بواسطة التوصيل المتكرر ويمكن استعمال نظرية التراكب لاثبات ان ثابت الانتقال المتكرر هو نفسه لكلا اتجاهي النقل خلال الشبكة ، وبسبب تعريفه الاسي فأن ثابت الانتقال الكلي لسلسلة من الشبكات يساوي مجموع ثوابت الانتقال المتكررة المنفردة . ولشبكة متناظرة فان الممانعة المتكررة والصورية متطابقة وثابت الانتقال هو نفسه لكلا الاساسين .

مثـــال :

ثوابت الانتقال الصوري المتكرر : ان الممانعات الصورية والمتكررة لشبكة L المفاعلة وجدت في مثال الجزء 12.1 والنتائج في الشكل 12.4 وسوف نجد الثوابت الصورية والمتكررة لهذه الشبكة . ان ممانعات الدائرة المفتوحة والمقصرة للشبكة كما تقاس من النهاية 1 هي $Z_{1o} = -j400$ اوم و $Z_{1s} = j300$ اوم ولثابت انتقال الصورة نستعمل المعادلة (12.20) :

$$\epsilon^{2\theta} = \frac{1 + \sqrt{Z_{1s}/Z_{1o}}}{1 - \sqrt{Z_{1s}/Z_{1o}}}$$

$$= \frac{1 + j0.866}{1 - j0.866} = 1.00\underline{/82.0^\circ}$$

وبما ان $\epsilon^{2\theta} = \epsilon^{2\alpha}\epsilon^{j2\beta} = \epsilon^{2\alpha}\underline{/2\beta}$ ولدينا $\epsilon^{2\alpha} = 1.00$ و $2\beta = 82.0^\circ$ فأن $\alpha = 0$ و $\beta = 41.0$ وتساوي 0.715 من الزوايا نصف القطرية . ان ثابت الانتقال الصوري هو $\theta = j\beta = j0.715$ ولتوضيح معنى ثابت الانتقال الصوري ارجع الى الشكل 12.4 ب وافرض ان النهاية 2 منتهية بحمل صوري وهو 607 اوم وان النهاية 1 جهزت من مولد له مقاومة داخلية تساوي ممانعة الصورة عند تلك النهاية (346 اوم) وبناءً على تعريف الفولت ـ امبير لـ ϵ^{θ} المعطى بالمعادلة (12.14) يكون لدينا :

$$\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} = \epsilon^{2\theta} = 1\underline{/82.0^\circ}$$

ان الفولت امبير الخارج يساوي بالاتساع الفولت ـ امبير الداخل وباستعمال المعادلة (12.15) يكون لدينا لنسبة التيار :

$$\frac{I_1}{I_2} = \epsilon^{\theta}\sqrt{\frac{Z_{I2}}{Z_{I1}}} = (1.00\underline{/41.0^\circ})\sqrt{\frac{607}{346}} = 1.325\underline{/41.0^\circ}$$

وهكذا فأن تيار المخرج هو اصغر من تيار المدخل بالعامل ؛ 1.325 / 1 ويتخلف بزاوية 41° وبالتشابه يمكن استعمال المعادلة (12.15) لتبيان ان فولتية المخرج اكبر من فولتية المدخل بالعامل 1.325 وتتخلف بزاوية 41° .

ولثابت الانتقال المتكرر للشبكة نرجع الى الشكل 12.4 جـ ثم باستعمال نظرية الدائرة البسيطة لنسبة التيار يكون لدينا ؛

$$e^{\gamma} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{433 + j150 - j700}{-j700} = 1.00\underline{/38.2^\circ}$$

بالانتهاء المتكرر فأن تيار المخرج له اتساع تيار المدخل نفسه ولكنه مزاح باتجاه التخلف بـ 38.2° . ان ثابت التوهين المتكرر هو صفر وازاحة الطور المتكررة هي 38.2° .

12.4 ثوابت الانتقال وقوانين التصميم لشبكات L و T، و π :

Transfer Constants and Design Formulas for the L, T, and

بسبب الضرورة العملية للمقطع L، ولشبكات T و π المتناظرة سوف نشتق صيغاً مفصلة لثوابت الانتقال شبيهة بتلك الصيغ للممانعات الصورية والمتكررة المشتقة في الجزء 12.2 وسوف يعبر عنها بدلالة ممانعات الفروع المنفردة وعادة و لاغراض التصميم من الملائم ان نعبر عن النتائج بطريقة عكسية اي بالحل لممانعة كل فرع بدلالة ثابت الانتقال والممانعات الصورية والمتكررة وهذه الصيغ للتصميم سوف تشتق في هذا الجزء .

شبكة L ـ انتهاء صوري :

سوف نستعمل رموز الشكل 12.7 حيث ان فرع التوالي رمز له بـ Z_a وفروع التوازي بـ Z_b . من النهاية 1 لذا فان ممانعتي الدائرة المفتوحة والمقصرة للدائرة هما بالتعاقب ؛

$Z_{1s} = Z_a$ و $Z_{1o} = Z_a + Z_b$ وباستعمال المعادلة (12.20) نحصل حالاً على ثابت الانتقال الصوري ؛

$$e^{2\theta} = \frac{\sqrt{1 + Z_b/Z_a} + 1}{\sqrt{1 + Z_b/Z_a} - 1}$$

وبشكل آخر يمكن الحصول عليه من المعادلة(12.21) ؛

$$\tanh \theta = \sqrt{\frac{Z_a}{Z_a + Z_b}} = \sqrt{\frac{Z_a/Z_b}{1 + Z_a/Z_b}}$$

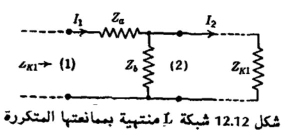
عند التصميم لشبكة L فأن القيم المرغوبة لممانعات الصورة تكون معلومة عادة ويطلب وجدان قيم العناصر Z_a و Z_b وبالرجوع الى الصيغ للممانعات الصورية لشبكة L « المعادلات (12.9) و (12.10) » نرى بأن :

$$\left.\begin{aligned} Z_a &= Z_{I1} \tanh \theta \\ Z_b &= \frac{Z_{I2}}{\tanh \theta} \\ \tanh^2 \theta &= 1 - \frac{Z_{I2}}{Z_{I1}} \end{aligned}\right\}$$

وهكذا

اثنتان من الكميات Z_{I1} و Z_{I2} و θ يمكن تحديدها وبهاتين الكميتين نجد الكمية الثالثة وقيم للعناصر .

شبكة L ـ انتهاء متكرر : شكل 12.12 يبين مقطع L منتهياً بممانعته المتكررة Z_{K1} . تيار المدخل ينقسم عكسياً بالنسبة الممانعات الى وهكذا فان :



شكل 12.12 شبكة L منتهية بممانعتها المتكررة

$$\epsilon^P = \frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_b + Z_{K1}}{Z_b} \qquad (12.26)$$

حيث ان P هو ثابت الانتقال المتكرر للمقطع وبالحل لـ Z_b نحصل على :

$$Z_b = \frac{Z_{K1}}{\epsilon^P - 1} \qquad (12.27)$$

اذا عوضت هذه في الصيغة لـ Z_{K1} المعطاة بالمعادلة (12.11أ) وحلت النتيجة لـ Z_a نحصل على :

$$Z_a = Z_{K1}(1 - \epsilon^{-P}) \qquad (12.28)$$

المعادلتان السابقتان يمكن استعمالهما لوجدان القيم للعناصر عندما تكون الممانعة المتكررة وثابت الانتقال معلومين واذا عكس المقطع L فأن القدرة تسري من النهاية 2 الى 1 ، والصيغ الآتية يمكن اشتقاقها من العناصر :

$$\left.\begin{aligned} Z_a &= Z_{K2}(\epsilon^P - 1) \\ Z_b &= \frac{Z_{K2}}{1 - \epsilon^{-P}} \end{aligned}\right\} \qquad (12.29)$$

حيث ان Z_{K2} هي ممانعة الحمل المنهية للنهاية 1 .

الشبكات T و π المتناظرة :

لايجاد تعبير لثابت الانتقال الصوري لمقطع T ، و π المتناظرين يكفي ان نلاحظ فقط من الشكل 12.8 انه متكون من مقطعين من L والذي له في الرمز الجديد $Z_b = 2Z_2$ و $Z_a = Z_1/2$ وبسبب خاصية الاضافة لثابت الانتقال فأن الـ T والـ π لهما ثوابت انتقال صوري مساو لضعف ذلك لـ L ، وبتبديل الرموز في المعادلات (12.23) و (12.24) نحصل على الصيغ الاخرى لـ T، و π :

$$\epsilon^{\theta} = \frac{\sqrt{1 + 4Z_2/Z_1} + 1}{\sqrt{1 + 4Z_2/Z_1} - 1} \qquad (12.30)$$

طريقة مفيدة اخرى للتعبير عن ثابت الانتقال باستعمال جيب التمام الزائدي القطع ،

$$\tanh\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{Z_1/4Z_2}{1 + Z_1/4Z_2}} \qquad (12.31)$$

بالتعويض من المعادلة (12.30) تبسط النتيجة الى :

$$\cosh\theta = \frac{1}{2}\left(\epsilon^{\theta} + \frac{1}{\epsilon^{\theta}}\right) \qquad (12.32)$$

ويمكن الحصول على صيغ مختلفة باستعمال عدة متطابقات زائدية القطع .

بسبب التناظر لهذه الشبكات فأن ثوابت الانتقال الصوري والمتكرر متساوية وهكذا يمكن تفسير ϵ^{θ} كنسبة فولتية او تيار بشرط ان تكون الشبكة منتهية بممانعتها المميزة :

$$\cosh\theta = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (12:33)$$

بما ان $\epsilon^{\alpha}/\beta = \epsilon^{\alpha}\epsilon^{j\beta} = \epsilon^{\theta}$ فأن القيمة المطلقة لـ (12.30) تساوي ϵ^{α} وزاويتها تساوي β .

$$\epsilon^{\theta} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

يمكن الحصول على صيغ للعناصر Z_1 و Z_2 بدلالة الممانعة المميزة ودالة الانتقال بدمج (12.31) مع الصيغ لـ Z_T و Z_π المعطيتان بالمعادلتين (12:12) و (12.13) وللمقطع T ، نضرب Z_T بـ $\tanh\theta/2$ ونحصل على :

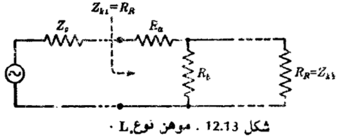
$$Z_1 = 2Z_T\tanh\frac{\theta}{2} = 2Z_T\left(\frac{\epsilon^{\theta} - 1}{\epsilon^{\theta} + 1}\right) \qquad (12.34)$$

بتعويض النتيجة السابقة في التعبير لـ Z_T يعطي :

$$Z_2 = \frac{2Z_T\epsilon^{\theta}}{\epsilon^{2\theta} - 1} \qquad (12.35)$$

ومناظر ذلك للشبكة π ينتج :

$$Z_1 = \frac{Z_T(\epsilon^{2\theta} - 1)}{2\epsilon^{\theta}} \qquad Z_2 = \frac{Z_T}{2}\left(\frac{\epsilon^{\theta} + 1}{\epsilon^{\theta} - 1}\right) \tag{12.36}$$



شكل 12.13 . موهن نوع L .

12.5. الموهنات : Attenuators.

الموهن هو شبكة مقاومية رباعية الاطراف صممت لتجهيز كمية معينة من التوهين بين اطراف مخرجها ومدخلها بحيث تبقى مستوى الممانعة عند قيمة معينة ، بعض الموهنات ثابتة واخرى قابلة للضبط وان الاكثر استعمالاً وهو الـ L و T المتناظرة والسلمية(1) ان الموهن نوع L يشتغل على الاساس المتكرر ، والنوع الشائع هو المبين في الشكل 12.13 وهنا مقاومة جانب الاستلام R_R ، جعلت مساوية للممانعة المتكررة Z_{k1} وهكذا فأن المولد يشتغل في ممانعة بهذه القيمة بغض النظر عن التوهين ولكن في موهن من هذا النوع الممانعة المرئية تتغير مع التوهين . ان صيغ التصميم للاشتغال المتكرر حصلت من المعادلات (12.27) و(12.28) وهي :

$$R_a = R_R(1 - \epsilon^{-P}) \qquad R_b = \frac{R_R}{\epsilon^{P} - 1} \tag{12.37}$$

حيث ان P هو التوهين بالنيبر و ϵ^{P} هو نسبة تيار (او فولتية) المدخل الى المخرج للموهن ، ان التوهين يمكن ان يغير بتبديل R_a و R_b آنياً وهناك طريقة اخرى توفر تغييراً بخطوات محددة يتم بترتيب عدد من المقاطع بحيث ان يمكن ربط اي عدد منها على التعاقب بين المولد والحمل .

(1) للمعلومات لتصميم هذه الانواع وانواع اخرى من الموهنات لاحظ :

P.K. Mc Elroy, «Designing Resistive Attenuating Networks,» Proc. IRE, vol. 23, pp. 213-233, Marcn, 1935.

هذه الورقة ايضاً تناقش موهن مقنطرة T وموهنات T و غير المتناظرة لاشتغال بين ممانعات غير متساوية .

هناك تغييرات اخرى للموهن L ممكنة وكمثال فأن الـ L يمكن ان يشتغل في الاتجاه المعاكس بحيث ان الحمل يجعل مساو الى الممانعة المتكررة الاخرى Z_{K2} ، وكذلك فاذا اريد للمقاومة المرئية من الحمل ان تبقى ثابتة فان شبكة الشكل 12.13 يمكن ان تصمم بحيث ان Z_{K2} توائم ممانعة المولد ، وبعد ذلك فأن الحمل يشاهد الممانعة Z_{K2} ولكن الممانعة المرئية من قبل المولد الآن ستتغير مع التوهين ، اضافة الى ان الكمية ϵ^{P} لاتساوي نسبة تيار المدخل الى المخرج .

مثـــال :

صمم موهناً من نوع L كما مبين في الشكل 12.13 ليشتغل في مقاومة 500 اوم ويجهز توهين 15 ديســـبل . ثابت التوهـــين المتكرر بالنيبـــرات هـــو $P = 15 / 8.68 = 1.727$ وكذلك فان نسبة تيار المدخل الى المخرج المطلوبة هي $\epsilon^{P} = 5.624$ ومن ثم باستعمال المعادلات (12.37) نحسب :

$$R_a = 500\left(1 - \frac{1}{5.624}\right) = 411$$

اوم

و

$$R_b = \frac{500}{5.624 - 1} = 108$$

اوم

ان ممانعة مدخل الموهن ستكون 500 اوم بسبب الانتهاء المتكرر على اليمين وتعتمد الممانعة المشاهدة من قبل الحمل على ممانعة المولد .

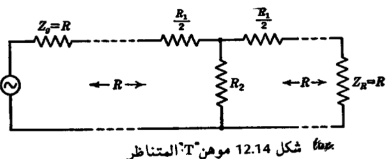
ان شبكة L لها عنصران فقط ولهذا فانها تعاني من عيب اختيار خاصيتين فقط بصورة مستقلة ، وبصورة عامة هاتان الخاصيتان هما : ممانعة المدخل والتوهين تاركة الممانعة المشاهدة من قبل الحمل لتكون على ماتكون عليه .

من جهة اخرى فأن شبكة T المتناظرة يمكن استعمالها لتجهيز ممانعة مدخل بحيث تساوي ممانعة المخرج ، ان تناظر هذه الشبكة يجعل الاشتغال الصوري هو الاشتغال المتكرر نفسه ولتصميم الموهن T المتناظر المبين في الشكل 12.14 نستعمل المعادلات (12.34) و (12.35) وبـ $Z_T = R$ وعليه :

$$\left.\begin{aligned} \frac{R_1}{2} &= R\left(\frac{\epsilon^{\theta} - 1}{\epsilon^{\theta} + 1}\right) \\ R_2 &= \frac{2R\epsilon^{\theta}}{\epsilon^{2\theta} - 1} \end{aligned}\right\} \quad (12.38)$$

حيث ان θ هي ثابت التوهين الصوري (والمتكرر) بالنيبرات و ϵ^{θ} هي نسبة تيار المدخل الى المخرج وكما في الموهن نوع L ، فأن T المتناظرة يمكن ترتيبها بمقاومات قابلة للتغير لتجهيز توهين متغير ، او تربط عدة مقاطع ثابتة على

التعاقب لتجهيز توهين خطوي (Steps of Attenuation) . المقطع π، يمكن جعله ايضاً اساساً لموهن ولكن الـ T تكون عادةً مفضلة بسبب امكانية تغير العناصر بخطوات بواسطة مفاتيح وكل اذرع المفاتيح يمكن ربطها الى نقطة كهربائية مشتركة . ان موهناً من نوع سلمي يعمل من مقاطع متناظرة مربوطة على التعاقب وينهي الحمل احدى النهايتين بممانعته المميزة والنهاية الاخرى تنتهي بمقاومة موازنة تساوي ايضاً الممانعة المميزة .



شكل 12.14 موهن T المتناظر

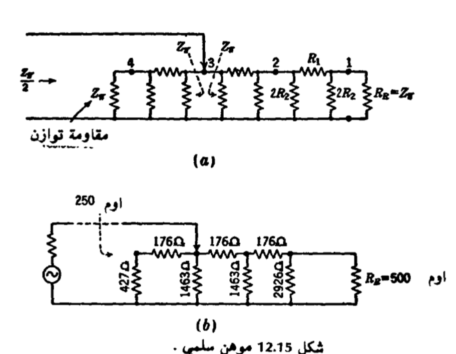
وكمثـــال :

استعمال ثلاث مقاطع π، مبين في شكل 12.15 أ ، المصدر مربوط الى احدى النقاط المرقمة (اعتماداً على التوهين المطلوب) وعند كل نقطة من هذه النقاط (مثال عند النقطة المرقمة 3) الممانعة المرئية من كلا الاتجاهين على السلسلة تساوي Z_π لهذان المساران هما على التوازي كما يشاهدان من المصدر ومن ثم فأن ممانعة المدخل تساوي $Z_\pi/2$ عند اي موضع . في التركيب الحقيقي تجمع العناصر المتوازية لتصبح عنصراً واحداً كما مبين في الشكل 12.15 ب والموهن السلمي يمكن ايضاً ان يعتمد على المقطع T ولكن يحتاج الى عناصر اكثر بعد التجميع . ان صيغ التصميم الملائمة لكل مقطع يحصل عليها من المعادلة (12:36) باستعمال $Z_\pi = R_R$ ثم :

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= R_R\left(\frac{\epsilon^{2\theta}-1}{2\epsilon^{\theta}}\right) \\ 2R_2 &= R_R\left(\frac{\epsilon^{\theta}+1}{\epsilon^{\theta}-1}\right) \end{aligned}\right\} \quad (12.39)$$

حيث ان θ هي ثابت التوهـين لكل مقطـع من الشـبكة وبسبب ان تيار المدخل ينقسم الى جزئين متساويين حيث يسري احد التيارين يذهب الى اليسار والآخر الى اليمين فأن نسبة تيار المدخل الى المخرج هي :

$$\frac{\text{تيار المدخل}}{\text{تيار المخرج}} = 2\epsilon^{N\theta} \quad (12:40)$$



شكل 12.15 موهن سلمي .

حيث ان N هو عدد المقاطع الموجودة بين الحمل والمولد ، والنسبة لتيارات المخرج عند موقعين متتالين هي e^{θ} .

يبين الشكل 12.15 مثالاً عددياً لموهن سلمي صمم لحمل مقاومته 500 اوم لتوهين مقداره 3 ديسبل لكل خطوة ، صيغ التصميم تعطي $R_1 = 176$ اوم و $2R_2 = 2,926$. جمعت العناصر المتوازية المتجاورة والمقاومة 427 اوم على اليسار هي مجموع التوازي للمقاومة الموازنة 500 اوم والفرع الموازي المجاور 2,926 اوم

12.6 . شبكات مواءمة الممانعة : Impedance-matching Networks.

المحول ذو اللب الحديدي هو واسطة مألوفة لمواءمة ممانعات الترددات العالية فأن المحول ذي اللب الهوائي يمكن ان يستعمل ويوالف عادة الى الرنين وهكذا يصبح مناسباً فقط عند حزمة ضيقة من الترددات ، طريقة اخرى للمواءمة عند هذا المدى من التردد تتم باستعمال شبكة رباعية الاطراف تتكون من عناصر مفاعلة لتجنب التبدد بالطاقة ويمكن ان تصمم الشبكة على اسس صورية لتوائم مقاومة المصدر الى مقاومة الحمل وبما ان الممانعات المفاعلة في الشبكات تكون صحيحة عند تردد واحد فأن هذا النوع من الشبكات يكون ملائماً للتشغيل عند حزمة ضيقة معقولة .

ان ابسط شبكة موائمة الممانعة تحتوي على تركيب L المفاعل ، وبعنصريها يمكن ان توائم اي مقاومة واحدة الى اخرى ولكن ازاحة الطور يجب ان يسلم بما ستكون عليه . ان شبكة T غير المتناظرة او شبكة π غير المتناظرة وبثلاثة عناصر يمكن اختيارها لتجهيز اية ازاحة طور مرغوبة بين المدخل والمخرج بالاضافة الى مواءمة المقاومتين . ان T و π غير المتناظرتين سوف لا نشرحها هنا ولكن يمكن ايجادها في الشرح[١] .

ان شبكة نوع L لمواءمة الممانعة مبينة في الشكل 12.16 والمقاومة المربوطة للنهاية 2 يجب ان تكون اكبر من تلك التي تربط عند النهاية 1 ، ولكن هذا بالطبع هو ليس تحديداً حقيقياً حيث ان كلاً من النهايتين يمكن ان تربطا الى المولد واذا كانت ممانعة المولد اعلى من ممانعة الحمل فأن الحمل يربط في النهاية 1 والمولد يربط للنهاية 2 .

نحصل على الصيغ الملائمة للتصميم من المعادلات (12.25) للاشتغال الصوري لشبكة L ولثابت توهين مقداره صفر يكون لدينا :

$$\tanh \theta = \tanh j\beta = j \tan \beta$$

ثم من آخر معادلة من المعادلات (12.25) :

$$j \tan \beta = \pm\sqrt{1 - \frac{R_2}{R_1}}$$

$$\tan \beta = \pm\sqrt{\frac{R_2}{R_1} - 1} \qquad (12.41)$$

حيث ان β هي ازاحة الطور بين المدخل والمخرج (موجب اذا كان المخرج يتخلف عن المدخل) . ثم تصبح المعادلات (12.15) :

(أ) (ب)

شكل 12.16 هيئة بديلة لشبكة مؤائمة ممانعة نوع L .

(١) صيغ وخرائط لتصميم T و π غير المتناظرة يمكن ايجادها في :

F. E. Terman, "Radio Engineers' Handbook," PP. 210-215, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1943.

$$Z_a = \pm jR_1\sqrt{\frac{R_2}{R_1}-1}$$
$$Z_b = \frac{\mp jR_2}{\sqrt{R_2/R_1 - 1}} \qquad (12.42)$$

الاشارات يجب ان تختار معكوسة وكمثال Z_a و Z_b يجب ان تكونا مفاعلتين بنوعين متعاكسين . دائرة الشكل 12.16 أ تفضل عادة بسبب ان محاثة التوالي ومتسعة التوازي تساعدان على منع مرور التوافقيات غير المرغوبة واذا كانت الممانعات التي يراد مواءمتها ليست مقاومات بحتة ، فأن مركباتها المفاعلة يجب ان نحذف اولاً بربط عناصر مفاعلة ملائمة والممانعات المقاومية الباقية يمكن ان توائم بشبكة L .

مثال :

صمم شبكة نوع L للمواءمة بين مقاومة 500 اوم و 100 اوم (اي منهما يمكن ان تكون الحمل والاخرى هي المولد) .

اي كان العمل الذي تقوم بها هذه الشبكة فأن المقاومة الاعلى يجب ان تربط في النهاية 2 في الشكل 12.16 ، نستعمل المعادلات (12.42) ونجد ان :

$$Z_a = \pm j100\sqrt{5-1} = \pm j200 \text{ ohms}$$ أوم

$$Z_b = \frac{\mp j500}{\sqrt{5-1}} = \mp j250 \text{ ohms}$$ اوم

من المعادلة (12.41) :

$$\tan\beta = \pm\sqrt{5-1} = \pm 2$$

$$\beta = \pm 63.4°$$

وهكذا بامكاننا ان نستعمل $Z_a = j200$ اوم و $Z_b = -j250$ اوم وفي هذه الحالة سيتأخر المخرج عن المدخل بـ 63.4 ، او نقدر ان نستعمل $Z_a = -j200$ اوم و $Z_b = j250$ اوم والمخرج يسبق المدخل بـ 63.4 وان ثابت التوهين الصوري هو صفر وهكذا فأن $\theta = j\beta$ و $e^\theta = 1.00\angle\pm 63.4°$

ان نسبة اتساع الفولت ـ امبير للشبكة هي واحد لاشتغال صوري وقدرة المخرج تساوي قدرة المدخل .

مسائل

1 . شبكة رباعية الاطراف لها الممانعات الطرفية الآتية حين تكون النهاية 2 دائرة مفتوحة ، الممانعة عند النهاية 1 هي $600 + j0$ اوم حينما تكون النهاية 2 دائرة مقصرة تكون الممانعة عند النهاية 1 هي $466.7 + j0$ اوم بالنهاية 1 دائرة مفتوحة ، الممانعة عند النهاية 2 هي $300 + j0$ اوم . حينما كانت النهاية 1 دائرة مقصرة الممانعة عند النهاية 2 هي $233.3 + j0$ اوم .

أ . جد الممانعتين الصوريتين للشبكة .

ب . جد الممانعتين المتكررتين في كلا الاتجاهين .

2 . شبكة L (شاهد الشكل 12.7) لها $Z_a = -j\,500$ اوم و $Z_b = j\,1{,}000$ اوم .
جد الممانعة الصورية والممانعة المتكررة للشبكة

3 . شبكة T (شاهد الشكل 12.9) لها $Z_1 = j\omega L$ و $Z_2 = -j/\omega C$

أ . اكتب معادلة Z_T كدالة للتردد .

ب . لـ $L = 0.100$ هنري و $C = 2.0 \times 10^{-6}$ فراد ، ارسم مخططاً للمركبة المقاومية والمركبة المفاعلة لـ Z_T على مدى التردد $1500 > f > 0$ هرتز .

4 . استعمل معلومات المسألة 3 لشبكة π جد وارسم مخططاً لـ Z_π

5 . شبكة L (شاهد شكل 12.7) لها $Z_a = Z_b = 707 + j0$ اوم

أ . احسب الممانعتين الصورية للشبكة .

ب . جد ثابت الانتقال الصوري .

جـ . انهيت الشبكة عند النهاية 2 بـ $Z_R = Z_{I2}$ وعند النهاية 1 سيقت بمولد له $E_g = 10$ فولت جـ . م . ت و $Z_g = Z_{I1}$. احسب القيمة الناتجة لـ E_1 و I_1 و E_2 و I_2 ، احسب نسبة فولتية تيار المدخل الى المخرج وحقق بواسطة الكمية $\epsilon^{2\theta}$

6 . أ . احسب الممانعة المتكررة Z_{K1} للشبكة في المسألة 5 .

ب . اذا كانت $Z_R = Z_g = Z_{K1}$ و $E_g = 10$ فولت ، احسب E_1 و I_1 . و E_2 و I_2 . احسب ثابت الانتقال المتكرر P

7 . شبكة رباعية الاطراف لها ممانعتا الدائرة المفتوحة والمقصرة الآتيـــة :
$Z_{1o} = -j400$ اوم ، $Z_{1s} = j267$ اوم و $Z_{2o} = j600$ اوم و $Z_{2s} = j400$ اوم .
أ . حقق فيما اذا كانت المعلومات صحيحة .
ب . احسب الممانعتين الصورية وثابت الانتقال الصوري .
جـ . انهيت الشبكة عند النهاية 2 بـ $Z_R = Z_{I2}$ ، سيقت عند النهاية 1 بمولد له $E_g = 10$ فولت جـ . م . ت و $Z_g = Z_{I1}$. احسب E_1 و I_1 واحسب E_2 و I_2 من e^{γ} .

8 . شبكة L (شاهد الشكل 12.7) لها $Z_a = j500$ اوم $Z_b = -j1,000$ اوم .
أ . احسب الممانعتين الصورية وثابت الانتقال الصوري .
ب . انهيت الشبكة عند النهاية 2بـ $Z_R = Z_{I2}$ وسيقت بمولد له $E_g = 20$ فولت جـ . م . ت و $Z_{I1} = Z_g$.
احسب E_1 و I_1 واحسب E_2 و I_2 من e^{γ} .

9 . برهن على ان ثابت الانتقال المتكرر P هو نفسه لكلا اتجاهي النقل خلال الشبكة .

10 . برهن على ان العلاقات الآتية تنطبق على شبكة رباعية الاطراف $Z_{1o} = Z_{I1}/\tanh\theta$, $Z_{2o} = Z_{I2}/\tanh\theta$ و $Z_{1s} = Z_{I1}\tanh\theta$ ومن ثم برهن انه اذا انهيت الشبكة بممانعة نهاية الاستلام Z_R فأن ممانعة نهاية الارسال معطاة بـ :

$$Z_s = Z_{I1}\frac{Z_R + Z_{I2}\tanh\theta}{Z_{I2} + Z_R\tanh\theta}$$

قارن هذا التعبير مع المعادلة (4.42) التي تعطي الممانعة لخط نقل منتظم ، كذلك قارن التعبير اعلاه لممانعتي الدائرة المفتوحة والمقصرة مع مناظريتها لخط نقل .

11 . استعمل نتائج المسألة 10 للبرهان على انه اذا كان $\alpha \gg 1$ فأن ممانعة نهاية الارسال للشبكة مساوية تقريباً لـ Z_{I1} بغض النظر عن قيمة Z_R .

12 . شبكة L (شاهد الشكل 12.7) لها $Z_{I1} = 500$ اوم و $Z_{I2} = 100$ اوم (كلاهما مقاومية) . جد القيم للعناصر Z_a و Z_b وكذلك احسب ثابت الانتقال الصوري .

13 . اعد المسألة 12 ، باستعمال $Z_{I_1} = 100$ اوم و $Z_{I_2} = 500$ اوم (كلاهما مقاومية) .

14 . شبكة متناظرة (T او π ، شاهد الشكل 12.9) لها $Z_1 = 400 + j0$ اوم و $Z_2 = 500 + j0$ اوم . احسب Z_T و Z وثابت الانتقال الصوري .

15 . موهن نوع L (شاهد الشكل 12.13) يراد تصميمه ليشتغل على اساس التكرار بحمل مقاومي مقداره 500 اوم . تكون نسبة تيار المدخل الى المخرج 1 : 10 . جد القيم لعناصر الموهن .

16 . اعد المسألة 15 ولكن بـ L معكوسة من الموضع المبين في الشكل 12.13 .

17 . موهن نوع L كالمبين في الشكل 12.13 ، يشتغل بحمل مقاومي مقداره 70 اوم . ممانعة المدخل للموهن 70 اوم ايضاً ، جد قيم عناصر الموهن لتوهين مقداره : (أ) 3 db ، (ب) 6 db و (جـ) 9 db . اذا كانت ممانعة المولد 70 اوم ، جد الممانعة المشاهدة من الحمل عندما يكون التوهين 3 ديسبل كذلك عندما يكون التوهين 9 ديسبل .

18 . موهن T متناظر يراد تشغيله بحمل مقاومي مقداره 650 اوم . جد القيمة الملائمة لعناصر الموهن لتوهين مقداره (أ) 3 ديسبل ، (ب) 6 ديسبل ، (جـ) 9 ديسبل . اذا كانت ممانعة المولد 650 اوم ، ماهي الممانعة المشاهدة من قبل الحمل .

19 . صمم موهناً سلمياً له اربع خطوات كل منها 3 ديسبل ، الحمل مقاومة مقدارها 70 اوم . ارسم مخطط للموهن وبين قيم العناصر عليه .

20 . شبكة مواءمة ممانعة نوع L يراد ان تشتغل بحمل مقاومي مقداره 700 اوم . المقاومة الداخلية للمولد 5,000 اوم والتردد 1 ميكا هرتز . ارسم مخطط الدائرة واعط قيم العناصر بالهنري والميكروفراد :

أ . لدائرة تساعد على ازالة توافقيات الاشارة التي ترددها 1 ميكا هرتز .

ب . لدائرة تساعد على ازالة اشارة دخيلة (Interfering) ترددها 120 هرتز . احسب الازاحة في الطور لكل من هذه الشبكات .

21 . شبكة مواءمة ممانعة نوع L يراد ان تُوائم بين حمل مقاومي مقداره 700 اوم ومصدر 70 اوم عند تردد 500 كيلو هرتز . ارسم مخططاً للدائرة واعطي قيماً للعناصر بالهنري والميكروفراد :

(أ) لدائرة تساعد على ازالة توافقيات الاشارة التي ترددها 500 كيلو هرتز .

(ب) لدائرة تساعد على ازالة اشارة دخيلة ترددها 120 هرتز .

احسب الازاحة في الطور لكل من هذه الشبكات .

22 . (أ) برهن على ان العلاقات الآتية صحيحة لشبكة رباعية الاطراف (شاهد كذلك المسألة 10) :

$Z_{1o} = Z_{I1}/\tanh\theta$ و $Z_{2o} = Z_{I2}/\tanh\theta$ و $Z_{1s} = Z_{I1}\tanh\theta$ و $Z_{2s} = Z_{I2}\tanh\theta$

(ب) ارجع الى الشكل 11.5 والمعادلات (11.10) الى (11.12) .

برهن على ان شبكة T يكون لها ممانعات الصورة Z_{I1} و Z_{I2} ولها ثابت انتقال صوري θ ، اذا كانت الممانعات في الاطراف هي :

$$Z_c = \frac{\sqrt{Z_{I1}Z_{I2}}}{\sinh\theta}$$

$$Z_a = \frac{Z_{I1}}{\tanh\theta} - Z_c$$

$$Z_b = \frac{Z_{I2}}{\tanh\theta} - Z_c$$

الشبكة T هذه يمكن ان تكون مكافئة لشبكة اخرى رباعية الاطراف عند تردد معين ، او يمكن ان تصمم لتوفير قيم معينة لـ Z_{I1} و Z_{I2} و θ .

(جـ) اكتب المعادلات السابقة للحالة الخاصة لشبكة متناظرة لها $Z_{I1} = Z_{I2} = Z_0$ ، وقارن النتائج بالنتائج المحصلة لخط نقل منتظم (شكل 4.15) .

الفصل الثالث عشر

فقد الادخال وعوامل الانعكاس

INSERTION LOSS AND REFLECTION FACTORS

13.1 فقد الادخال : Insertion Loss.

في الجزء 4.9 وصفنا تأثير شبكة رباعية الاطراف بين مصدر وحمل بدلالة نسبة الادخال (Insertion Ratio) وفقد الادخال وهذه الكميات تقارن فولتية (او تيار) جانب الاستلام بشرطين : (1) بربط مباشر بين مصدر وحمل و (2) بادخال الشبكة . تعريف نسبة الادخال هو .

$$\text{نسبة الادخال} = \frac{E_2'}{E_2} = \frac{I_2'}{I_2} \qquad (13.1)$$

حيث ان E_2 و I_2 هما الفولتية والتيار على جانب الحمل للشبكة و E_2' و I_2' هما الكميتان المماثلتان اللتان يحصل عليهما اذا وضع ربط مباشر بدل الشبكة . يدل الاسم فقد الادخال على اتساع التأثير اعلاه معبراً عنه بالنيبر او الديسبل اي ان :

$$\text{نيبر} \qquad \text{فقد الادخال} = \log_e \left| \frac{I_2'}{I_2} \right|$$

(13.2) او

$$\text{ديسيبل} \qquad \text{فقد الادخال} = 20 \log_{10} \left| \frac{I_2'}{I_2} \right|$$

قد يكون فقد الادخال سالباً وفي هذه الحالة هو كسب ادخال (Insertion Gain). وزاوية الطور لنسبة الادخال تسمى ازاحة طور الادخال (Insertion Phase Shift) ، حيث انها الكمية التي يتراوح بها تيار جانب الاستلام في الاتجاه المتخلف عند وضع الشبكة .

ان اداء شبكة يعتمد على الممانعتين اللتان تشتغل بينهما وعليه فان فقد الادخال ليس خاصية الشبكة فقط ولكنه خاصية لمجموع الشبكة والحمل وممانعة المولد مأخوذة مع بعضهما .

13.2. شبكة منتهية بممانعتيها الصوريتين : Network Terminated in Its Image Impedances

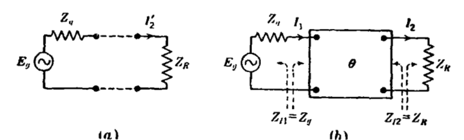
لشبكة مشتغلة بين ممانعتيها الصوريتين ، يمكن التعبير عن فقد الادخال ببساطة اكثر بدلالة الممانعتين الصوريتين وثابت الانتقال . واذا ازيلت الشبكة

وعوض عنها بربط مباشر كما في الشكل 13.1 أ فان تيار جانب الاستلام سيكون :

$$I_2' = \frac{E_g}{Z_t + Z_R} \quad (13.3)$$

الآن ندخل الشبكة التي افترض بأن لها $Z_{I1} = Z_g$ و $Z_{I2} = Z_R$ كما مبين في الشكل (13.1 ب) . ان فولتية المولد تشتغل في ممانعة $2Z_g$ وعليه $I_1 = E_g/2Z_t$ وحسب المعادلة (12.15) فان نسبة التيار لانتهاء صوري هي :

$$\frac{I_2}{I_1} = \epsilon^{-\theta}\sqrt{\frac{Z_{I1}}{Z_{I2}}} \quad (13.4)$$



etween شكل 13.1 لحسابات فقد الادخال لشبكة مشتغلة بين ممانعتيها الصورية

وعليه فان تيار المخرج هو :

$$I_2 = \frac{E_g\epsilon^{-\theta}}{2\sqrt{Z_gZ_R}} \quad (13.5)$$

لشبكة ربط صوري يكون عندنا الآن (باستعمال المعادلتين (13.3) و (13.5) » : ـ

$$\text{نسبة الادخال} = \frac{I_2'}{I_2} = \frac{2\sqrt{Z_gZ_R}}{Z_g + Z_R}\epsilon^{\theta} \quad (13.6)$$

زاوية الطور لهذه هي ازاحة طور الادخال ولوغاريتم اتساعه « كما مبين بالمعادلة (13.2) » هو فقد الادخال .

ولاسباب سنشرح فيما بعد فان العامل الذي يضرب بـ ϵ^{θ} في المعادلة السابقة يسمى عامل عدم تواؤم **(Mismatch Factor)** او عامل الانعكاس **(Reflection Factor)** : ـ

$$\text{عامل عدم تواؤم او عامل انعكاس} = F_r = \frac{2\sqrt{Z_gZ_R}}{Z_g + Z_R} = \frac{2\sqrt{Z_g/Z_R}}{1 + Z_g/Z_R}$$

افرض بأن الممانعتين Z_g و Z_R ربطتا مباشرة وانهما متساويتين بالاتساع والطور . انهما تتوائمان بطريقة تواؤم خط نقل ولا يكون هناك انعكاس عندما يساوي الحمل Z_0 (ان هذه بالطبع ليست « الموائمة المرافقة » نفسها اذا كانت الممانعات مقاومات بحتة) .

ان عامل عدم التواؤم (13.7) هو الان واحد وفقد الادخال (13.6) يختصر الى ϵ^{θ} حيث ان الشبكة لاتستطيع ان تُحسن المواءمة الصورية الموجودة سابقاً وممكن ببساطة ادخال ثابت انتقاله ومن ثم يكون فقد الادخال α نيبر، ولكن اذا كانت الممانعتان غير متساويتين فان الشبكة يجب ان تُدخل ممانعة تحويل لتحدث تواؤماً صورياً وعامل عدم المواءمة سيختلف عن الواحد وهذا يغير فقد الادخال .

ان اسم « عامل الانعكاس » جاء من التشابه مع خطوط النقل ولتبيان التشابه بوضوح اكثر ، سنحسب فولتية الحمل للربط المباشر للشكل (13.1 أ) ونرتب النتيجة كالاتي :

$$E_2' = \frac{E_g Z_R}{Z_g + Z_R} = \frac{E_g}{2}\left(1 + \frac{Z_R - Z_g}{Z_R + Z_g}\right) = E_0(1 + k) \qquad (13.8)$$

حيث ان $E_0 = E_g/2$ هي فولتية الحمل التي يحصل عليها اذا كانت ممانعة الحمل تساوي Z_g وان معامل الانعكاس k، مشابه لذلك المعرف لانعكاس عند نهاية خط نقل بالرغم من ان مفهوم الانعكاس مبني على فكرة موجة متنقلة وقد يظهر اصطناعياً اذا طبق على ممانعات مكتلة والعلاقات الرياضية متشابهة في المسألتين وعامل الانعكاس للمعادلة (13.7) مساو لـ $\sqrt{1 - k^2}$.

ان عامل الانعكاس هو الوسط الهندسي للممانعتين مقسوما على وسطهما الحسابي (Arithmetic Mean) واذا كان للممانعتين زوايا طور مختلفتين فالعامل قد يكون اما اكبر او اصغر من الواحـــد ، ولكن اذا كـان لهما زاويـة الطور نفسها ولكن اتساعهما مختلفين فان عامل الانعكاس يكون دائماً اقل من الواحد ويقدم فقد ادخال سالب (كسب ادخال) . (بالطبع هذا قد يفوق وزناً (Out Weight) بقيمة كبيرة ϵ^{α} ناتجاً فقد ادخال للشبكة) . مثال مهم هو محول مثالي يستعمل لمواءمة مقاومتين ، نسبة الفولت ـ امبير للمحول هي واحد وعليه ومن التعريف (12.14) فان $\epsilon^{\theta} = 1$ وعندما تختار نسبة اللفات لتوفير تواؤم مواءمة صورية فان النتائج هي عامل انعكاس اقل من الواحد وكسب ادخال .

مثال :

في مثال الجزء (12.6) صممت شبكة مواءمة ممانعة لتشتغل بين مقاومتين 100 و 500 اوم ، هذه الشبكة تشتغل بين ممانعتيها الصورتيين كما مبين في الشكل

(13.2) وفي الجزء (12.6) وجد بأن ثابت انتقالها الصوري معطى ب $/63.4^\circ$
= ا $\epsilon^{?}$ ، سنحسب الان نسبة الادخال وفقد الادخال للشبكة .
باستعمال المعادلة (13.7) نحسب اولاً عامل الانعكاس .

$$F_r = \frac{2\sqrt{100 \times 500}}{100 + 500} = 0.741$$

وعليه تكون نسبة الادخال (13.6) :

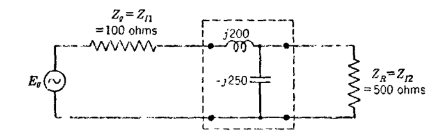
$$\text{نسبة الادخال} = \frac{I_2'}{I_2} = F_r \epsilon^{\theta} = 0.741/\underline{63.4^\circ}$$

ان ادخال الشبكة احدث تياراً خارجاً متخلفاً بـ 63.4° وراء موقع الطور الذي كان له مع ربط مباشر وفقد الادخال هو :

$$\text{فقد الادخال} = 20 \ \text{Log}_{10}\, 0.741 = -2.6 \ \text{ديسيبل}$$

ان ادخال الشبكة حسّن قدرة الاخراج بـ 2.6 ديسبل يمثل نسبة قدرة بـ

$$(1/0.741)^2 = 1.82$$



شكل 13.2 لمثال الجزء (13.2)

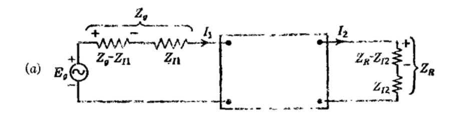
13.3 شبكة بانتهائين غير متوائمين :

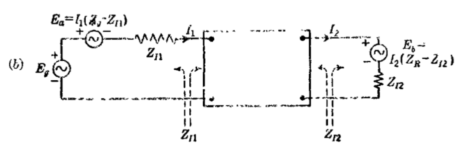
Network with Mismatched Terminations.

ربما أكثر طريقة توضيحية لمعاملة حالة شبكة مع انتهاء غير متوائم اتبعت بواسطة[1] **Shea** . الشبكة التي تشتغل خارجاً من ممانعة Z_g وفي ممانعة Z_R مبينة في الشكل (13.3 أ) ولغرض تحليل جزء ممانعة المصدر الى جزئين ، Z_{I1} و $Z_g - Z_{I1}$.

وبالتشابه ممانعة جانب الاستلام عبر عنها كمجموع Z_{I2} و $Z_R - Z_{I2}$. وبعدها استبدل هبوط الفولتية عبر الممانعة $Z_g - Z_{I1}$ بمولد خيالي له فولتية صحيحة $E_a = I_1(Z_g - Z_{I1})$. كما مبين في الشكل (13.3 ب) ومولد مع فولتية $E_b = I_2(Z_R - Z_{I2})$ حل محل الممانعة الزائدة (بالتشابه) في دائرة

(1) T. E. Shea, «Transmission Networks and Wave Filters, »pp. 114-120, D. Van Nostrand Company, Inc., New-York. 1929.





شكل 13.3 شبكة بإذنتهائين غير متوائمتين ومكافئتها (ا) (ب) لاحظ F1

الاخراج كما مبين في التوضيح . بعد ذلك فان تيار المخرج الحادث من كل المولدات الثلاث وبعد على حده وبنظارية التراكب مجموع هذه التيارات الثلاث هو تيار المخرج الصحيح وهذه الطريقة هي ابسط من الحسابات المباشرة بسبب انه لكل مولد من هذه المولدات الثلاث فان الشبكة متوائمة صورياً واضافة الى ذلك فان الدائرة المكافئة للشكل (13.3 ب) اظهرت الفولتيتان المتسببتان من عدم توائم الممانعات والتي « بالتشابه مع خطوط النقل » يمكن تنسيبهما الى الانعكاسات الحادثة عند الاطراف، وفي الحقيقة ان التعبير لنسبة الادخال الذي يجب ان نشتقه يطبق جيداً على خط نقل غير موائم وبوضع $Z_{I1}=Z_{I2}=Z_0$ ، ويمكن اختصاره الى التعبير المشتق للخط المنتظم في الفصل 4

الفولتية E_g و E_a في الشكل (13.3 ب) تشتغل في ممانعة مساوية لـ $2Z_{I1}$ وعليه عندنا :

$$\text{المركبة الاولى لـ } I_1 = \frac{E_g - E_a}{2Z_{I1}}$$

وبسبب ان الشبكة المكافئة هي متوائمة صورياً ، نستطيع استعمال نسبة التيار (13.4) ثم

$$\text{المركبة الاولى لـ } I_2 = \frac{(E_g - E_a)\epsilon^{-\theta}}{2\sqrt{Z_{I1}Z_{I2}}}$$

الفولتية E_b تشتغل في الممانعة $2Z_{I2}$ وعليه بأخذ اتجاهها بنظر الاعتبار يكون عندنا :

$$\text{المركبة الثانية لـ } I_2 = -\frac{E_b}{2Z_{I2}}$$

المركبة لـ I_1 الحادثة من E_b ممكن الحصول عليها باستعمال نسبة التيار (13.4) مع الرمزين السفليين 1 و 2 وبأخذ اتجاهه بنظر الاعتبار نحصل على :

$$I_1 \text{ المركبة الثانية لـ } = -\frac{E_b\epsilon^{-\theta}}{2\sqrt{Z_{I2}Z_{I1}}}$$

بجمع المركبات مع بعضها والتعويض عن قيم E_a و E_b من المعادلة (13.3) يكون لدينا :

$$I_1 = \frac{E - I_1(Z_g - Z_{I1})}{2Z_{I1}} - \frac{I_2(Z_R - Z_{I2})\epsilon^{-\theta}}{2\sqrt{Z_{I1}Z_{I2}}} \quad (13.9)$$

$$I_2 = \frac{E - I_1(Z_g - Z_{I1})\epsilon^{-\theta}}{2\sqrt{Z_{I1}Z_{I2}}} - \frac{I_2(Z_R - Z_{I2})}{2Z_{I2}} \quad (13.10)$$

الآن لدينا معادلتان بمجهولين I_1 و I_2 يمكن حلهما لتيار المخرج I_2، وللحصول على نسبة الادخال فان التيار I_2 يقسم على التيار الذي يجب ان يحصل عليه مع ربط مباشر I_2' كما معطى بالمعادلة (13.3) والطريقة الاعتيادية للتعبير عن النتيجة وذلك كحاصل ضرب عدة عوامل كل منها ممكن ان يعطي معنىً فيزياوياً :

$$\text{نسبة الادخال} = \frac{I_2}{I_2'} = \frac{F\epsilon^{\theta}}{F_1F_2\sigma} \quad (13.11)$$

حيث ان $F = 2\sqrt{Z_gZ_R}/(Z_g + Z_R)$ ، عامل الانعكاس لـ Z_g و Z_R

$F_1 = 2\sqrt{Z_gZ_{I1}}/(Z_g + Z_{I1})$ ، عامل الانعكاس لـ Z_g و Z_{I1}

$F_2 = 2\sqrt{Z_RZ_{I2}}/(Z_R + Z_{I2})$ ، عامل الانعكاس لـ Z_R و Z_{I2}

σ هو « عامل التفاعل » **(Interaction Factor)** والمعرف بـ :

$$\frac{1}{\sigma} = 1 - \left(\frac{Z_g - Z_{I1}}{Z_g + Z_{I1}}\right)\left(\frac{Z_R - Z_{I2}}{Z_R + Z_{I2}}\right)\epsilon^{-2\theta} \quad (13.12)$$

ان عامل التفاعل هو واحد اذا حصل على اي من هذه الشروط :

(أ) اذا كان التوهين للشبكة كبير جداً (ب) اذا Z_R واءمت Z_{I2} (جـ) اذا Z_g واءمت Z_{I1} ونستطيع اعتبارها كما لو تسببت من موجة منعكسة عند الحمل وارسلت راجعة خلال الشبكة ثم انعكست عند المولد وارسلت مرة اخرى نحو الحمل .

كما قورن مع نسبة الادخال (13.6) للشبكة الموائمة الصورية فان التأثيرات لعدم المواءمة عند اطراف الشبكة معطاة بحاصل ضرب عامل انعكاس جانب المدخل وعامل انعكاس جانب المخرج وعامل التفاعل الذي يكون بصورة عامة قريباً من واحد .

مثال :

سنعتبر مثال الجزء السابق (لاحظ الشكل 13.2) بافتراض ان مقاومة جانب الاستلام اختصرت الى $Z_R = 200$ اوم وسنحسب فقد الادخال تحت هذا الشرط :

عامل الانعكاس لـ Z_0 و Z_R هو الآن :

$$F = \frac{2\sqrt{100 \times 200}}{100 + 200} = 0.941$$

عامل الانعكاس لـ Z_0 و Z_{I1} هو واحد بسبب ان هاتين الكميتين لاتزالان متساويتين . (بالطبع ممانعة المدخل للشبكة لاتساوي Z_{I1}) . عامل الانعكاس لـ Z_{I2} و Z_R هو :

$$F_2 = \frac{2\sqrt{200 \times 500}}{200 + 500} = 0.903$$

عامل التفاعل هو واحد بسبب ان Z_0 توائم Z_{I1} . كالسابق $\epsilon^\theta = 1\underline{/63.4^\circ}$ والان باستعمال المعادلة (13.11) نحصل على :

$$\text{نسبة الادخال} = \frac{0.941 \times 1\underline{/63.4^\circ}}{1 \times 0.903 \times 1} = 1.042\underline{/63.4^\circ}$$

ازاحة طور الادخال لايزال 63.4° ولكن الان عندنا :

$$\text{فقد الادخال} = 20 \log_{10} 1.042 = 0.36 \text{ ديسيبل}$$

ممانعة جانب الاستلام هي تحت القيمة التي صممت لها الشبكة بكثير بحيث ان النتيجة هي الآن فقد قدرة بدلاً من كسب قدرة .

مسائل

١ . محول مثالي يستعمل ليوائم على اسس صورية بين 5 اوم حمل مقاومي ومولد مع مقاومة داخلية 500 اوم . جد نسبة الادخال وكسب الادخال المجهز بواسطة المحول .

2 . شبكة مواءمة ممانعة صممت للمواءمة على اسس صورية بين مقاومة حمل 70 اوم ومولد له مقاومة داخلية 5,000 اوم وثابت الانتقال الصوري لهذه الشبكة هو $\theta = 1.45$ ز من الزوايا نصف القطرية . احسب نسبة الادخال وازاحة طور الادخال وكسب الادخال الموفر بهذه الشبكة . احسب نسبة قدرة الحمل بوجود الشبكة الى قدرة الحمل مع ربط مباشر .

3 . شبكة مواءمة الممانعة للمسألة 2 تشتغل بمقاومة حمل 70 اوم لكن المقاومة الداخلية للمولد هي الآن 1,500 اوم . استخرج فقد الادخال وازاحة طور الادخال لهذا الشرط من التشغيل

4 . شبكة توهين غير متناظرة صممت مع ممانعتين صوريتين $Z_{I1} = 5,000$ اوم و $Z_{I2} = 977$ اوم . ثابت الانتقال الصوري $\theta = 2.19 + j0$ نيبر . الشبكة تشتغل في 977 اوم مقاومة حمل وتساق بمولد له مقاومة داخلية 5,000 اوم . استخرج نسبة الادخال وفقد الادخال بالنيبر والديسبل .

لاحظ الفرق بين معنى فقد الادخال وثابت التوهين الصوري لـ 2.19 نيبر

5 . شبكة التوهين في المسألة 4 تشتغل الآن بحمل مقاوم مقداره 200 اوم . المقاومة الداخلية للمولد هي 5,000 اوم ايضاً . احسب فقد الادخال لهذا الشرط من التشغيل .

6 . شبكة توائم ممانعة مع ممانعتين صورية Z_{I1} و Z_{I2} تشتغل من مولد قيمة مقاومته الداخلية صحيحة $Z_g = Z_{I1}$. وعلى أية حال فان مقاومة الحمل لها قيمة غير صحيحة $Z_R \neq Z_{I2}$.

برهن على ان مقاومة حمل مقداره $Z_R = \sqrt{Z_{I1}Z_{I2}}$ ستجعل اتساع نسبة الادخال بالضبط مساوية للواحد .

7 . برهن لخط نقل منتظم على ان نسبة الادخال المعطاة بالمعادلة (13.11) تختصر الى التعبير المعطى بالمعادلة (4.76) .

الفصل الرابع عشر

المرشحات

FILTERS

14.1 . انواع المرشحات :ـ Types of Filters.

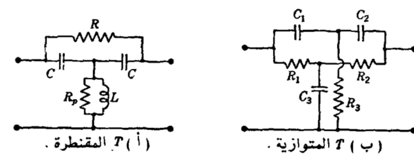
المرشح : شبكة رباعية الاطراف ترسل طاقة بصورة طليقة في حزم معينة من التردد وتوهن خارج هذه الحزم والمرشحات تستعمل بصورة عامة لفصل الاشارات على اساس من التردد ، ولكن يوجد لها استعمالات لاغراض اخرى (وكمثال كشبكات تأخير **(Delay Network)** وكشبكات تقارن في مضخات الصمامات المفرغة) .

الاسم «مرشح» له معنى مختلفاً قليلاً بالنسبة الى المسائل المختلفة والاسم يطلق على ابسط دائرة (مرشح *R-C*) والتي يحتوي على مقاومة توالي ومتسعة توازي ، وفي بعض الاحيان يطلق على مقاطع متعددة رتبت لتكوَن شبكة سلمية وهذه الشبكة توهن الترددات العالية اكثر من الواطئة ولكن حزمة الامرار لاتكون معرفة بحدة وهذا المرشح يكون ملائماً فقط حينما تكون المتطلبات غير صارمة. الدائرة الموالفة البسيطة تستعمل عادة بسبب خواصها الانتقائية للتردد **(Frequency Selective)** تكون دائرة الرنين القارنة مفيدة بسبب امكانية تصميمها ليكون لها خاصية تسطح علوي **(Flat Topped)** في حزمة الامرار ، ولكن هذه الدوائر لاتدعى عادة بالمرشحات ويطبق الاسم في بعض الاحيان ايضا على دائرة T المقنطرة **(Bridged-T)** ودائرة T المتوازية المبينتان في الشكل 14.1 والاخيرتان يمكن تصميمهما ليكون لها نقل مقداره صفر عند تردد منفرد ، ان دائرة T المتوازية تكون مفيدة وخاصة كدائرة ازالة حزمة **(Band Elimination)** عند الترددات الواطئة جداً ، حيث انها تتحاشى صعوبة الحصول على مفاعلة حثية ملائمة عند تردد واطيء وعند استعمالها كدائرة تغذية عكسية **(Feed back)** لمضخم ، فانه يمكن الحصول على فعل كلي لامرار حزمة[1] . المرشحات التي سنشرحها في هذا الفصل والفصل الآخر هي اقل

(1) لاحظ :

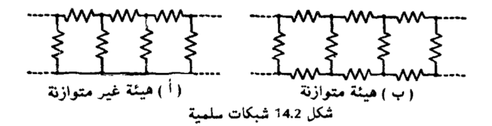
Leonard Stanton, Theory and Application of Parallel-T Resistance-capacitance Frequency-selective Networks, *Proc. IRE*, Vol. 34, pp. 447–456, July, 1946; also, W. N. Tuttle, "Bridged-T and Parallel-T Null Circuits for Measurement at Radio Frequencies," *Proc. IRE*, Vol. 28, pp. 23–29, January, 1940.

خصوصية واكثر مرونة من التي سبق ذكرها وهي تعطي حرية اكبر في الخواص الناتجة ، ان عدد وعرض حزم الامرار ، وَحِدَة القطع والتوهين خارج حزم الامرار ومستوى الممانعة كل هذه الاشياء يمكن ان تختار بحدود عريضة على عكس دائرة الموالفة البسيطة ، حيث عوامل الجودة Q's للعناصر ابقيت عالية ، والا فان قيماً واطئة لـ Q's ليست ضرورية لغرض الحصول على حزم امرار عريضة وبالرغم من ان احد مرشحات الامرار الواطىء التي سوف نفسرها قريباً مشابهة في التركيب للمرشحات المستعملة لتعديل (Smooth) فولتية المخرج لمقوم مجهزات القدرة(Power Supplies rectifier) فان التصميم الاخيرة يتبع وجهة نظر مختلفة كثيراً وسوف لاننا قش هنا المسائل الخصوصية للمرشحات المستعمدة لمجهزات القدرة ولكن سوف نشير القارىء الى المرجع[1] .



شكل 14.1 دائرة T المقنطرة و T المتوازية اللذان يجهزان انتقالاً مقداره صفراً عند تردد منفرد .

ان المرشح يمكن ان يكون له (مبدئياً) اي عدد من حزم الامرار مفصولة بحزم توهين ، وعلى كل حال ، يوجد اربعة انواع شائعة : امرار واطىء امرار عالي وامرار حزمة وازالة حزمة .



شكل 14.2 شبكات سلمية

ان اكثر المرشحات المستعملة عادة تتكون من مقطع T او مقطع π ومقاطع L نصفية مربوطة على اساس صوري لتكون شبكة سلمية ، كما مبين في الشكل 14.2 .

(۱) لاحظ مثالا على ذلك :

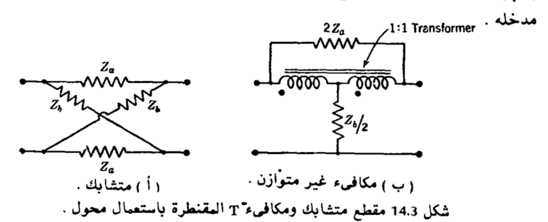
F. E. Terman, "Radio Engineering," 3d ed., Chap. 11, McGraw- Hill Book Company, Inc., New York 1947.

التركيب الاكثر عموما الذي يدعى المتشابك (Lattice) مبين في الشكل 14.3 وانه ليس بالامكان فقط استنساخ عمل اي T و π بمتشابك عند كل الترددات ولكن المتشابك يمكن ان يصمم ليجهز خواصاً لايحصل عليها بواسطة T و π . ان دائرة غير متوازنة لمتشابك تستعمل محولا نسبة لفاته تساوي واحداً مبينة في الشكل 14.3 ب .

ان الصعوبة المرتبطة باستعمال محول يمكن تحاشيها اذا امكن تبسيط المتشابك الى مكافيء T او π ، واذا كان هذا غير ممكن فمكافيء T المقنطر بلا محول يمكن ايجاده في بعض الاحيان والمتشابك اكثر عمومية ومرونة من تركيب النوع السلمي ، فان المرشح السلمي يكون كافياً لاغلب الاغراض .

قسم من خواص المتشابك سوف تناقش بايجاز في هذا الفصل ولكن مناقشة كاملة لنظريته هي خارج نطاق هذا الكتاب وعلى القارىء ان يرجع الى المراجع[1] وعلى الخصوص سوف نركز هنا على النوع السلمي .

ان وصل الممانعات المؤشرة بخطوط متعرجة في الاشكال هي مفاعلات صرفة قدر الامكان بحيث ان المرشح يمتص قدرة قليلة جداً في حزم الامرار ، ان المرشح لايشتغل على أساس امتصاص الطاقة وتبديدها عند الترددات غير المرغوبة ولكن يظهر ممانعة مدخل مفاعلية هذه الترددات وهكذا ترفض القدرة عند أطراف مدخله .



(أ) متشابك .   (ب) مكافيء غير متوازن .

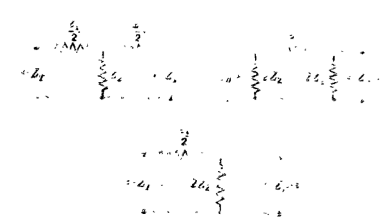
شكل 14.3 مقطع متشابك ومكافيء T المقنطرة باستعمال محول .

(١) مناقشة قصيرة وممتازة معطى في :

F.E. Terman, «Radio Engineers'Hape book,» pp. 238–244, McGraw–Hill Book Company, Inc., New York, 1943. A more

معالجة اكثر كمالاً مستندة الى بحوث Caur و Bode يمكن الرجوع اليها في :

E.A. Guillemin, «Communication Networks,» Vol. II, Chap. X, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1935.



شكل [illegible]

14-4 حزم الإمرار والتوهين لمرشح سلمي :

Transmission and Attenuation Bands of the Ladder Filter.

[illegible] قواعد المرشح السلمي [illegible] معادلة [illegible] في الفصل 12 [illegible] الرموز [illegible] في الشكل 14-1 لإيجاد مفهوم [illegible] الامرار والتوهين [illegible] معادلة ثابت الانتشار الدوري المعطى بالمعادلة (12.32) كما يلي :

$$\cosh\theta = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (14.1)$$

حيث ان θ هو ثابت الانتشار الدوري [illegible] لمقطع T [illegible] المتناظر [illegible] وهو [illegible] [illegible] او π [illegible] المركبة لتيار المدخل الى المخرج [illegible] ينتهي المقطع بممانعته الدورية [illegible] نصف L يجب ان [illegible] (شاهد المعادلات (12.14) و (12.15)) .

عند تحليل خواص مرشح [illegible] في [illegible] كليا ([illegible] الـ Q's للملفات عالية جداً فان الفقد يؤثر على الأداء بصورة جزئية) وكذلك سوف نفرض ولو بصورة مؤقتة بأن المرشح منتهٍ دائماً بممانعته الدورية . ان تأثير هذا الافتراض سوف يناقش في الجزء القادم .

لتحري تصرف الانتهاء الدوري ، نعبر عن θ بـ $\alpha + j\beta$ ونفك المعادلة (14.1) بواسطة المتطابقة الزائدية (Hyperbolic Identity) :

$$\cosh\alpha\cos\beta + j\sinh\alpha\sin\beta = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (14.2)$$

حيث ان Z_1 و Z_2 مفاعلتان [illegible] حقيقي ، موجب اذا كانتا لكلتا المفاعلتين الاشارة نفسها وسالبة اذا كانت اشارتهما متعاكستين ولهذا فان الجزء الخيالي للمعادلة 14.2 يجب ان يكون صفراً دائماً وهكذا يكون لدينا :

$$\sinh \alpha \sin \beta = 0 \qquad (14.3)$$

$$\cosh \alpha \cos \beta = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (14.4)$$

اولى هاتين العلاقتين تبين بأن α أو β [illegible] β [illegible] الزاوية نصف قطرية [illegible] المعادلة (14.4) [illegible] الا [illegible] النتيجة على الانواع الثلاثة [illegible] (14.4) [illegible] الانتقال الصوري [illegible] بالطريقة الاتية :

1 . حزمة الامرار (Pass Band) :

الشرط $\alpha = 0$ يمثل حزمة الامرار ومن ثم فإن $\cosh \alpha = 1$ والمعادلة (14.4) تعطي ثابت الطور الصوري بالمقدار :

$$\cos \beta = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (14.5)$$

بما ان جيب التمام لزاوية حقيقية [illegible] بين -1 و 1 فإن حزمة الامرار تتم بالمنطقة التي تكون فيها :

$$-1 < 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} < 1$$

وبطرح واحد [illegible] نحصل على الشروط لحزمة الامرار :

$$-1 < \frac{Z_1}{4Z_2} < 0 \qquad (14.6)$$

2 . حزم التوهين (Attenuation Bands)

اذا جعلت المعادلة (14.3) [illegible] الزاوية [illegible] تكون $\beta = 0, \pm\pi$ من الزاوية نصف القطرية فأن التوهين لا يساوي صفرا عادة والنتيجة حزمة توهين ويجب التمييز بين الحالتين كالاتي :

أ . افرض ان β تساوي صفراً ومن ثم $\cos \beta = 1$ والمعادلة (14.4) تعطي ثابت الانتقال الصوري للمقطع كالاتي

$$\cosh \alpha = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (14.7)$$

بما ان جيب التمام الزائدي المقطع لزاوية حقيقية هو دائماً اكبر من واحد فأن الكمية هنا يجب ان تكون موجبة :

ب . افرض ان المعادلة (14.3) جعلت صفرا عندما يكون لدينا $\beta = \pm\pi$ وعليه فأن $\cos \beta = -1$ والمعادلة (14.4) ينتج منها :

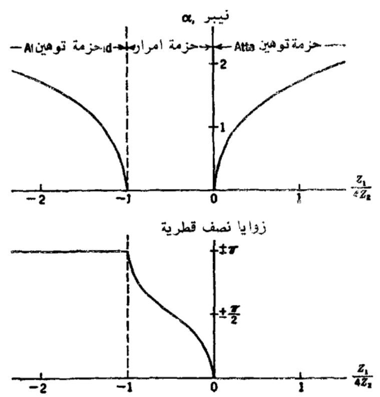
$$\cosh \alpha = -1 - \frac{Z_1}{2Z_2} \qquad (14.8)$$

ان الضرورة في ان يكون جيب التمام الزائدي اكبر من واحد يحدد $Z_1/4Z_2$ ليكون لها قيم سالبة أصغر من 1 - الشروط الثلاثة السابقة لخصت بيانياً في الشكل (14.5) الذي يبين ثابت التوهين وثابت الطور لكل مقطع لشروط الانتهاء الصوري (Image Termination) المرسوم مع النسبة $Z_1/4Z_2$ - وباستعمال المعادلات (14.5) و (14.7) و (14.8) الاشارة الجبرية لـ β لايمكن ايجادها من المعادلة 14.5 . على كل سيتبين في الجزء القادم ان β موجبة اذا كانت Z_1 هي مفاعلة حثية وسالبة اذا كانت β هي مفاعلة سعوية .

عندما يتغير التردد فأن المفاعلات المكونة لفروع التوالي والتوازي تتغير في القيم ولهذا فأن النسبة $Z_1/4Z_2$ تتغير مع التردد . سيقع قسم من مدى التردد في منطقة الارسال الحر (Free Transmission) في حين سيقع القسم الآخر في حزمة التوهين . ان ترتيب حزم الامرار والتوهين على طول تدرج التردد يعتمد على الهيئة الخاصة للعناصر المفاعلة المستعملة في الفرعين (فرع التوالي وفرع التوازي) وسوف توضح هذه بأمثلة . الترددات الحرجة التي عندها ينتقل المرشح من حزمة امرار الى حزمة توهين تدعى بترددات القطع (Cutoff Frequencies) وهذا الاسم في بعض الاحيان تضاف له كلمة اسمية (Nominal) لأن المرشح لايقطع فجائيا عند هذه النقطة ولكن كما مبين في الشكل (14.5) فأن التوهين يرتفع بدون تعرج خارج القطع الاسمي ويصل قيمة عالية فقط عندما تكون $Z_1/4Z_2$ داخل حزمة التوهين .

ان مفهوم حزمة الامرار اعطي بالمعادلة (14.6) : النسبة $Z_1/4Z_2$ يجب ان تقع بين 1 - و 0 ان الطريقة البيانية الملائمة لتطبيق هذا المفهوم هو تخطيط Z_1 و $4Z_2$ كدالتين للتردد (بصيغة ادق تخطط X_1 و $4X_2$ وسوف نفهم هذا ضمنيا ولا نستعمل رموزاً اخرى)

لذا فلحزمة امرار Z_1 و $4Z_2$ يجب ان يكون لهما الاشارة نفسها وكذلك فأن اتساع Z_1 يجب ان تكون اصغر من اتساع $4Z_2$



شكل 14.5 ثابت التوهين الصوري وثابت الطور لمقاطع سلمية رسمت كدوال لنسبة الممانعة $Z_1/4Z_2$

plotted as functions of the impedance ratio

مثال 1 :

مقطع سلمي مكون من محاثة L في فرع التوالي ومتسعة C في فرع التوازي ، $Z_1 = j\omega L$ و $Z_2 = -j/\omega C$. المقطع يمكن ترتيبه بهيئة T او π كما مؤشر في الشكل 14.6 ، او يمكن ان يكون نصف مقطع L

بما ان تفصيلات هذا الترتيب لاتؤثر على موقع حزم الامرار والتوهين فأن الهيئة تبين عادة بصورة غامضة برسم فروع التوالي كاملاً وفرع التوازي كاملاً وبصورة منفصلة كما في الرسم التخطيطي الاول . الشكل 14.7 هو رسم لتغير Z_1 و $4Z_2$ مع التردد ، الاول هو خط مستقيم يمر من نقطة الاصل ، والثاني هو قطع زائد قائم (Rectangular-Hyperbola) ونطبق الآن المفهوم المعطى فوق ، الممانعة Z_1 لها دائماً اشارة نفسها كتلك لـ $4\ Z\ 2$ نفسها ولكن لها اتساع اصغر فقط الى اليسار من تقاطع المنحنيين ، ولذا فأن حزمة الامرار تقع بين تردد مقداره صفر وهذا التقاطع ، لذا فالشبكة هي مرشح امرار واطىء وتردد القطع ω_c ، يمكن ايجاده في التقاطع حيث يكون لدينا :

$$Z_1 = -4Z_2$$

$$\omega_c L = -4\left(\frac{-j}{\omega_c C}\right)$$

ذراع التوالي الكامل

ذراع التوازي الكامل

مقطع T مقطع π

شكل 14.6 مقطع مرشح للمثال 1 .

لهذا فأن تردد القطع الاسمي هو :

$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}$$

(14.9) زوايا نصف قطرية لكل ثانية

او :

$$f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$

(14.10) هرتز

نسبة الممانعة المستعملة في الشكل 14.5 هي :

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = -\frac{\omega^2 LC}{4} = -\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 = -\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \qquad (14.11)$$

$-4Z_2 = j\frac{4}{\omega C}$ ، $Z_1 = j\omega L$ ، O ، ω_c ، ω ، حزمة امرار ، حزمة توهين

شكل 14.7 رسم المفاعلة للمثال 1 .

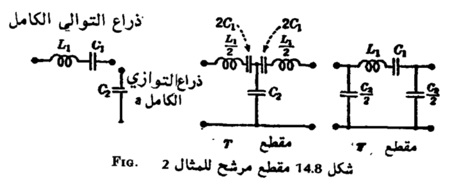
(14.11)بالرجوع الى شكل 14.5 ، يمكن ان نتصور نقطة تبدا من نقطة الاصل عند تردد مقداره صفراً

وهذه تتحرك باتجاه اليسار كلما ازداد التردد وتصل هذه النقطة الى حافة حزمه الامرار عند تردد $f = f_c$ واعلى من هذا التردد تتحرك الى حزمة التوهين ، ان النسبة $Z_1/4Z_2$ هي سالبة دائماً لهذا النوع من المرشح . وعليه لاتصل ابداً حزمة التوهين الواقعة الى اليمين من نقطة الاصل فى الشكل 14.5 .

مثال 2 :

مثال ثانٍ مبين في الشكل 14.8 والتوضيح يبين فروع التوالي وفروع التوازي الكلية وكذلك هيئة T و π .

ان رسم المفاعلة لمقطع المرشح هذا معطى في الشكل 14.9 ، عند الترددات الواطئة المفاعلة لفرع التوازي تتبع تقريباً تغيراً زائد المقطع في الاتساع فقط ، ويحصل الرنين عند ω_1 ، وعند الترددات العالية ، يقترب الاتساع من التغير الخطي المتسبب من المحاثة وحدها والممانعة Z_1 لها اشارة $-4Z_2$ نفسها عند تردد



شكل 14.8 مقطع مرشح للمثال 2 Fig.

اعلى من ω_1 واتساعها أصغر من تلك لـ $-4Z_2$ قبل التقاطع عند ω_2 ، ولذا فهذا هو مرشح امرار حزمة . ان اوطأ تردد قطع يمكن ايجاده من $Z_1 = 0$ او :

$$\omega_1 L_1 - \frac{1}{\omega_1 C_1} = 0$$

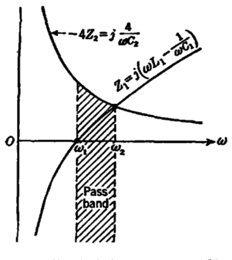
$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$ (14.12) زوايا نصف قطرية لكل ثانية

ويمكن وجدان اعلى تردد عند تقاطع المنحنيين البيانيين :

$$j\left(\omega_2 L_1 - \frac{1}{\omega_2 C_1}\right) = j\frac{4}{\omega_2 C_2}$$

والذي يعطي :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{4C_1 + C_2}{L_1 C_1 C_2}}$$ (14.13) زوايا نصف قطرية لكل ثانية



شكل 14.9 رسم مفاعلة للمثال 2 .

نسبة الممانعة $Z_1/4Z_2$ معطاة بـ :

$$\frac{Z_1}{4Z_2}=\frac{1}{4}\left(\frac{C_2}{C_1}-\omega^2L_1C_2\right) \qquad (14.14)$$

بالرجوع الى المنحنيات البيانية للشكل 14.5 فأن نسبة الممانعة تبدأ على جهة اليمين لحزمة التوهين وبالقيمة $Z_1/4Z_2 = C_2/4C_1$ عندما يكون التردد مقداره صفراً وكلما زاد التردد فأن النقطة التي تمثل نسبة الممانعة تتحرك الى اليسار خلال حزمة الامرار واخيراً تدخل حزمة التوهين التي الى اليسار .

14.3 الممانعات الصورية للمرشح السلمي :

The Image Impedances of the Ladder Filter.

سنختبر الآن الممانعات الصورية لمقاطع سلمية النوع (شاهد شكل 14.4) . ان الممانعة الصورية « وسط التوالي » اعطيت بالمعادلة (12.12) وهي :

$$Z_T = \sqrt{Z_1Z_2}\sqrt{1+\frac{Z_1}{4Z_2}} \qquad (14.15)$$

وممانعة صورة « وسط التوازي » معطاة بـ :

$$Z_\pi = \frac{\sqrt{Z_1Z_2}}{\sqrt{1+Z_1/4Z_2}} \qquad (14.16)$$

الان ولحزمة امرار ، النسبة $Z_1/4Z_2$ يجب ان تقع بين 1 ـ و 0 ، وهذا يعني ان $Z_2/4Z_2$ + 1 هو موجب وان جذره التربيعي حقيقي ، وكذلك النسبة السالبة $Z_1/4Z_2$ تعني ان Z_1 و Z_2 ممانعتان متعاكستا النوع ومن ثم فأن حاصل ضربهما موجب وان $\sqrt{Z_1Z_2}$ حقيقي . ان حاصل ضرب هاتان القيمتان (Z_T) وخارج قسمتهما (Z_π) وهما ممانعتان حقيقيتان بعبارة اخرى مقاومات ، في حزمة الامرار .

في حزمة التوهين التي تقع الى اليمين من الشكل 14.5 تبقى الكمية $Z_1/4Z_2$ +1 موجبة، ولكن Z_2 و Z_1 الآن هما مفاعلتان لهما النوع نفسه وحاصل ضربهما سالب وعليه فأن كلا من Z_T و Z_π هما مفاعلتان في هذه الحزمة وفي حزمة التوهين التي الى اليسار حاصل ضرب Z_1Z_2 موجب ولكن $Z_1/4Z_2$ + 1 سالب ومرة اخرى في هذه الحزمة كلا من Z_T و Z_π هما مفاعلتان . من الكلام السابق نستخلص مايلي :

ان الممانعات الصورية للمرشح تكون مقاومية في حزمة الامرار وتكن مفاعلية في حزمة التوهين .

ان بعض المرشحات تركب من مقطع منفرد فقط اذا كانت المتطلبات غير دقيقة ولكن المرشحات المطلوبة لاغراض اكثر دقة لها عدد من المقاطع مربوطة

على التعاقب وان كل المقاطع تصمم بترددات القطع نفسها وتوصل بحيث ان الممانعات الصورية لها تتواءم بالضبط عند كل الترددات وعلى كل حال فأن المقاطع المختلفة تصمم عادة ليكون لها خواص توهين مختلفة بحيث يكون احدها فعالاً في حين تكون البقية غير فعالة .

ان حمل الانتهاء للمرشح يقترب عادة من مقاومة ، وحيث ان ممانعات الصورة تتغير كثيراً مع التردد فليس بالامكان الحصول على انتهاء صوري عند كل الترددات ونتيجة لذلك تحدث انعكاسات عند النهايات ويختلف التوهين وازاحة الطور وفقد الادخال عن تلك المحسوبة على اساس الصورة وخلال جزء كبير من حزمة الامرار يمكن مواءمة الحمل الى الممانعة الصورية المقاومية بصورة جيدة نوعاً ما وكذلك عميقاً في حزمة التوهين ، حيث ان الانعكاسات توهن كثيراً عند مرورها خلال المرشح وهكذا فأن تأثيرها لايهم ولكن عند حافات حزم الامرار عندما تتحول ممانعة الصورة من حقيقية الى خيالية ويكون التوهين قليلاً فأن الانعكاسات يمكن ان تغير الاداء الى درجة كبيرة ويمكن حساب تأثير الانعكاسات باسهاب باستعمال المعادلة (123.11) في الفصل السابق والتي تعطي نسبة الادخال لانتهاءات غير متوائمة لشبكة رباعية الاطراف ولاغراض متعددة فأنه ليس من الضروري الدخول في هذا وان التصرف المحسوب لانتهاء صوري يكون كافياً .

في الجزء السابق لم يستطع الحصول على اشارة β من العلاقة جيب التمامية المعطاة بالمعادلة (14.5) ويمكن ايجاد الاشارة الآن بأخذ مقطع π او مقطع T مباشرة بنظر الاعتبار وباستعمال حقيقة ان الممانعة الصورية هي مقاومة في حزمة الامرار .

تخيل ان المقطع T للشكل 14.4 ينتهي بممانعته الصورية وبما ان في دائرة توازي ينقسم عكسياً بنسبة الممانعات فأن نسبة تيار المدخل الى المخرج هي :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2 + Z_1/2 + Z_T}{Z_2} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} + \frac{Z_T}{Z_2} \qquad (14.17)$$

لشبكة T المتناظرة ، النسبة I_1/I_2 تساوي $\epsilon^{\alpha}/\underline{\beta}$, $= \epsilon^{\alpha+i\beta} = \epsilon^{\gamma}$ وعليه فان زاوية نسبة التيار هي طور الازاحة الصورية β أستعمل الان الصيغة (14.17) لايجاد الربع الذي تقع فيه الزاوية β في حزمة الامرار ففي حزمة الامرار $Z_1/4Z_T$ هي حقيقية ويجب ان تقع بين 0 و 1 ـ ، ومن ثم فأن مجموع الحدين الاولين في المعادلة (14.7) $Z_1/2Z_2$ + 1 يجب ان يكون حقيقياً ويجب ان يقع

بين 1 + و 1- والحد الاخير Z_T/Z_2 يتكون من ممانعة مقاومية مقسمة على ممانعة مفاعلة ولهذا فأن هذا الحد خيالي وله اشارة معاكسة لاشارة Z_2 وعليه فأن نسبة التيار (14.7) تحتوي على قسمين ، مركبة حقيقية تقع بين 1 + و 1- ومركبة خيالية لها اشارة معاكسة لاشارة Z_2 واذا كانت Z_1 هي مفاعلة سالبة فأن نسبة التيار I_1/I_2 ستقع في الربع الاول او الثاني واذا كانت Z_2 مفاعلة موجبة فأن النسبة ستقع في الربع الثالث او الرابع وهكذا تعتبر كزاوية اصغر من 180 وتكون β موجبة اذا كانت Z_2 مفاعلة سالبة وتكون سالبة اذا كانت Z_2 مفاعلة موجبة . لكن الممانعتين Z_1 و Z_2 لهما اشارتان متعاكستان في حزمة الامرار نستنتج ان الزاوية β سيكون لها اشارة المفاعلة Z_1 نفسها .

ذكر اعلاه بأن الممانعات الصورية لمرشح سلمي مفاعلات في حزمة التوهين ولكن اشارة الممانعة (او بعبارة اخرى هل هي حثية او سعوية) لم تؤشر . ان قضية الاشارة بصورة عامة ليست ذات قيمة عملية هنا ولم تجر محاولات لانهاء هذا المرشح بممانعته الصورية المفاعلية في حزمة التوهين ، وعلى كل قد يكون لها اهمية احياناً وهكذا سوف نتأمل القضية بصورة مختصرة . يمكن استعمال المعادلة (14.17) لتبيان ان انتهاءً بممانعته الصورية المفاعلية يكون نسبة التيار I_1/I_2 لها اتساع اكبر من واحد اذا كان لـ Z_T نفس اشارة Z_1 في حزمة التوهين ومن ناحية اخرى اذا كانت لـ Z_T عكس الاشارة فأن سعة نسبة التيار I_1/I_2 ستكون اصغر من واحد والتوهين سالب وبعبارة اخرى لايكون الجهاز مرشحاً حقيقياً(١) .

الصيغة (14.7) او (14.8) للتوهين تبقى منطبقة ولكن α هي سالب القيمة المحصلة عندما Z_T لها اشارة Z_1 نفسها (لاحظ ان $(\cosh\alpha = \cosh(-\alpha)$. وبطريقة مشابهة يمكن البرهنة على التوهين الموجب يحصل عليه بواسطة الانتهاء الصوري المفاعلي عندما يكون لـ Z_T اشارة Z_2 نفسها ، وخلافاً لذلك فأن سالب هذا التوهين يمكن الحصول عليه . ان توهيناً سالب هنا لايخالف نظرية حفظ الطاقة لان الحمل مفاعلي والتوهين السالب يعني ان فولت ـ امبير المخرج اكبر من فولت امبير المدخل والقدرة تكون صفراً في كلا الحالتين .

عندما يراد فحص مرشح غير معلوم التصميم فأن خواصه يمكن ان تحصل بقياس ممانعة دائرته المفتوحة والمقصرة على مدى تردد عند اية نهاية من نهايتيه والممانعة الصورية عند تلك الاطراف معطاة بالمعادلة (12.4) :

(١) هذا الاشكال اوضح للمؤلف من قبل Preston R. Clement .

$$Z_I = \sqrt{Z_{open} Z_{short}} \qquad (14.18)$$

يحصل على حزمة الامرار عندما تكون المفاعلتان المقاستان لهما اشارتان متعاكستان لان هذا يجعل Z_I حقيقية .

ان الاشارة نفسها لكلا المفاعلتين يبيّن حزمة توهين اوضحت في الجزء السابق فكرة لتعين حزم الامرار والتوهين لمرشح سلمي النوع وقد اشتقت قوانين لثابت التوهين وثابت الطور لانتهاء الصورة والجزء الحالي حلل الممانعات الصورية وبين استعمال مادة الفصل 13 عند الاخذ بنظر الاعتبار الاختلاف عن الانهاء الصوري ويمكننا الآن تحليل اداء اي تركيب لمرشح سلمي معين ، ولحد الآن لم نبحث القضية المعاكسة لاختيار تركيب المرشح ليؤدي عملاً معين ولايجاد قيم عناصره بحيث يكون لترددات القطع ولممانعات الصورة القيم الصحيحة وسنناقش هذا في الفصل القادم ، ان باقي هذا الفصل سيخصص لاعتبار خواص العناصر لشبكة مفاعلية ثنائية الطرف والتي تُكون الفروع لهذا المرشح وكذلك لمعاملة مختصرة لخواص بعض المقاطع المتشابكة .

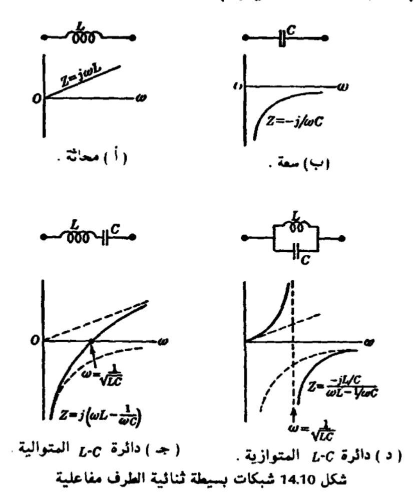
14.4 خواص الشبكات المفاعلية ثنائية الطرف :

The Properties of Two-terminal Reactive Networks.

يعتمد تصميم المرشحات على خواص الفروع الثنائية الطرف المفاعلية التي تتكون منها شبكة المرشح ، وخصوصاً على التغير في ممانعة نقطة السوق (Driving Point Impedance) مع التردد وأكثر الفروع المستعملة عادة هي الفروع البسيطة المبينة في الشكل 14.10 . هذا التوضيح يبين ايضاً التغير في المفاعلة مع التردد لكل دائرة وفي الشكل 14.10 جـ و 14.10 د الخطوط المتقطعة تبين مفاعلة المحاثة ومفاعلة السعة فقط . دائرة LC المتوالية تقترب من تغير سعوي عند ترددات واطئة بعيدة عن الرنين والممانعة تتحدد بالمحاثة فقط ودائرة LC المتوازية تتبع المفاعلة الحثية عند ترددات واطئة ، واعلى من الرنين العكسي (Antiresonance) تقترب من التغير الزائدي (Hyperbolic) للمتسعة .

للشبكات الاكثر تعقيداً لها نقاط رنين ورنين عكسي اضافية، وتسمى هذه بالتعاقب بالاصفار (Zeros) والاقطاب (Poles) لدالة الممانعة ، ان الممانعة لشبكة مفاعلة صرفة تكون دائماً اما صفراً او غير نهائية عند كل من تردد صفر وتردد غير نهائي وهذه تدعى اصفار او اقطاب خارجية للممانعة والاصفار والاقطاب بين

هاتين النقطتين تدعيان بـ « داخل » ، ان دائرة LC المتوالية لها صفر داخل (Internal Zero) وليس لها اقطاب داخلة (Internal Poles) ودائرة LC المتوازية لها قطب داخل واحد وليس لها اصفار داخلة .



(أ) محاثة .

(ب) سعة .

(جـ) دائرة L-C المتوالية .

(د) دائرة L-C المتوازية .

شكل 14.10 شبكات بسيطة ثنائية الطرف مفاعلية

هناك قاعدة عامة ومهمة لشبكة ثنائية الطرف غير فعالة ومفاعلة موضحة بالرسوم البيانية في الشكل 14.10 : يكون منحني ميل المفاعلة مع التردد موجباً دائماً ، وبازدياد التردد تزداد المفاعلة دائماً بالاتجاه الحثي وعندما تصل الى قطب تنحدر بصورة غير مستمرة الى غير نهائية في المنطقة السعوية وتبدأ بالصعود بصورة منتظمة ثانية والبرهان العام لهذه الخاصية هو خارج نطاق هذا الكتاب وسوف نتحدد هنا بتبيان ان هذا صحيح للشبكات التي يمكن ان تبسط الى تجمع توالي وتوازي لعناصر مفاعلة[1]

(1) برهان عام يمكن ان يعتمد على اعتبارات الطاقة راجع :

See Guillemin, *op. cit.*, pp. 226–229; and H. W. Bode, "Network Analysis and Feedback Amplifier Design," Secs. 9.2–9.4, D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1945.

الرسوم البيانية للشكل 14.10 تبين ان الميل لدالة المفاعلة موجب دائماً لهذه الشبكات البسيطة واعتبر الآن ربط توالي شبكتين لهما دالة مفاعلة وميل موجب في كل مكان . بالرمز لهذه المفاعلات بـ X_1 و X_2 يكون لدينا للمفاعلة الكلية :

$$X = X_1 + X_2$$

او بأخذ المشتقة بالنسبة الى التردد :

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{dX_1}{d\omega} + \frac{dX_2}{d\omega}$$

كل الحدود التي على اليمين موجبة ولذا فأن $dX/d\omega$ يجب ان تكون موجبة ايضاً ، وبالتشابه اعتبر دائرة متكونة من شبكتين على التوازي كل منهما لها دالة مفاعلة ميلها الى اعلى والمحصلة المفاعلية لهما هي :

$$X = \frac{X_1 X_2}{X_1 + X_2}$$

المشتقة بالنسبة الى التردد هي :

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{X_2^2 dX_1/d\omega + X_1^2 dX_2/d\omega}{(X_1 + X_2)^2}$$

ان المقام وكلا الحدين في البسط لها قيم موجبة دائماً ومرة ثانية فأن ميل دالة المفاعلة الناتجة موجبة في كل مكان ، وعليه اذا بدأنا بعناصر بسيطة للشكل 14.10 وبنينا شبكة بأي تعقيد بواسطة تجميعات توالي وتوازي تؤخذ بأي ترتيب فأن دالة مفاعلة نقطة السوق للتركيب الناتج سيكون لها ميل موجب في كل مكان وبالرغم من ان المناقشة السابقة تشمل اكثر الشبكات الشائعة الاستعمال فأنها ليست برهاناً عاماً لأن كل الشبكات يمكن تحليلها الى تجميع توالي وتوازي من العناصر (دائرة قنطرة هي مثال بسيط على ذلك) . على كل فأن البرهان العام المذكور في الملاحظ اسفل الصفحة السابقة يبين بأن النتيجة صحيحة لكل الشبكات المفاعلة .

استنتاج مهم يمكن الاستدلال عليه من الموجب لدالة المفاعلة هو ان الاصفار والاقطاب للدالة يجب ان تتناوب وكمثال لايمكن ان يوجد صفران متتاليان بدون وجود قطب بينهما وتسمى هذه « بخاصية الفصل **(Sepration Property)** للاقطاب والاصفار .

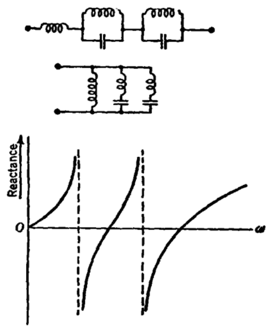
يبين الشكل 14.11 شبكتين مفاعلتين مختلفتين ، كل منهما لها نوع من دالة المفاعلة مخطط بالتوضيح وكل منهما له مفاعلة مقدارها صفر عند التردد صفر بسبب وجود مسار من احد الاطراف الى الآخر يتجنب كل المتسعات كذلك كل منهما له قطب عند تردد غير نهائي لانه لايوجد مسار يتجنب المحاثة . الشبكة الاولى لها قطبان داخليين يحدثان عند ترددي الرنين العكسي لمجمع LC، المتوازي والآن وكما مبين في الشكل 14.11 نرسم رسماً بيانياً لدالة المفاعلة التي لها :

(1) صفر عند التردد صفر ،

(2) قطبان داخليان ،

(3) قطب عند تردد مقداره غير نهائي ،

ولعمل هذا بميل موجب في كل مكان ان يكون هنالك صفران داخليان وبعدها نتأمل الشبكة الثانية . ويوجد هنا صفران داخليان يحدثان عند تردد الرنين لفروع LC المتوالية .



شكل 14.11 شبكتان مفاعلتان ودالتا مفاعلتيهما .

سيلاحظ ان الرسم البياني للمفاعلة يمكن رسمه بوجود قطبين داخليين فقط وهكذا فكلا الدائرتين لهما نوع التغير السعوي نفسه ويلاحظ انواع دوال المفاعلة التي يمكن الحصول عليها محدودة وسيشرح هذا بتفصيل اكثر في الجزء القادم .

14.5. نظرية المفاعَلة لفوستر[1] :Foster's Reactance Theorem.

في بحث أصبح الآن كلاسيكياً (Classic) ، برهن فوستر على ان ممانعة نقطة السوق لشبكة مفاعِلة ثنائية الطرف يمكن حسابها كلياً كدالة لتردد بتعيين الاقطاب والاصفار الداخلة ، ماعدا عامل ثابت الضرب الذي يمكن ايجاده بتحديد الممانعة عند تردد واحد[2] وعليه اذا كان لشبكتين مفاعلتين الاقطاب والاصفار نفسهما واضافة الى ذلك لهما الممانعة نفسها عند تردد واحد فسيكون لهما ممانعتين متساويتين عند كل الترددات . كذلك اعطى فوستر طريقة لايجاد عناصر الدائرة التي لها اقل عدد من العناصر والتي لها اقطاب واصفار عند ترددات محددة كما اعطى فوستر ايضاً هيئات اخرى للشبكة كما مبين في الاشكال 14.12 و 14.13 وهذه الهيئات تدعى بالقياسية «Canonic» حيث انها تكون دليلاً اساسياً في التحليلات والتأليف (Synthesis) لشبكات مفاعلية ثنائية الطرف كما مبين في المعادلة (10.12) . ان ممانعة نقطة السوق لشبكة يمكن التعبير عنها كالاتي :

$$Z = \frac{D}{A_{11}} \qquad (14.19)$$

حيث ان D هو المحدد المتشكل من معاملات معادلات النظام و A_{11} هو العامل المساعد للصف الاول والعمود الاول وكل من فروع الشبكة لها ممانعة بالهيئة العامة $j(\omega L - 1/\omega C) = \frac{j}{\omega}\left(\omega^2 L - \frac{1}{C}\right)$ ، وكل حد في مفكوك محدد درجة n ، nth-order يحتوي على حاصل الضرب لـ n من عناصره وكل عنصر اخذ من صف وعمود مختلف والعامل المساعد A_{11} يقل عند المحدد D بالطبع لصف واحد وعمود واحد ومن هذا يمكن ان نخمن ان المفكوك للمعادلة (14.19) سيكون على الشكل :

$$Z = \frac{j}{\omega}\left(\frac{a_0 + a_2\omega^2 + a_4\omega^4 + \cdots + a_{2n}\omega^{2n}}{b_0 + b_2\omega^2 + b_4\omega^4 + \cdots + b_{2n-2}\omega^{2n-2}}\right) \qquad (14.20)$$

كل من متعددي الحدود (Polynomials) في البسط والمقام لهذه المعادلة يحتوي فقط على قوى زوجية لـ 'ω' وهكذا يمكن تحليلها الى :

$$Z = j\omega H \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2)\cdots(\omega^2 - \omega_{m+1}^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2)\cdots(\omega^2 - \omega_m^2)}$$

حيث ان

$$H = a_{2n}/b_{2n-2}$$
$$m = 2n - 2$$

(١) يمكن ترك هذه الفقرة مع الحفاظ على استمرارية النص

(1) Ronald M. Foster, A Reactance Theorem, Bell System Tech. J., Vol. 3, pp.
(2) 259-267, April, 1924. Also see Guillemin, op. cit.. Chap. V, and Bode. op. cit., Sec. 9.4.

والترددات ω_1 ω_3 .... هي مواقع الاصفار للممانعة والترددات ω_2 ، ω_4 .... هي مواقع الاقطاب .

وكما بين اعلاه فالممانعة لها قطب عند تردد صفر وبما ان البسط هو درجة اعلى لـ ω من المقام فالممانعة لها قطب عند تردد غير نهائي واذا كانت للشبكة صفر عند تردد غير نهائي فأن العامل الاخير في البسط $(\omega_{m+1}^2 - \omega^2)$ سوف يحذف ولهذا يجعل البسط درجة اقل من المقام والثابت H في هذه الحالة سيكون عدداً سالباً .

مثال 1 :

اوجد الصيغة لممانعة نقطة السوق لشبكة مفاعلية لها اقطاب عند $\omega = 0$ ، $\omega = 2{,}000$ وغير نهائية والاصفار توضع عند $\omega = 1{,}000$ هرتز و 3,000 هرتز ويراد ان تكون الممانعة 750 ز- اوم عند تردد 500 هرتز .

من المعادلة (14.21) يمكن ان نكتب :

$$Z = j\omega H \frac{(\omega^2 - 10^6)(\omega - 9\cdot10^6)}{\omega^2(\omega^2 - 4\cdot10^6)}$$

لايجاد H نضع Z لتساوي 750 j - عند تردد $\omega = 500$ ثم :

$$-j750 = j500H \frac{(0.250 - 1)(0.250 - 9)}{0.250(0.250 - 4)}$$

ومنها :

$$H = 0.214$$

$$Z = j0.214\omega \frac{(\omega^2 - 10^6)(\omega^2 - 9\cdot10^6)}{\omega^2(\omega^2 - 4\cdot10^6)} = 0,$$

مثال 2 :

شبكة مفاعلية لها اصفار ممانعة عند $\omega = 0$ و $\omega = 2{,}000$ وعند تردد غير نهائي . الاقطاب تعين عند $\omega = 1{,}000$ و $\omega = 4{,}000$ ويراد ان تكون الممانعة 700 j عند $\omega = 500$. يمكن كتابة :

$$Z = j\omega H \frac{\omega^2 - 4\cdot10^6}{(\omega^2 - 10^6)(\omega^2 - 16\cdot10^6)}$$

لحساب H نعوض :

$$j700 = j500H \frac{0.25 - 4}{(0.25 - 1)(0.25 - 16)\cdot10^6}$$

من هذا :

$$H = -4.41 \times 10^6$$

و

$$Z = -j4.41 \times 10^6 \omega \frac{\omega^2 - 4\cdot 10^6}{(\omega^2 - 10^6)(\omega^2 - 16\cdot 10^6)}$$

كخطوة اولى لايجاد شبكة مفاعلة بسيطة تجهز هيئة معينة لممانعة نقطة السوق سنحاول تبسيط المعادلة (14.21) الى مجموع من المركبات البسيطة . اولاً نلاحظ انه كلما تقترب ω من مقدار غير متناهٍ فان Z تقترب من $j\omega H$ ثم نكتب Z كحاصل جمع $j\omega H$ زائداً كسور جزئية كل منها يقترب من صفر عندما تقترب من مقدار غير متناهٍ ويعطينا هذا تعبيراً بهيئة :

$$Z = j\omega H - j\omega \left(\frac{A_0}{\omega^2} + \frac{A_2}{\omega^2 - \omega_2^2} + \cdots + \frac{A_m}{\omega^2 - \omega_m^2}\right) \tag{14.23}$$

حيث ان الـ A's هي معاملات لم توجد الى الآن .

الاشارة السالبة امام القوس استعملت لفائدة لاحقة ، وقد امتص العامل H في ال A's .

نحاول الآن تمثيل كل من الحدود بدائرة بسيطة ، الحد الاول $j\omega H$ يمكن التعرف عليه حالياً بأنه ممانعة حثية والحد الثاني jA_0/ω يمثل متسعة على التوالي وكل من الحدود الباقية يمكن ان نماثلها بدائرة LC متوازية لان كل ممانعة لدائرة كهذه يمكن كتابتها كالآتي :

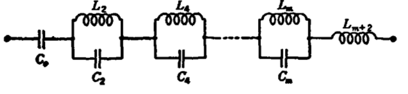
$$\frac{j\omega L(-j/\omega C)}{j(\omega L - 1/\omega C)} = \frac{-j\omega/C}{\omega^2 - 1/LC} = \frac{-j\omega/C}{\omega^2 - \omega_a^2}$$

حيث ان ω_a هو تردد الرنين العكسي .

يمكن الآن ان نكتب المعادلة (14.23) كحاصل جمع ممانعات :

$$Z = j\omega L_{m+2} - j\omega \left(\frac{1/C_0}{\omega^2} + \frac{1/C_2}{\omega^2 - \omega_2^2} + \cdots + \frac{1/C_m}{\omega^2 - \omega_m^2}\right)$$

التي كتبنا فيها $j\omega L_{m+2}$ مكان $j\omega H$. الدائرة التي تناظر هذه الممانعة مبينة في الشكل 14.12 .



شكل 14.12 اول هيئة قياسية لممانعة نقطة السوق المفاعلية .

نستعمل الآن المعادلة السابقة لايجاد صيغة للمتسعات . اعتبر اي حد له الهيئة $j\omega/C_k(\omega^2 - \omega_k^2)$ ـ ، اذا ضربنا طرفي المعادلة (14.24) بـ $(\omega^2 - \omega_k^2)$ ووضعنا $\omega = \omega_k$ فأن كل الحدود على يمين المعادلة ستصبح صفراً ماعدا $-j\omega/C_k$ ثم نحصل على الصيغة :

$$\frac{1}{C_k} = \left[\frac{(\omega^2 - \omega_k^2)}{\omega} jZ\right]_{\omega=\omega_k}$$

حيث ان $-\omega_k$ هي موقع القطب للممانعة والتعبير لـ Z في هذه المعادلة سوف يستعمل بالهيئة المعطاة بالمعادلة (14.21) . لرنين عكسي عند التردد الملائم يجب ان يكون :

$$L_k = \frac{1}{\omega_k^2 C_k}$$

المتسعة C_0 يمكن اعتبارها تحديدا لدائرة LC متوازية لها رنين عكسي عند تردد صفر ولهذا وبواسطة المعادلة (14.26) لها محاثة غير نهائية على التوازي مع C_0 . المحاثة L_{m+2} يمكن اعتبارها تحديداً لدائرة LC المتوازية والتي لها رنين عكسي عند تردد غير نهائي ، ولهذا لها متسعة تساوي صفراً على التوالي مع L_{m+2} والصيغتان المعطيتان اخيراً يمكن استعمالهما لايجاد عناصر دائرة فوستر ماعدا L_{m+2} وعلى كل لـ L_{m+2} نتذكر ان :

$$L_{m+2} = H$$

دائرة الشكل 14.12 لها اقطاب عند تردد صفر وعند تردد غير متناهٍ للحصول على صفر عند تردد صفر نبدل C_0 فقط بدائرة قصر للحصول على صفر عند مقدار غير نهائي نبدل L_{m+2} بدائرة قصر ، الصيغ (14.25) و (14.26) تبقى منطبقة للعناصر الباقية .

مثال 3 :

للمثال 1 في هذا الجزء ، المعادلة (14.22) عبرت عن المعادلة الحثية التي تحدد الاقطاب والاصفار ، ولها ممانعة معينة عند تردد واحد . جد العناصر لدائرة فوستر التي تعطي هذه الممانعة .

للمتسعات ، نعوض الصيغة لـ Z (المعادلة 14.22) في الصيغة (14.25) ونحصل :

$$\frac{1}{C_k} = \left[-0.214 \frac{(\omega^2 - \omega_k^2)(\omega^2 - 10^6)(\omega^2 - 9\cdot10^6)}{\omega^2(\omega^2 - 4\cdot10^6)}\right]_{\omega=\omega_k}$$

فراد-١

وتحسب هذه عند القطبين $\omega_k^2 = 0$ و $\omega_k^2 = 4\cdot10^6$ ولاول هاتين يكون لدينا :

$$\frac{1}{C_0} = -0.214\,\frac{(-10^6)(-9\cdot10^6)}{(-4\cdot10^6)} = 0.481 \times 10^6 \text{ farad}^{-1}$$

فراد⁻¹

فراد

$$C_0 = 2.08 \times 10^{-6} \text{ farad}$$

لـ $\omega_k^2 = 4\cdot10^6$ يكون لدينا :

$$\frac{1}{C_2} = -0.214\,\frac{(4\cdot10^6 - 10^6)(4\cdot10^6 - 9\cdot10^6)}{(4\cdot10^6)} = 0.803 \times 10^6 \text{ farad}^{-1}$$

فراد⁻¹

فراد

$$C_2 = 1.246 \times 10^{-6} \text{ farad}$$

باستعمال المعادلة (14.26) :

$$L_2 = \frac{0.803 \times 10^6}{4\cdot10^6} = 0.201 \text{ henry}$$

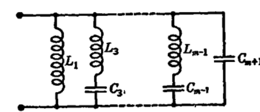
هنري

من المعادلة (14.27) فان محاثة التوالي التي تعطي قطباً عند مقدار غير نهائي :

$$L_4 = H = 0.214 \text{ henry}$$

هنري

الشبكة تتكون من العناصر الآتية على التوالي : C_0 و L_2C_2- على التوازي و L_4



شكل 14.13 هيئة قاسية ثانية لفوستر لممانعة نقطة السوق الفاعلية .

الهيئة القياسية لشبكة فوستر مبينة في الشكل 14.13 . وهنا L_1 يُعطي صفراً عند تردد صفر ، و L_3 و C_3 ينتج عنهما صفر عند ω_3 ، الى آخره ، و C_{m+1} تنتج صفر عند تردد غير نهائي ولاشتقاق هذه الدائرة تكتب المسايرة بهيئة مشابهة لـ (14.20) ويستعمل مفكوك كسر جزئي وتماثل الحدود بعدئذ بفروع LC متوالية والصيغ للعناصر هي[1] :

$$\left.\begin{aligned} L_k &= \left[\frac{-j\omega Z}{\omega^2 - \omega_k^2}\right]_{\omega=\omega_k} \\ C_k &= \frac{1}{\omega_k^2 L_k} \end{aligned}\right\} \qquad (14.28)$$

(1) شاهد :

Foster, op. Cit., and Gullemin, op. Cit.

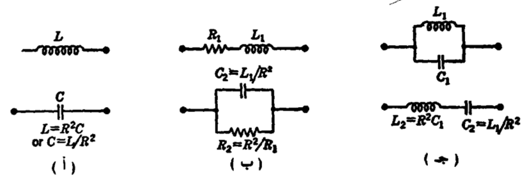
حيث ان ω_k هو موقع الصفر للممانعة .
المتسعة C_{n+1} التي تقترب من الصفر للممانعة عند تردد غير نهائي معطاة بـ :

$$C_{n+1} = \frac{1}{(-H)} \qquad (14.29)$$

حيث ان H هو ثابت (الآن سالب) يضرب التعبير الاصلي للممانعة واذا كان للممانعة قطب عند تردد غير نهائي تبدل C_{n+1} ، بدائرة مفتوحة ، واذا وجد قطب عند تردد صفر ، L_{n_1} هي غير نهائية وتبدل بدائرة مفتوحة . والصيغ (14.28) تبقى منطبقة للعناصر الباقية .

14.6 ممانعات عكس او قلب Inverse, or Reciprocal, Impedances.:

يقال عن ممانعتين بأنهما عكسيتان او مقلوبتان اذا كان تغير احدهما مع التردد هو عكس او مقلوب التغير في الاخرى وحاصل ضربهما كان ثابتاً ولا يعتمد على التردد .



شكل 14.14 أمثلة على شبكات عكسية بالنسبة الى R^2 respect to

في الحالات المهمة جداً فأن حاصل الضرب حقيقي وله وحدات مقاومة تربيع :

$$Z_1 Z_2 = R^2 \qquad (14.30)$$

يقال عن Z_1 هنا بأنها مقلوب Z_2 بالنسبة لـ R^2 وهناك عدة أمثلة بسيطة لشبكات مقلوبة مبينة في الشكل 14.14 .

للشبكة الاولى يكون لدينا :

$$Z_1 Z_2 = (j\omega L)\left(\frac{-j}{\omega C}\right) = \frac{L}{C}$$

هنا $R^2 = L/C$ واذا بدأنا بقيمة معينة لـ L فأن الممانعة المقلوبة بالنسبة الى R^2 يمكن الحصول عليها مع $C = L/R^2$ فراد ومن ناحية اخرى اذا كانت C

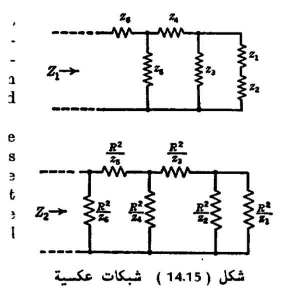
معلومة فأن الممانعة المقلوبة يحصل عليها بـ $L = R^2C$ هنري .

وفي المثال الثاني يكون لدينا :
$$Z_1Z_2 = (R_1 + j\omega L_1)\left(\frac{1}{1/R_2 + j\omega C_2}\right)$$

اذ جعلنا $R_2 = R^2/R_1$ و $C_2 = L_1/R^2$ ، فأن حاصل ضرب Z_1Z_2 يساوي R^2 والممانعتين هما مقلوبتان . لاحظ ان ربط التوالي لدائرة واحدة استبدل بالتوازي للاخرى وان كل عنصر في دائرة واحدة استبدل بعكسه بالنسبة لـ R^2 في الاخرى .

في المثال الثالث لشكل 14.14 حاصل ضرب الممانعتين هو :
$$Z_1Z_2 = \left(\frac{-j}{\omega C_1 - 1/\omega L_1}\right)j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)$$
اذا كان $L_2 = R^2C_1$ و $C_2 = L_1/R^2$ فان حاصل ضرب Z_1Z_2 هو R^2 وان الممانعتان هما مقلوبتان وربط التوالي يبدل بربط توازي وكل عنصر يبدل بعكسه بالنسبة لـ R^2 ، والقطب لـ Z_1 استبدل بصفر لـ Z_2 .

ان المبادىء الموضحة في الأمثلة السابقة يمكن تعميمها على أية شبكة تحتوي على ممانعات مربوطة على التوالي والتوازي كما مبين في الشكل 14.15 ولقلب الممانعة Z_1 بالنسبة R^2 فأن كل ربط توالي يستبدل بربط توازي وكل ربط توازي يستبدل بربط توالي ، بالاضافة الى ذلك كل عنصر يبدل بعكسه بالنسبة لـ R^2 .



شكل (14.15) شبكات عكسية

بصورة عامة ، لكي تكون شبكتان مفاعلتان بحتتان مقلوبتين فأن الاقطاب لواحدة يجب ان تناظر الاصفار في الاخرى ، فاذا كان حاصل ضرب Z_1Z_2 مساوياً لـ R^2 عند اي تردد واحد فأنه سيكون مساوٍ لـ R^2 عند كل الترددات .

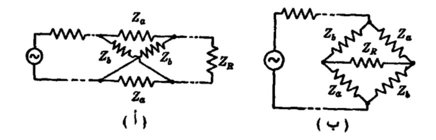
14.7 المرشح المتشابك : The Lattice Filter.

كما ذكر في الجزء 14.1 سوف نعطي هنا مقدمة موجزة للمرشح المتشابك وسوف نشير القارىء الى الكتب المذكورة في الملاحظة الأخيرة في « اسفل الصفحة » لذلك الجزء لمعاملة اكثر تفصيلاً ويمكن اعتبار المتشابك مع ممانعة حمله كدائرة قنطرة ، كما موضح في الشكل 14.16 . ومن الواضح ان القنطرة سوف تتوازن وسيكون الارسال صفراً (بعبارة اخرى توهين غير نهائي عند اي تردد عندما تكون $Z_a = Z_b$) .

المتشابك له تركيب متناظر وله ممانعة الدائرة المفتوحة نفسها عند كل من نهايتيه وكذلك ممانعة دائرة القصر . بملاحظة الشكل 14.16 أ :

$$\left.\begin{aligned} Z_{open} &= \frac{Z_a + Z_b}{2} \\ Z_{short} &= \frac{2Z_aZ_b}{(Z_a + Z_b)} \end{aligned}\right\} \qquad (14.31)$$

ويمكن الحصول على الممانعة الصورية من المعادلة (12.14) وهذه الممانعة هي نفسها عند كلا النهايتين وتساوي الممانعة المتكررة في كلا الاتجاهين وهكذا سوف نسميها بالممانعة المميزة .



شكل 14.16 المتشابك مع ممانعة حمل يمكن رسمه كدائرة قنطرة .

ومن ثم :

$$Z_0 = \sqrt{Z_{open}\, Z_{short}} = \sqrt{Z_aZ_b} \qquad (14.32)$$

اذا كانت Z_{sc} و Z_L مفاعلتين باشارتين متعاكستين فأن Z_0 حقيقة اي مقاومة . وبالمقارنة مع نتائج المقاطع السلمية ، نتوقع ان هذا يؤشر حزمة امرار واذا كانت Z_a و Z_b هما مفاعلتان لهما الاشارة نفسها فاءن Z_0 ستكون مفاعلة وتمثل منطقة التوهين .

لهذه الشبكة المتناظرة ثابت انتقال صوري مساو لنسبة تيار (او فولتية)

المدخل الى المخرج عندما تنهى الشبكة ب Z_0 ونستعمل المعادلة (12.20) ونكتب :

$$\epsilon^{2\theta} = \frac{1 + \sqrt{Z_{short}/Z_{open}}}{1 - \sqrt{Z_{short}/Z_{open}}}$$

بالتعويض من المعادلة (14.31) وبالتعويض من الكسور ، نجد :

$$\epsilon^{2\theta} = \frac{1 + 2\sqrt{Z_a/Z_b} + Z_a/Z_b}{1 - 2\sqrt{Z_a/Z_b} + Z_a/Z_b}$$

$$= \left(\frac{1 + \sqrt{Z_a/Z_b}}{1 - \sqrt{Z_a/Z_b}}\right)^2$$

ثم :

$$\epsilon^{\theta} = \epsilon^{\alpha}\epsilon^{j\beta} = \frac{1 + \sqrt{Z_a/Z_b}}{1 - \sqrt{Z_a/Z_b}} \qquad (14.33)$$

اذا كانت Z_a و Z_b مفاعلتين باشارتين متعاكستين (Z_0 هي مقاومة) فأن Z_a/Z_b تكون سالبة وتكون $\sqrt{Z_a/Z_b}$ خيالية ولذا فأن بسط ومقام المعادلة 14.33 يكونان اعداداً مركبة مترافقة وان حاصل قسمة عددين مركبين مترافقين له اتساع مقداره واحد وزاويا مقدارها ضعف تلك للبسط ، وهكذا يكون لدينا :

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= 2\tan^{-1}\sqrt{-Z_a/Z_b} \end{aligned}\right\} \qquad (14.34)$$

وواضح ان هذه هي حزمة امرار .

واذا كانت Z_a و Z_b مفاعلتين لهما الاشارة نفسها (التي تجعل Z_0 مفاعلة) فأن Z_a/Z_b موجبة و $\sqrt{Z_a/Z_b}$ حقيقية .

الآن يجب ان نميز بين هذين الاحتمالين :

(أ) اذا كانت $Z_a < Z_b$ ، فأن الطرف الايمن للمعادلة (14.33)يكون موجباً وبما ان ϵ^{α} موجب دائماً فيجب ان يكون لدينا $\epsilon^{j\beta} = +1$ ولذا فأن $\beta = 0$ ؛

$$\epsilon^{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{Z_a/Z_b}}{1 - \sqrt{Z_a/Z_b}}$$

بالحل لـ $\sqrt{Z_a/Z_b}$ نحصل على :

$$\sqrt{\frac{Z_a}{Z_b}} = \frac{\epsilon^{\alpha} - 1}{\epsilon^{\alpha} + 1}$$

$$= \frac{\epsilon^{\alpha/2} - \epsilon^{-\alpha/2}}{\epsilon^{\alpha/2} + \epsilon^{-\alpha/2}}$$

$$\tanh\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{Z_a}{Z_b}} \qquad (14.35)$$

(ب) من ناحية اخرى اذا كانت $Z_a > Z_b$ فأن الطرف الأيمن من المعادلة (14.33) سيكون سالباً ، وهذا يحتم ان تكون β مساوية لـ π من الزاوية نصف القطرية ثم ان $-1 = \epsilon^{-j\pi} = \epsilon^{j\pi}$ وعليه تصبح المعادلة (14.33) :

$$-\epsilon^{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{Z_a/Z_b}}{1 - \sqrt{Z_a/Z_b}}$$

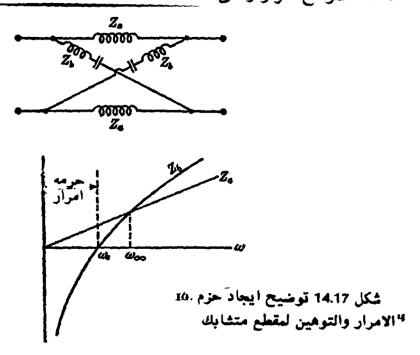
بالحل لـ $\sqrt{Z_a/Z_b}$ سوف نحصل على معكوس $\tanh \alpha/2$ وهكذا يكون لدينا :

$$\tanh\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{Z_b}{Z_a}} \qquad (14.36)$$

رأينا بأنه يحصل على حزمة الامرار لمرشح متشابك عندما تكون Z_a و Z_b مفاعلتين لهما عكس الاشارة وكمثال اعتبر المرشح البسيط للشكل 14.17 وهنا Z_a و Z_b لهما اشارتين متعاكستين عند ترددات اوطأ من ω_c اذن هذا هو مرشح امرار واطىء له تردد قطع مساوٍ لـ ω_c .

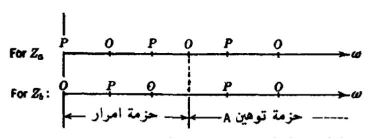
عند التردد المؤشر بـ ω_∞ في الرسم التخطيطي ، المنحنيين يتقاطعان ويعتمد المتشابك هنا كقنطرة متوازنة عند هذا التردد . ان قيمة الارسال صفر والتوهين غير نهائي .

الممانعة Z_a بصورة عامة يمكن ان يكون لها اي عـدد من الاصفار في حزمة الامرار بشرط ان Z_b لها اقطاب عند الترددات نفسها ، كذلك فأن كل قطب لـ Z_a يجب ان يواءم بصفر متناظر لـ Z_b وعندئذٍ تبقى المفاعلتان لهما اشارتان معكوستين ولكن في حزمة التوهين يجب ان تكون للمفاعلتين الاشارات نفسها وهكذا فأن الاقطاب والاصفار يجب ان يحدثا معاً وهذا موضح تخطيطياً في شكل 14.18 لمرشح امرار واطئ .



شكل 14.17 توضيح ايجاد حزم الامرار والتوهين لمقطع متشابك

ومن الواضح بأن هنالك قدر كبير من المرونة لتصميم مرشح متشابك لان عدد الاقطاب والاصفار محدد فقط بعدد العناصر التي يراد وضعها في كل فرع وكذلك لعدد معين من الاقطاب والاصفار فان الوضع المضبوط لكل منها هو مسألة تصميم ولهذه الاسباب فأن خواص التوهين والطور للمرشح المتشابك وتغير ممانعته المميزة يضبط بطريقة اكثر مرونة منها لمرشح سلمي .



شكل 14.18 تمثيل تخطيطي لترتيب الاقطاب والاصفار لمرشح امرار واطئ متشابك .
قطب = P صفر = 0 .

بعض المقاطع المتشابكة يمكن ان تبسط الى مقطع T او π وبعض اخر يمكن ان تبسط الى $\overline{T}$ مقنطرة بدون استعمال محول ولكن البعض الآخر لايمكن تبسيطها وهذا يجهز خواصاً لايمكن الحصول عليها من تركيبات بسيطة وكمثال مهم لهذه الحالة سوف نتأمل باختصار مرشح امرار كلي (All Pass) متشابك ، يستعمل لشبكات معادلة الطور(Phase Equalizing) لتعويض الطور الذي يظهر من خواص التردد في اقسام اخرى من نظام الارسال(١) .

ان التركيب للامرار الكلي ليس له حزمة توهين وعوضا عن دلك يجهز ازاحة طور كدالة للتردد . يمكن الحصول على الامرار الكلي بجعل Z_b معكوسة Z_a ولذا فأن حاصل ضربهما يكون ثابتاً و Z_0 تكون مقاومة ثابتة وخارج قسمة Z_a/Z_b سيكون دالة للتردد كما مبين في المعادلة (14.354) فأن هذا سوف يجهز ازاحة طور كدالة للتردد . مثال بسيط مبين في الشكل 14.19 ، عند تردد واطيء فأن

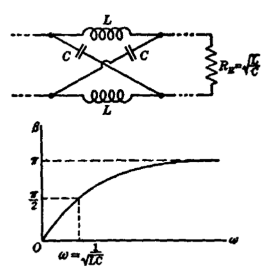
(١) تعادل التوهين هو بصورة عامة اكثر اهمية من تعادل الطور بالرغم من ان كليهما مهم في بعض الاحيان . لمناقشة معادلات التوهين ومعادلات الطور راجع .

O. J. Zobel, Distortion Correction in Elec-trical Circuits with Constant-resistance Recurrent Networks, Bell System Tech. J., Vol. VII, pp. 438-534, July, 1928; W. L. Everitt, «Communication Engineering,» 2d ed., Chap. IX, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1937; F. E. Terman, «Radio Engineers' Handbook, »pp. 244-249, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York 1943

الطرفين العلويين يربطان مباشرة معاً وعند تردد عال جداً فأن المحاثتين يمنعان (Block)- سريان التيار والمتسعتان تصبحان دائرتين مقصرتين افتراضيتين وهكذا يعكسان الطور عن طرفي المخرج وبما ان $jωL$: Z_a و $Z_b = -j/ωC$ يكون لدينا $Z_0 = \sqrt{L/C}$ عند كل الترددات وازاحة الطور باستعمال المعادلة (13.34) هي :

$$\beta = 2\tan^{-1}\omega\sqrt{LC}$$

ان تغير هذه مع التردد معطى بالشكل 14.19 ، يمكن الحصول على خواص طورية اخرى مع التردد بواسطة فروع اكثر تعقيداً .



شكل 14.19 مثال على شبكة معادلة الطور

مسائل

المسائل الاربع تبين اذرع التوالي والتوازي كاملة لمقاطع سلّمية . ارسم مخطط T و π لكل منها وباستعمال رسم بياني للمفاعلة ، عين حزم الارسال والتوهين وجد صيغاً لترددات القطع .

1 . فرع التوالي متسعة C وفرع التوازي : محاثة L .

2 . فرع التوالي : محاثة L_1 وفرع التوازي محاثة L_2 على التوالي مع متسعة C .

3 . فرع التوالي : محاثة L_1 على التوالي مع متسعة C وفرع التوازي محاثة L_2 .

4 . فرع التوالي : محاثة L_1 وفرع التوازي محاثة L_2 على التوازي مع متسعة C .

5 . مقطع لمرشح سلمي معين له فرع توالٍ يتكون على محاثة على التوالي مع متسعة وفرع التوازي يتكون من محاثة على التوازي مع متسعة وتردد الرنين لفرع التوالي هو تردد الرنين العكسي لفرع التوازي نفسه . استخدم رسماً بيانياً للمفاعلة لايجاد عدد المواقع النسبية لحزم النقل والتوهين . ماذا يحدث لو جعل تردد الرنين لفرع التوالي اقل من تردد الرنين العكسي لفرع التوازي ؟

$$Z = R + j\omega L \quad \text{اوم لكل وحدة طول}$$
$$Y = G + j\omega C \quad \text{موه لكل وحدة طول} \qquad (2.24)$$

6 . ارجع الى المثال 1 في الجزء 14.2 :

أ . اكتب صيغاً جبرية لـ Z_T و Z_π لهذا المرشح (كدالة لـ L و C و ω) .

ب . اذا اقتربت Z_T من 500 اوم عند تردد واطئ جداً واذا اريد ان يكون تردد القطع 4,000 هرتز . احسب القيم اللازمة لـ L و C . ارسم مخططاً لمقطع T ومقطع π مبيناً قيم العناصر .

حـ . باستعمال نتائج الفرع ب . ارسم مخططاً لـ Z_T كدالـة للتـردد في المدى $0 < f < 8{,}000$ هرتز .

د . جد α و β عند تردد 2,000 هرتز وعند 8,000 هرتز .

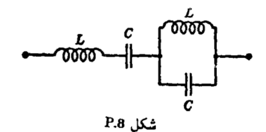
7 . ارجع الى المثال 2 الجزء 14.2 . اعطي $L_1 = 0.795$ هنري ، $C_1 = 0.0354 \times 10^{-6}$ فراد ، $C_2 = 0.0795 \times 10^{-6}$ فراد .

أ . احسب ترددات القطع بالهرتز .

ب . جد قيمة Z_T في وسط حزمة الامرار .

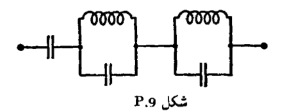
حـ . بمساعدة . الشكل 14.5 ، ارسم مخططاً لـ α و β مع التردد بين تردد صفر وتردد 1.4 مضروباً بتردد القطع الاعلى (Upper Cutoff Frequency)

8 . شكل P8 يبين شبكة مفاعلة ثنائية الطرف
أ . ارسم مخططاً لهيئة مفاعلة المدخل كدالة للتردد .
ب . جد صيغاً للترددات التي عندها تحدث الاصفار (عبر بدلالة L و C) .

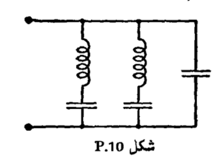


شكل P.8

9 . شكل P.9 يبين شبكة مفاعلة ثنائية الطرف . ارسم مخطط هيئة مفاعلة المدخل كدالة للتردد .


شكل P.9

10 . ارسم مخططاً لهيئة المفاعلة كدالة للتردد للشبكة المفاعلة الثنائية الطرف المبينة في الشكل P.10 .


شكل P.10

11 . ارسم مخططاً لشكل دائرة شبكة فوستر الثانية التي يكون لها دالة مفاعلة نقطة السوق نفسها للشبكة المبينة في الشكل P.9 .

12 . شبكة مفاعلة ثنائية الطرف يراد ان تكون لها ممانعة صفر عند الترددات الآتية : صفر ، 5,000 هرتز وتردد غير نهائي ويراد تعيين اقطاب الممانعة عند $\omega =$ 2,000 هرتز و $\omega =$ 8,000 هرتز ولتكون الممانعة j500 اوم عند تردد $\omega =$ 1,000 هرتز .

أ . اكتب صيغة لدالة الممانعة . ماذا يحدث لو حاولنا ان نحدد مفاعلة سالبة بين تردد صفر و 2,000 = ω ؟

ب .صمم هيئة شبكة فوستر الاولى التي لها الخواص المطلوبة .

جـ . صمم هيئة شبكة فوستر الثانية التي لها الخواص المطلوبة .

13 . خط نقل مفتوح الدائرة « بدون فقد » له الاصفار والاقطاب الاتية لممانعة طرف الارسال :

الاقطاب عند $f = 10^6$ ، $f = 3 \times 10^6$ هرتز ، .....

الاصفار عند $f = 10^6$ هرتز ، ..... وممانعة طرف الارسال هي j 400 – عند تردد 500,000 هرتز

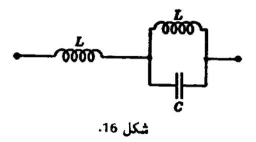
أ . شبكة مفاعلة ثنائية الطرف تتكون من محاثات ومتسعات مكتلة لتنتج المعلومات آنفة الذكر من تردد صفر الى تردد 3 ميكا هرتز (الترددان داخليان) ويكون لها قطب عند تردد لانهائي . اكتب تعبيراً للممانعة كدالة لهذه الشبكة .

ب . صمم هيئة شبكة فوستر الاولى التي يكون لها الخواص المطلوبة .

14 . معطى محاثة مقدارها 0.100 هنري . جد العنصر الذي هو عكس هذه بالنسبة R^2 ، حيث ان $R = 500$ اوم .

15 . مقاومة R_1 ومتسعة C_1 ربطتا على التوالي . جد شبكة مقلوبهما بالنسبة لـ R^2 . حدد الثوابت العددية للشبكة العكسية $C_1 = 0.5 \times 10^{-6}$ فراد و $R = 700$ اوم .

16 . اعكس الشبكة للشكل P.16 بالنسبة لـ R^2 . اعمل مخططاً للشبكة العكسية وعين القيم العددية للعناصر اذا كان $L = 0.100$ هنري ، $C = 2 \times 10^{-6}$ فراد و $R = 500$ اوم . ارسم مخططاً لهيئة دالة الممانعة التردد لكل من الشبكتين .



شكل 16.

17 . ارجع الى مقطع المرشح المتشابك المبين في الشكل 14.17 . وافرض ان $Z_1 = j(\omega L - 1/\omega C)$ و $= Z_2 = j\omega L'$ جد صيغة لتردد القطع بدلالة L و C جد القيم لـ α و β عند :

(أ) نصف تردد القطع .

(ب) ضعف تردد القطع .

18 . مرشح متشابك له Z_1 يحتوي على محاثة L_1 على التوالي متسعة C_1 الممانعة Z_2 تتكون من متسعة C_2 . اوجد مواقع حزم النقل والتوهين واكتب صيغة تردد القطع

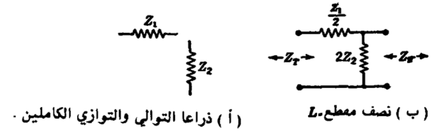
19 . مرشح متشابك له Z_1 يحتوي على محاثة L على التوالي مع متسعة C الممانعة Z_2 تحتوي على محاثة $2L$ على التوالي مع متسعة $2C$. عين حزم النقل والتوهين واوجد صيغاً لترددات القطع . ثم جد القيم لـ α, و β عند الترددات الآتية : عند تردد اوطأ من تردد القطع ، عند تردد اعلى من تردد القطع ، عند المعدل الهندسي بين هذين الترددين .

20 . مقطع مُعادل طور متشابك له Z_a محتوية على محاثة L على التوازي مع متسعة C الممانعة Z_b تحتوي على محاثة L على التوالي مع متسعة C . جد صيغة لازاحة الطور كدالة للتردد . ارسم مخططاً لـ β مع التردد للقيم العددية $L = 0.050$ هنري و $C = 0.25 \times 10^{-6}$ فراد ماهي الممانعة المميزة لهذا المقطع ؟

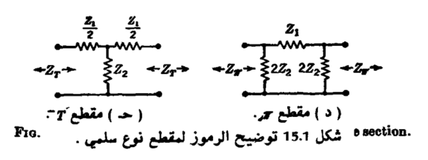
الفصل الخامس عشر
التصميم لمرشحات سلمية
THE DESIGN OF LADDER FILTERS

15.1 مقدمة :

تستعمل مقاطع النوع السلمي في بعض الاحيان منفردة ولكن عندما تكون المتطلبات صارمة جداً تربط عدة مقاطع بالتعاقب . المقاطع المنفردة تصمم لكي يكون لها ترددات القطع(Cutoff Frequencies) نفسها وممانعات صورية عند نقاط التقائها ، وعلى اية حال لاتكون كل المقاطع متشابهة ولكن تُختار بحيث ان خواص التوهين المرغوبة لاحداهما ستعوض عن النقص في اخرى وبالاضافة الى ان صفات تحويل الممانعة لنصفي مقطع تستعمل عند نهاية المرشح لتوفير ممانعة صورية ثابتة اكثر عند الاطراف والنتيجة تدعى مرشحاً مركباً (Composite Filter) .



(أ) ذراعا التوالي والتوازي الكاملين .
(ب) نصف مقطع-L



(حـ) مقطع-T
(د) مقطع-π

Fig. شكل 15.1 توضيح الرموز لمقطع نوع سلمي . e section.

ابسط مقطع سلمي هو مايسمى نوع ثابت ـ ك (Constant-K) . ويشتق من هذا المقطع نوع اكثر تعقيداً يسمى مشتقة ـ م (m-Derived) والذي يصمم ليوائم ثابت ـ ك في ممانعته الصورية وسيوصف هذان النوعان ببعض التفصيل وسنذكر باختصار بعض مقاطع اخرى للنوع السلمي .

الرموز المستعملة لمقطع النوع السلمي مبينة في الشكل 15.1 وقد اشتقت صيغ الممانعات الصورية والتوهين الصوري وثوابت الطور في الجزئين (14.2) و (14.3) وهذه ستكرر مرة اخرى للسهولة ، ان ممانعة منتصف التوالي الصورية (The mid-Series Image Impedance) اعطيت بالمعادلة (14.15) وهي :

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2}\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} \qquad (15.1)$$

وممانعة منتصف التوازي الصورية هي (من المعادلة (14.16)) :

$$Z_\pi = \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{\sqrt{1 + Z_1/4Z_2}} \qquad (15.2)$$

يحصل على حزمة امرار (Pass-Band) عندما $-1 < Z_1/4Z_2$ ولذا يكون لدينا :

ومن المعادلة (14.5) :

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \cos\beta &= 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \end{aligned}\right\} \qquad (15.3)$$

هنالك احتمالان لحزمة توهين (Attenuation-Band) :

أ . اذا $0 = Z_1/4Z_2$ عندنا من المعادلة (14.7) :

$$\left.\begin{aligned} \cosh\alpha &= 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \\ \beta &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (15.4)$$

ب . اذا $-1 > Z_1/4Z_2$ عندنا من المعادلة (14.7) :

$$\left.\begin{aligned} \cosh\alpha &= -1 - \frac{Z_1}{2Z_2} \\ \beta &= \pm\pi \end{aligned}\right\} \qquad (15.5)$$

ثابتا التوهين والطور الصوري رسما كدالتين لـ $Z_1/4Z_2$ في الشكل (14.5) .

15.2 . مقاطع ثابت ك سلمي 15.2. Constant-K Ladder Sections.

مقطع نوع سلمي مهم بصورة خاصة ويحصل عليه باختبار مفاعلة ذراعي التوالي والتوازي بحيث ان حاصل ضرب ممانعتيهما ثابت وفي الرموز المستعملة اصلاً :

$$Z_1 Z_2 = k^2$$

حيث ان k ثابت موجب وحقيقي ولا يعتمد على التردد ومن المناقشة للجزء (14.6) لاحظنا بأن الممانعتين هما مقلوبتان بالنسبة الى k^2 حيث ان k هي مقاومة وعليه سنكتب بدلاً من ذلك :

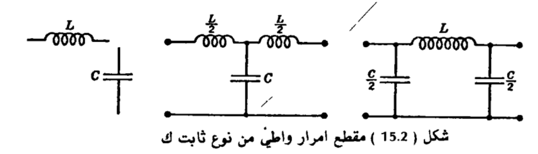
$$Z_1 Z_2 = R^2 \qquad (15.6)$$

على اية حال سنستمر باستعمال الاسم « مقطع ثابت ك » ان مقطع ثابت ك هو بصورة خاصة بسيط وفعال بدرجة مقنعة بالاضافة الى ان عيوبه الاساسية من الممكن اصلاحها باستعماله على التعاقب مع مقاطع مشتقة م الموصوفة لاحقاً

الممانعتان المفاعلتان المقلوبتان Z_1 و Z_2 يكونان دائماً بعكس الاشارة وعليه فأن حاصل قسمتها سالب عند كل الترددات ، اذاً يكون لهذا المقطع دائماً $Z_1/4Z_2 < 0$ وعليه فأن الحالة (أ) لحزمة التوهين غير موجودة والمعادلة (15.4) لاتطبق والجزء الايمن للشكل (14.5) لايستعمل وان ترددات القطع الاسمية(Nominal Cutoff Frequcneies)دائماً تماثل الى :

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = -1 \qquad (15.7)$$

سنصف الآن اربعة انواع شائعة لمقاطع ثابت ـ k : امرار واطئ ، امرار عالٍ وامرار حزمة وازالة حزمة .



شكل (15.2) مقطع امرار واطئ من نوع ثابت ك

امرار واطئ (Low-Pass) : ذراع التوالي هو محاثة L. وذراع التوازي هو متسعة C والممانعتان هما مقلوبتان وعليه فحاصل الضرب ثابت :

$$Z_1 Z_2 = (j\omega L)\left(\frac{-j}{\omega C}\right) = \frac{L}{C} = R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (15.8)$$

ذراعا التوالي والتوازي وربطهما في مقطعي T و π المتناظرين مبينان في الشكل (15.2) . وهذا هو المرشح المعالج في المثال 1 للجزء (14.2) ويؤشر رسم المفاعلة للشكل (14.7) بان هذا هو تركيب امرار واطئ ويمكن ايجاد تردد القطع الاسمي باستعمال العلاقة (15.7) وقد كان معطى بالمعادلة (14.10) ايضاً اي انه :

$$\omega_o = \frac{2}{\sqrt{LC}} \qquad (15.9\ أ)$$

$$f_o = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \qquad (15.9\ ب)$$

ممانعتا منتصف التوالي ومنتصف التوازي الصورتيين للمقطع سيحصل عليهما من المعادلتين (15.1) و (15.2) باستعمال $\sqrt{Z_1Z_2} = R$ ونستطيع كتابة :

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = -\frac{\omega^2 LC}{4}$$

او باستعمال المعادلة (5.9 أ) :

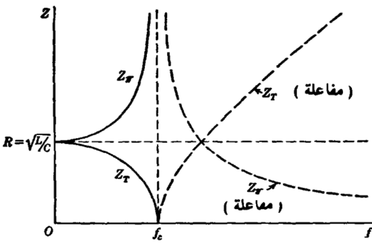
$$\frac{Z_1}{4Z_2} = -\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 = -\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 \qquad (15.10)$$

ثم يمكن كتابة معادلتي الممانعتين الصورتين كالآتي :

$$Z_T = R\sqrt{1-\left(\frac{f}{f_c}\right)^2} \qquad (15.11\text{ أ})$$

$$Z_\pi = \frac{R}{\sqrt{1-(f/f_c)^2}} \qquad (15.11\text{ ب})$$

الرسوم التخطيطية لهاتين الممانعتين كدوال للتردد معطاة في الشكل (15.3) وعند الترددات الواطئة يقتربان من القيمة $R = \sqrt{L/C}$ وعند القطع فأن Z_T صفر و Z_π غير نهائية وفوق القطع الممانعتان الصوريتان هما مفاعلتان بحتتان



شكل 15.3 التغير لممانعتي منتصف التوالي ومنتصف التوازي الصورية لمقطع امرار واطيء نوع ثابت ك

افرض ان المقطع منتهٍ على أسس صورية ، عندنا $\alpha' = 0$ في حزمة الامرار ومن المعادلتين (15.3) و (15.10) :

$$\beta = \cos^{-1}\left[1 - 2\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right] \qquad (15.12)$$

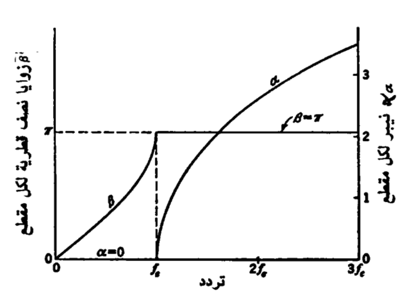
فوق تردد القطع ، ازاحة الطور مع انتهاء صوري هي $\beta = \pi$ من الزوايا نصف قطرية ومن المعادلتين (15.5) و (15.10) :

$$\alpha = \cosh^{-1}\left[2\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 - 1\right] \qquad (15.13)$$

وهذه الكميات رسمت في الشكل (15.4) .

ان تغير الممانعة الصورية يجعل من المستحيل افتراضياً انهاء المقطع بممانعته الصورية عند كل الترددات وعدم المواءمة الناتجة يؤدي الى انعكاسات

عند الاطراف وعليه فان التوهين الحقيقي وازاحة الطور للمقطع ستكون مختلفة عن القيم الصورية المعطاة اعلاه وممكن استعمال مقاومة انتهاء قريبة لقيمة $\bar{R}$ وهذه المقاومة تختار لكي توفر مواءمة معقولة جداً على المدى الرئيس للاشارات التي يراد امرارها وفي مرشح متعدد المقاطع فأن استعمال نصف مقطع مشتقة م عند النهايتين يوفر مواءمة ممانعة جيدة على جزء كبير من الامرار وهذا سيوصف في الجزء (15.4) ، ان تأثيرات الانعكاس الاكثر اهمية تحدث قرب حافة حزمة الامرار ولتصميم دقيق فأن طرق الفصل (13) يمكن ان تستعمل لتصحيح النتائج في هذه النقطة .



شكل 15.4 تغير α و β مع التردد لمقطع امرار واطيء نوع ثابت ك

ان التحليل المضبوط لمقطع امرار واطيء منفرد من نوع ثابت ك ، معطى في الجزء (15:3) ، بفرض ان المقطع يشتغل داخلاً وخارجاً في مقاومات مساوية الى R وتحت هذا الشرط فأن فقد الادخال عند قطع اسمي مبين هو 3 ديسيبل وازاحة طور الادخال هي° 135 .

ويحصل على صيغ تصميم لمقطع امرار واطيء من نوع ثابت ك بحل المعادلتين (15.8) و (15.9 ب) لـ L ، و C معطياً :

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{R}{\pi f_c} \\ C &= \frac{L}{R^2} = \frac{1}{\pi f_c R} \end{aligned}\right\} \qquad (15.14)$$

امرار عالٍ (High-Pass) : مقطع امرار عالٍ نوع ثابت ك له سعة على التوالي ومحاثة على التوازي كما مبين في الشكل (15.5) وعليه فأن :

وعليه وكما لمقطع امرار واطىء :

$$Z_1 Z_2 = \left(\frac{-j}{\omega C}\right) \cdot j\omega L = \frac{L}{C}$$

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (15.15)$$

شكل (15.5) مقطع امرار عالي نوع ثابت ك .

وتردد القطع يحصل عليه باستعمال المعادلة (15.7) :

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = \frac{-j/\omega_c C}{4j\omega_c L} = -1$$

والتي منها :

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \qquad (15.16)$$

ويمكن الحصول على ممانعتي منتصف التوالي ومنتصف التوازي من المعادلتين (15.1) و (15.2) ويمكن كتابتهما كالآتي :

$$\left.\begin{aligned} Z_T &= R\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \\ Z_\pi &= \frac{R}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \end{aligned}\right\} \qquad (15.17)$$

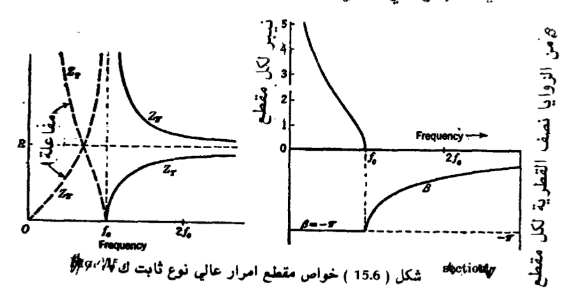
ممانعتا منتصف ـ توالي ومنتصف توازي الصورتين يحصل عليهما من المعادلتين (15.3) و (15.3) وفي حزمة الامرار (فوق f_c) عندنا :

$$\beta = \cos^{-1}\left[1 - 2\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right] \qquad (15.18)$$

وبالقرب من نهاية الجزء (14.3) نبين بأن اشارة β في حزمة امرار هي اشارة مفاعلة التوالي نفسها وعليه فأن β هنا هي زاوية سالبة وفي حزمة التوهين (اوطىء من f_c) عندنا $\beta = -\pi$ و :

$$\alpha = \cosh^{-1}\left[2\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1\right] \qquad (15.19)$$

هذه الكميات مرسومة في الشكل 15.6



شكل (15.6) خواص مقطع امرار عالي نوع ثابت ك

يحصل على صيغ التصميم لمقطع امرار عالي نوع ثابت ك بحل المعادلتين (15.15) و (15.16) لـ C، و L، والنتيجة هي :

$$\left.\begin{aligned} C &= \frac{1}{4\pi f_c R} \\ L &= \frac{R}{4\pi f_c} \end{aligned}\right\} \quad (15.20)$$

امرار حزمة (Band-Pass) : ذراعاً التوالي والتوازي الكاملان لمقطع امرار عالٍ نوع ثابت ك مبينان في الشكل (15.7) . ان الصفر لذراع التوالي يتطابق مع قطب (Pole) ذراع التوازي وعليه فان الاثنين مفاعلتان مقلوبتان ورسم المفاعلة لشكل (15.7 ب) يبين بأن التركيب له حزمة امرار منفردة وحاصل ضرب الممانعتين هو :

$$Z_1 Z_2 = j\omega L_1 \left(1 - \frac{1}{\omega^2 L_1 C_1}\right)\left(\frac{-j/\omega C_2}{1 - 1/\omega^2 L_2 C_2}\right)$$

لجعل الصفر لـ Z_1 يتطابق مع القطب لـ Z_2 يجب ان يكون عندنا :

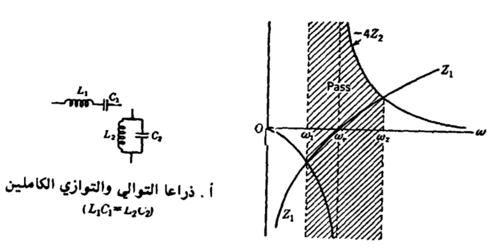
$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

وهكذا فان حاصل ضرب الممانعتين يصبح :

$$Z_1 Z_2 = \frac{L_1}{C_2} = R^2$$

ولكن باستعمال المعادلة (15.21) يصبح $L_1/C_2 = L_2/C_1$ وعليه فأن :

$$R = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$$



أ . ذراعا التوالي والتوازي الكاملين
$(L_1C_1 = L_2C_2)$

ب . رسم مفاعلة

شكل 15.7 مقطع امرار حزمة نوع ثابت ك

وكما مبين بالمعادلة (15.7) كذلك برسم المفاعلة ، نحصل على ترددات القطع عنـــــدما $Z_1 = -4Z_2$ وعليه عند القطع :

$$j\omega_c L_1 \left(1 - \frac{1}{\omega_c^2 L_1 C_1}\right) = \frac{4j}{\omega_c C_2(1 - 1/\omega_c^2 L_2 C_2)}$$

واذا عوضنا L_1C_1 بدلاً من L_2C_2 فيمكن كتابة هذا :

$$\omega_c^2 L_1 C_2 \left(1 - \frac{1}{\omega_c^2 L_1 C_1}\right)^2 = 4$$

بالتخلص من الجذر التربيعي من الجانبين يكون لدينا :

$$\omega_c \sqrt{L_1 C_2} \left(1 - \frac{1}{\omega_c^2 L_1 C_1}\right) = \pm 2$$

ومن الممكن اعادة ترتيب ذلك الى :

$$\omega_c^2 \pm \frac{2}{\sqrt{L_1C_2}} \omega_c - \frac{1}{L_1C_1} = 0$$

وبحل ذلك لـ ω_c نحصل على :

$$\omega_c = \pm \frac{1}{\sqrt{L_1C_2}} \pm \sqrt{\frac{1}{L_1C_2} + \frac{1}{L_1C_1}}$$

الاشارة السالبة الثانية ستنتج عن قيمة سالبة لـ ω_c وعليه سنهملها ونكتب ترددي القطع السفليين والعلويين

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= 2\pi f_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1C_2} + \frac{1}{L_1C_1}} - \frac{1}{\sqrt{L_1C_2}} \\ \omega_2 &= 2\pi f_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1C_2} + \frac{1}{L_1C_1}} + \frac{1}{\sqrt{L_1C_2}} \end{aligned}\right\} \quad (15.24)$$

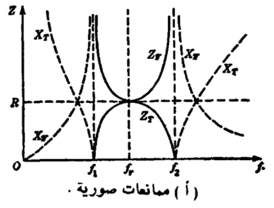
حاصل الضرب $\omega_1\omega_2$ هو $1/L_1C_1$ لاغير وهو مربع التردد الذي تكون عنده Z_1 رنانة و Z_2 غير رنانة ويرمز لهذا التردد بـ ω_r وتكون عندنا العلاقة :

$$\omega_r = \sqrt{\omega_1\omega_2} \quad (15.25)$$

وعليه فأن التردد الرنان يحدث عند الوسط الهندسي لترددي القطع واذا كان ω_1' و ω_2 قريبين من بعضهما فان هذا هو الوسط الحسابي نفسه تقريباً .

الشكل (15.8) يبين تغير Z_T و Z_π و α و β كما حسب في معادلات الجزء (15.1) ومعادلات التصميم نحصل عليها بحل المعادلتين (15.22) و (15.24) لقيم العناصر والنتائج هي :

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \frac{R}{\pi(f_2 - f_1)} \\ C_1 &= \frac{f_2 - f_1}{4\pi R f_1 f_2} \\ L_2 &= \frac{R(f_2 - f_1)}{4\pi f_1 f_2} \\ C_2 &= \frac{1}{\pi R(f_2 - f_1)} \end{aligned}\right\} \qquad (15.26)$$



(أ) ممانعات صورية .

(ب) التوهين الصوري وثوابت الطور .

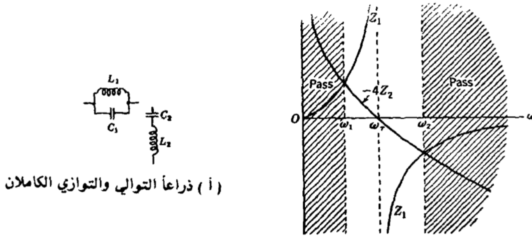
شكل 15.8 خواص مقطع امرار حزمة نوع ثابت ك F1

حذف حزمة (Band-Elimination) : مقطع حذف حزمة نوع ثابت ك له الشكل العام المبين في الشكل (15.9) والذي (لجعل الذراعين مقلوبين) يجب ان يكون عندنا :

$$L_1C_1 = L_2C_2. \qquad (15.27)$$

ان رسم المفاعلة في الشكل (15.9 ب) يبين بأن هنالك حزمة توهين منفردة وتقع بين الترددين ω_1 و ω_2 والتوهين غير نهائي عند التردد الرنان ω_r حيث ان ذراع التوالي هنا هو دائرة مفتوحة وذراع التوازي هو دائرة قصر وحاصل الضرب Z_1 و Z_2 هو كما لمرشح امرار حزمة :

$$Z_1Z_2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} = R^2 \qquad (15.28)$$



(أ) ذراعا التوالي والتوازي الكاملان

(ب) رسم مفاعلة

شكل (15.9) مقطع حذف حزمة نوع ثابت ك ion.

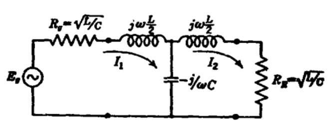
باتباع طريقة مشابهة لتلك المستعملة لمرشح امرار حزمة نستطيع الحصول على معادلات التصميم الآتية (حيث ان f_1 و f_2 هما ترددا القطع و R هي قيمة الممانعة الصورية عند التردد صفر وعند تردد غير نهائي) :

$$\left.\begin{aligned} L_1 &= \frac{R(f_2 - f_1)}{\pi f_1 f_2} \\ C_1 &= \frac{1}{4\pi R(f_2 - f_1)} \\ L_2 &= \frac{R}{4\pi(f_2 - f_1)} \\ C_2 &= \frac{f_2 - f_1}{\pi R f_1 f_2} \end{aligned}\right\} \qquad (15.29)$$

15.3 فقد الادخال لمقطع امرار واطيء منفرد نوع ثابت ك

Insertion Loss of a Single Low- pass Constant-K Section.

عندما يراد فعل امرار واطيء (والمتطلبات غير صارمة) في بعض الاحيان يستعمل مقطع ثابت ك منفرد ولا يمكن ان يتم الانتهاء الصوري عند كل الترددات وسيكون الابتعاد عن اشتغال صوري مثالي كبيراً وهذه المسألة هي بسيطة بدرجة كافية لحلها بنظرية دائرة ابتدائية كما مبين في الشكل (15.10) . سنفرض مقطع T يشتغل بين مقاومتين كل منها مساوية للممانعة المميزة للمقطع عند التردد صفر، $K = \sqrt{L/C}$.



شكل (15.10) مقطع امرار واطيء نوع ثابت ك يشتغل بين مقاومتين مساويتين لـ $\sqrt{L/C}$

معادلات الشبيكة للنظام هي :

$$\left.\begin{aligned}\left[\sqrt{\frac{L}{C}}+j\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right)\right]I_1-\left(\frac{-j}{\omega C}\right)I_2&=E_g\\ -\left(\frac{-j}{\omega C}\right)I_1+\left[\sqrt{\frac{L}{C}}+j\left(\frac{\omega L}{2}-\frac{1}{\omega C}\right)\right]I_2&=0\end{aligned}\right\} \quad (15.30)$$

بحلها لـ I_2 ، النتيجة يمكن كتابتها كالآتي :

$$I_2=\frac{E_g}{\sqrt{\frac{L}{C}}\left[2-\omega^2LC+j\omega\sqrt{LC}\,(2-\omega^2LC/4)\right]} \quad (15.31)$$

من المعادلة (15.9) نعوض عن $\sqrt{LC}=2/\omega_c$ حيث ان ω_c هو تردد القطع الاسمي للمقطع وعليه عندنا :

$$I_2=\frac{E_g}{2\sqrt{L/C}}\left\{\frac{1}{1-2(\omega/\omega_c)^2+j(\omega/\omega_c)[2-(\omega/\omega_c)^2]}\right\} \quad (15.32)$$

واذا ازيلت الشبكة من الشكل (15.10) وعوض عنها بربط مباشر ، فأن تيار الحمل سيكون :

$$I_2'=\frac{E_g}{R_g+R_R}=\frac{E_g}{2\sqrt{L/C}} \quad (15.33)$$

وعليه يكون لدينا :

$$\text{نسبة الادخال}=\frac{I_2'}{I_2}=1-2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2+j\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)\left[2-\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right] \quad (15.34)$$

ويحصل على اتساع هذا بأخذ الجذر التربيعي لمجموع المربعات والنتيجة ببساطة هي : (15.35)

$$\left|\frac{I_2'}{I_2}\right|=\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6}$$

$$\text{فقد الادخال}=20\log_{10}\left|\frac{I_2'}{I_2}\right|=10\log_{10}\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6\right]\text{ db} \quad (15.36)$$

$$\text{ازاحة طور الادخال}=\tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)\left[\frac{2-(\omega/\omega_c)^2}{1-2(\omega/\omega_c)^2}\right] \quad (15.37)$$

اذا ازيلت الشبكة ففولتية الحمل E_R' ستكون متفقة الطور مع E_g وازاحة طور الادخال هي الزاوية التي تتخلف بها فولتية الحمل الحقيقية عن E_R وعليه فهي مساوية للزاوية التي تتخلف بها فولتية الحمل في الشكل (15.10) عن E_g

النتائج المعطاة بالمعادلتين (15.36) و (15.37) موجزة في الجدول الاتي . وقد ادرجت النتائج المحصلة من المعادلتين (15.12) و (15.13) لتشغيل ممانعة صورية للمقارنة وطالما ان الممانعتين الصوريتين متساويتان فأن نسبة الادخال لتشغيل صوري هي ϵ وفقد الادخال هو α نيبر وازاحة طور الادخال هو β من الزوايا نصف القطرية (لاحظ الجزء 13.2) .

مقارنة بين مقطعي امرار واطيء احدهما منتهٍ بمقاومة والآخر منتهٍ بصورته

مقطع يشتغل بين ممانعتين صورتين		مقطع يشتغل بين $Z_0 = Z_R = \sqrt{L/C}$		$\frac{\omega}{\omega_c} = \frac{f}{f_c}$
ازاحة طور الادخال β درجة	فقد الادخال α ديسبل	ازاحة طور الادخال درجة	فقد الادخال ديسبل	
0 0	0	0	0	0
60	0	60.3	0.06	0.500
90	0	90	0.5	0.707
180	0	135	3.0	1
180	22.9	210	18.1	2
180	35.9	241	36.1	4
180	48.1	256	54.0	8
180	60.1	263	72.1	16

النتائج المجدولة **(Tabulated)**- ، تبين بأن المقاومة التي تنهي مقطع المرشح المنفرد فعالة بدرجة كبيرة ، بالاضافة الى ان النتائج غير مختلفة بدرجة كبيرة من الانتهاء الصوري وهذا امر متوقع . ان اكثر الفروق اهمية هو في ازاحة الطور بقرب القطع وفي حزمة التوهين . والمقطع المنتهي بمقاومة له ازاحة طور تقترب من 270° عند الترددات البعيدة فوق القطع وبالعمق في حزمة التوهين فان التوهين للمقطع المنتهي بمقاومة يرتفع اكثر من ذلك المنتهي بالصورية .

لترددات بعيدة نوعاً ما عن القطع فأن المعدل الذي يزداد به فقد الادخال مع التردد ، يمكن التعبير عنه اصطلاحياً بالديسبل لكل اوكتاف **(Decibels per octave)** وعندما تكون ω_1 نوعاً ما اكبر من ω_c فأن المعادلة (15.36) تكون تقريباً :

$$\text{فقد الادخال} \approx 10 \log_{10} \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 = 60 \log_{10} \frac{\omega}{\omega_c}$$

واذا تضاعف التردد الان فان الازاحة الزاوية (Argument) تزداد بعامل مقداره 2 وبما ان اللوغاريتم لحاصل ضرب هو مجموع اللوغارتمين فان هذا يحدث زيادة في فقد الادخال وهي :

$60 \log_{10} 2 \approx 60 \times 0.3 = 18$ db ديسبل

وعليه فأن فقد الادخال لشبكة الشكل (15.10) تزداد بمعدل 18 ديسبل لكل اوكتاف للترددات التي تكون فوق القطع واذا عوض عن مقطع 'T' في الشكل (15.10) بمقطع π المماثل فان النتائج التي وجدت مطابقة لتلك المشتقة فوق وان هذه النتائج المتوقعة ممكن برهانها بطرق الفصل 13 ، والسبب هو ان Z_π هي المقلوب لـ Z_T بالنسبة الى R^2 وعليه فأن المقطعين يكون لهما عاملا الانعكاس نفسهما عند طرفيهما .

15.4 مقطع مشتقة م السلمي : The m- derived Ladder Section.

مقطع مرشح ثابت ك له عيبان كبيران : الاول ممانعته الصورية تتغير على مدى واسع منتجة انعكاســــات مهمة خاصة بالقرب من حافات حزم الامرار والانعكاسات قد تقوي فولتية الاخراج او تُطرح منها وتكون بصورة خاصة مزعجة في حزمة امرار حيث انها تجعل نسبة فولتية المخرج الى المدخل متغيرة مع التردد وهذا هو عكس الخواص المثالية لانتهاء صوري حيث ان 0ده $\alpha = 0$ و $|E_{in}| = |E_{out}|$ خلال حزمة الامرار والعيب الثاني هو صغر التوهين مباشرة خارج حزمة الامرار كما موضح بالرسم البياني للشكل (15.4) وكمبدأ قد يعالج هذا باستعمال عدد كبير من المقاطع بحيث ان مجموع توهينها يكون كبيراً ولكن يمكن عمل هذا فقط بكلفة استعمال عدد كبير غير مرغوب من عناصر الدائرة (التوهين مقبول لترددات بعيدة جداً من حزمة امرار . ان مقطع امرار واطيء يشتغل عند $f = 4f_c$ له ثابت توهين صوري 4.13 نيبر او 35.9 ديسبل لكل مقطع) . ان استخدام مايسمى بمقطع مشتقة م تم ليلائـم على اسس الممانعة الصورية في سلسلة من مقاطع ثابت ك ليوفر التوهين العالي مباشرة خارج حزمة الامرار . ولا يستعمل اعتيادياً وحده لان خواص توهينه غير مقنعة عند الترددات البعيدة من حزمة الامرار . ان مقطعاً نوع م يقال انه « مشتق على التوالي » (Series- Derived) او مشتق على التوازي » (Shunt- Derived) معتمداً على ما اذا كان مصمماً ليوائم الممانعة الصورية لمنتصف التوالي او لمنتصف التوازي لمقطع ثابت ك . ان مقطع ثابت ك الذي اشتق منه يدعى في بعض الاحيان بـ « نموذج اولي (Prototype)

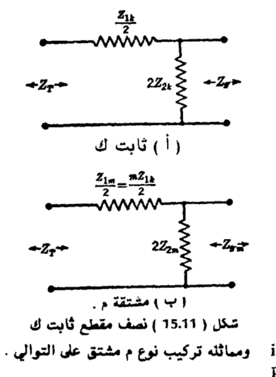
بالاضافة الى تحسين خواص التوهين لمقطع نوع ك فأن نوع مشتقة م ايضاً يوفر حلاً مقبولاً للمسألة الاولية . ذلك هو التغير في الممانعة الصورية مع التردد وهذا ينجز خواص تحويل الممانعة لنصف مقطع نوع م .

15.5 مقطع نوع م مشتق على التوالي والمرشح المركب :

The Series -derived m- type Section and the Composite Filter.

تركيب نوع م مشتق على التوالي يكون له ممانعة منتصف توالٍ صورية مشابهة مع انموذجه الاولي ثابت ك ، يبين الشكل (15.11) نصف مقطع ثابت ك مع مماثله تركيب نوع م ، في تركيب نوع م فأن ذراعي التوالي والتوازي الكاملين يرمز لهما بـ Z_{1m} و Z_{2m} ، بالتعاقب ويمكن التعبير عن ممانعة منتصف التوالي الصورية ك :

$$Z_T = \sqrt{Z_{short} Z_{open}} \qquad (15.38)$$



شكل (15.11) نصف مقطع ثابت ك ومماثله تركيب نوع م مشتق على التوالي .

عند قياس ممانعة دائرتي الفتح والقصر من الجانب الايسر ، افرض بأننا غيرنا Z_{short}. بالعامل m ، مع ابقاء Z_T نفسها لذا الممانعة Z_{open}. يجب ان تقسم بالعامل m، وبما ان ممانعة دائرة القصر لنصف المقطع تساوي ممانعة الفرع على التوالي فان التغير المقترح يحتاج الى ان :

$$Z_{1m} = mZ_{1k} \qquad (15.39)$$

التغير الضروري لممانعة دائرة الفتح عبر عنها بـ :

$$\frac{Z_{1m}}{2} + 2Z_{2m} = \frac{1}{m}\left(\frac{Z_{1k}}{2} + 2Z_{2k}\right) \qquad (15.40)$$

وباستعمال المعادلة (15.39) لحذف Z_{1m} من هذا التعبير، نحصل لذراع التوازي الجديد على :

$$Z_{2m} = \frac{Z_{2k}}{m} + \left(\frac{1 - m^2}{4m}\right) Z_{1k} \qquad (15.41)$$

وعليه فان ذراع التوازي له جزءان واحد له نفس خواص ذراع التوازي الاصلي والآخـر يشـابه ذراع التوالي الاصلي . ان مقطعي T الناتجين مبينان في الشكل (15.12) والعنصر المحتوي على العامل $(1 - m^2)/m$ يضع الشرط :

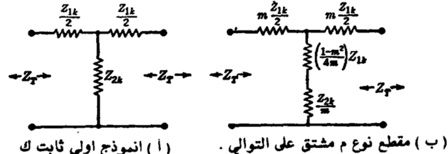
$$0 \leq m \leq 1 \qquad (15.42)$$

لتجنب المحاثة والسعة السالبة .

بما ان Z_{1k} و Z_{2k} هما مقلوبان بالنسبة الى R^2 لمرشح الثابت ك فان الاثنين هما دائماً مفاعلتان معكوستان وعليه فأن ذراع التوازي لمقطع م له مفاعلتان من نوع متعاكس . عند تردد معين تحذف هاتان المفاعلتان وتجعل المرشح دائرة قصر محدثة توهيناً غير نهائي نظرياً وعندما يحدث هذا الشرط يكون لدينا :

$$\frac{(1 - m^2)}{4m} Z_{1k} + \frac{Z_{2k}}{m} = 0$$

$$\frac{Z_{1k}}{4Z_{2k}} = \frac{-1}{(1 - m^2)} \qquad (15.43)$$



(أ) انموذج اولي ثابت ك (ب) مقطع نوع م مشتق على التوالي .

شكل (15.12) مقطعان ثابت ك ونوع م مشتق على التوالي . ممانعات منتصف التوالي الصورية لهما متساوية عند كل الترددات .

حيث ان Z_{1k} و Z_{2k} راجعة الى ذراعي النموذج الاولي .

ويمكن (نظرياً) عمل هذا ليحدث عند اية قيمة لـ $Z_{1k}/4Z_{2k}$ من 1 ـ الى ∞ باختيار ملائم لـ م وهذا المدى من الاختيار يعطي حزمة التوهين الكلية لمقطع النموذج الاولي .

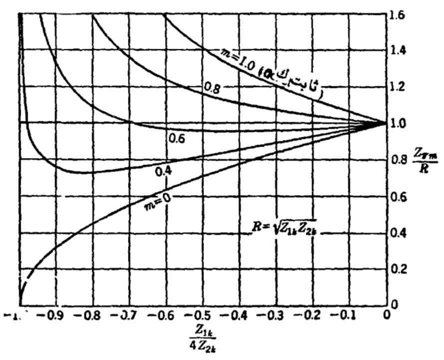
اقترحنا مقطعاً نوع م مشتق على التوالي بحيث ان ممانعة منتصف التوالي الصورية هي تلك للانموذج الاولي نفسها وممانعة منتصف التوازي الصورية ، على اية حال ، ستكون مختلفة من تلك التي للانموذج الاولي ومن المعادلة (15.2) نستطيع كتابة :

$$Z_{\pi m} = \frac{\sqrt{Z_{1m}Z_{2m}}}{\sqrt{1 + Z_{1m}/4Z_{2m}}}$$

بالتعويض من المعادلتين (15.39) و (15.41) نحصل على :

$$Z_{\pi m} = \frac{\sqrt{Z_{1k}Z_{2k}}}{\sqrt{1 + Z_{1k}/4Z_{2k}}}\left[1 + (1 - m^2)\frac{Z_{1k}}{4Z_{2k}}\right] \quad (15.44)$$

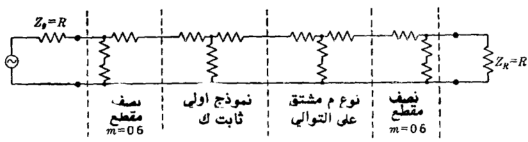
هذه مساوية لممانعة منتصف التوازي الصورية للانموذج الاولي مضروبة بالعامل بين الاقواس ..المعادلة (15.44) مرسومة في الشكل (15.13) على مدى امرار $0 \geq Z_{1k}/4Z_{2k} > -1$ لقيم مختلفة لـ m، وعندما $m = 1$، فان مقطعاً نوع م يختصر الى نوع الثابت ك وعندنا التغير الاعتيادي لـ Z_π



شكل (15.13) تغير ممانعة منتصف التوالي الصورية لمقطع نوع م مشتق على التوالي.

الشكل (15.13) يبين بانه عندما $m = 0.6$، فان ممانعة منتصف التوازي الصورية لمقطع مشتق على التوالي ستكون ثابتة بصورة ملحوظة على معظم حزمة الامرار وهذه تقترح استعمال انصاف مقاطع مع $m = 0.6$، عند الجانبين لمرشح

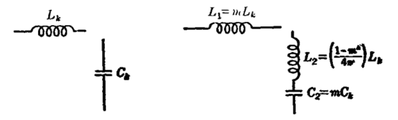
(كما موضح بالمرشح المتعدد المقاطع للشكل (15.14)) . ان مقطع الثابت ك يوفر توهيناً عالياً في عمق حزمة التوهين ويربط معه على التعاقب مقطع نوع م والذي له قيمة m مختارة ليوفر توهيناً غير نهائي في مكان ما مباشرة خارج حافة حزمة الامرار وعند الجانبين هناك مقطعان مع $m = 0.6$ وعند كل الترددات فان كل المقاطع لها الممانعة الصورية (Z_T) نفسها عند نقاط التقائها ولها بالطبع ترددات القطع نفسها ، وعلى اية حال وعند طرفي المدخل والمخرج للمرشح فأن الممانعة الصورية هي $Z_{\pi m}$ المماثلة الى $m = 0.6$ وهذه توائم المصدر ومقاومة الحمل جيداً في معظم حزمة الامرار وتقلل تأثير الانعكاس الى ادنى مايمكن عند الطرفين . يمكن اجراء تغير متعدد ممكن (بالطبع) في اختيار المقاطع الداخلية لهذا النوع من المرشح .



شكل (15.14) مثال لمرشح مركب ، كل المقاطع لها Z_T نفسها .

15.6 . مرشح امرار واطئ مشتق على التوالي :
The Series- derived Low- pass Filter.

الخواص المشروحة في الجزء السابق ستوضح هنا لمرشح واطئ الامرار ، ان مقطع النوع م المشتق على التوالي يحصل عليه من نموذج ثابت ك الاولي باستعمال المعادلتين (15.39) و (15.4) ، ايضاً لاحظ الشكل (15.12) والشكل العام الناتج لمرشح واطئ الامرار مبين في الشكل (15.15) .



أ . انموذج اولي ثابت ك .
ب . مقطع نوع م مشتق على التوالي

شكل (15.15) مقطعا امرار واطئ سلمي .

من المعادلة (15.43) ذراع التوازي لمقطع م سترن وستحدث توهيناً غير نهائي عندما :

$$-\frac{Z_{1k}}{4Z_{2k}} = \frac{\omega^2 L_k C_k}{4} = \frac{1}{1 - m^2}$$

واذا رمزنا لهذا التردد بـ ω_∞ وتذكر على ان القطع يحدث عند $\omega_c = 2/\sqrt{L_k C_k}$ نستطيع كتابة :

$$\frac{\omega_\infty}{\omega_c} = \frac{f_\infty}{f_c} = \frac{1}{\sqrt{1 - m^2}} \qquad (15.45)$$

بالحل لـ m، نحصل على :

$$m = \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_\infty}\right)^2} \qquad (15.46)$$

هذه المعادلة تستعمل لاختيار قيمة m التي ستوفر توهيناً عالياً في المنطقة المرغوبة .

ان ممانعة منتصف التوالي الصورية هي (بالطبع) نفسها كتلك لمقطع ثابت ك وهي معطاة بالمعادلة (15.11 أ) والشكل (15.3) وممانعة منتصف التوازي الصورية يحصل عليها من المعادلة (15.44) وبملاحظة ان $Z_{1k}/4Z_{2k} = -\omega^2 L_k C_k/4 = -(f/f_c)^2$ ممكن التعبير عن النتيجة ك :

$$Z_{\pi m} = \frac{R}{\sqrt{1 - (f/f_c)^2}}\left[1 - (1 - m^2)\left(\frac{f}{f_c}\right)^2\right] \qquad (15.47)$$

باستعمال المعادلة (15.45) . العامل بين القوسين يمكن ان يكتب ك $[1 - (f/f_\infty)^2]$.

القيمة $m = 0.6$ توفر ممانعة منتصف توالي ثابتة على معظم حزمة الامرار توفيراً جيداً و (كما مبين بالمعادلة 15.45) وتوفر بالاضافة الى ذلك ذروة للتوهين عند :

$$f_\infty = \frac{f_c}{\sqrt{1 - (0.6)^2}} = 1.25 f_c$$

يمكن الحصول على ذروات توهين عند ترددات اخرى باستعمال مقاطع نوع م اضافية مع قيم اخرى لـ m .

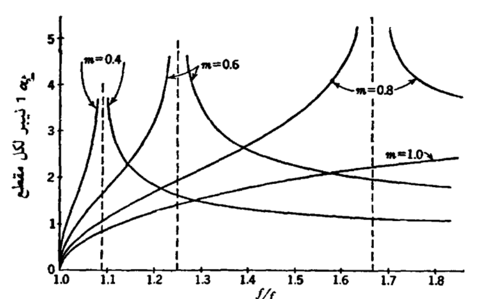
حيث يكون مقطع الثابت ك له ذراعان مقلوبان ودائماً له $Z_1/4Z_2 \le 0$ وهذا ليس صحيحاً لمقطع مشتقة م وفي التحضير لحساب ثابت التوهين الصوري من المعادلتين الاساسيتين (15.4) و (15.5) سنرجع الى الشكل (15.15) ونكتب التعبير لـ $Z_{1m}/2Z_{2m}$:

$$\frac{Z_{1m}}{2Z_{2m}} = \frac{j\omega m L_k/2}{j\omega\left(\frac{1 - m^2}{4m}\right)L_k - \frac{j}{\omega m C_k}}$$

باستعمال العلاقة $\omega_c^2 = 4/L_kC_k$ هذه تختصر الى :

$$\frac{Z_{1m}}{2Z_{2m}} = \frac{2m^2(f/f_c)^2}{(1-m^2)(f/f_c)^2 - 1} \qquad (15.48)$$

هذه النسبة سالبة للترددات المحصورة بين 0 و f_∞؛ وعند f_∞ ، يصبح المقام صفراً وتصبح النسبة غير نهائية وفوق f_∞ . النسبة موجبة وبالرجوع الى الشكل (14.5) يمكن تخيل نقطة تبدأ من الاصل عند تردد صفر تتحرك نحو اليسار وعند القطع تصل الى الاحداثي الافقي 1- وتتحرك الى منطقة التوهين وعند f_∞ النقطة تتحرك الى قيم قصوى عند اليسار وترجع عند اقصى جانب اليمين للاحداثي الافقي وكلما ازداد التردد من f_∞ فأن النقطة تتحرك نحو الاصل من الجهة اليمنى والمعادلة (15.5) ممكن ان تستعمل لحساب التوهين لـ $f_c < f < f_\infty$. والمعادلة (15.4) يمكن ان تستعمل لـ $f > f_\infty$. ونتائج الحسابات مبينة في الشكل (15.16) لعدة قيم لـ m ، لـ $m = 1$ المقطع يختصر الى نوع الثابت ك وذروة التوهين تجئ عند تردد غير نهائي . لقد لوحظ بأن قيمة صغيرة لـ m تجعل التوهين عالياً حالاً خارج القطع الاسمي ولكن الثمن المدفوع لهذه الخاصية المرغوبة هو توهين قليل على امتداد مقياس التردد .



شكل (15.16) ثوابت التوهين الصورية لمقاطع نوع م امرار واطئ لعدة قيم لـ m .

مثال : مرشح امرار واطئ مركب :

صمم امرار واطئ مركب يشتغل بين ممانعتين مقاوميتين 500 اوم له تردد قطع 4,000 هرتز وبالاضافة الى ذروة توهين تحدث عند 5000 = f_c 1.25 = f_∞ هرتز وبنصفي مقطعي انتهاء ويراد ان تكون ذروته عند 4,500 هرتز . لانموذج اولي نستعمل المعادلتين (15.14) مع 500 = R اوم 4,000 = f_c هرتز وهذه

تنتج الى :

$$L_k = \frac{R}{\pi f_c} = \frac{500}{4{,}000\pi} = 39.8 \times 10^{-3}\ \text{henrv}$$
هنري

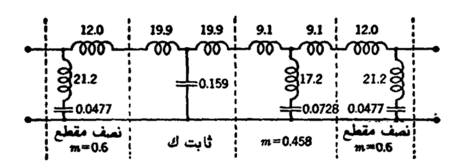
$$C_k = \frac{1}{\pi R f_c} = \frac{1}{500 \times 4{,}000\pi} = 0.159 \times 10^{-6}\ \text{farad}$$
فراد

لنصفي مقطعي الانتهاء ، سنرجع الى الشكل (15.15) ونستعمل $m = 0.6$ ثم :

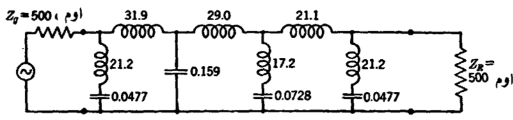
$$L_1 = mL_k = 0.6 \times 39.8 \times 10^{-3} = 23.9 \times 10^{-3}$$
هنري

$$L_2 = \left(\frac{1 - m^2}{4m}\right) L_k = \left(\frac{0.64}{4 \times 0.6}\right) \times 39.8 \times 10^{-3} = 10.6 \times 10^{-3}$$
هنري

$$C_2 = mC_k = 0.6 \times 0.159 \times 10^{-6} = 0.0954 \times 10^{-6}$$
فراد



أ) مقاطع منفردة في المرشح المركب



(ب) مرشح مركب كامل

شكل 15.17 مرشح مركب امرار واطيء ، القيم مؤشرة بالملي هنري والمايكروفراد .

لتصميم مقطع يوفر ذروة توهين عند 4,500 هرتز نستعمل المعادلة (15.46) :

$$m = \sqrt{1 - \left(\frac{4{,}000}{4{,}500}\right)^2} = 0.458$$

وبالرجوع مرة اخرى الى الشكل (15.15) واستعمال القيمة الجديدة لـ m وجدنا لهذا المقطع :

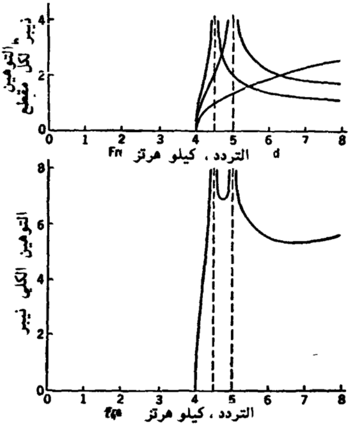
$$L_1 = 0.458 \times 39.8 \times 10^{-3} = 18.2 \times 10^{-3}$$
هنري

$$L_2' = \left(\frac{1 - (0.458)^2}{4 \times .458}\right) \times 39.8 \times 10^{-3} = 17.2 \times 10^{-3}$$
هنري

$$C_2' = 0.458 \times 0.159 \times 10^{-6} = 0.0728 \times 10^{-6}$$
فراد

المقطعان الكاملان ونصفا مقطعي الانتهاء مبينان في الشكل (15.7) ، في تعيين قيم العناصر ، يجب التذكير بأن كل نصف لذراع توالٍ له الممانعة $Z_1 / 2$.

الشكل (15.17 ب) يبين التركيب المحصل عليه عندما جمعت العناصر المتجاورة لتكوين اقل عدد من الاجزاء المنفردة والتوهين الناتج للمركب المرشح (باهمال تأثير الانعكاس في الطرفين وبفرض ان العناصر عديمة الفقد) مبينة في الشكل (15.18) .



شكل (15.18) توهين لمرشح مركب للشكل (15.17) باهمال تأثير الانعكاس .

15.7 مقاطع اخرى نوع م مشتقة على التوالي :

Other Series- derived m- type Sections.

الصيغ العامة المعطاة في الجزء (15.5) يمكن ان تستعمل بطريقة مشابهة لتلك الموضحة لمرشح امرار واطئ لتصميم مقاطع نوع م لامرار عالي وامرار حزمة وحذف حزمة وسوف لاتعطى التفاصيل لعلاقات التصميم هنا ولكن من الممكن ايجادها في عدة كتب . الجداول لمعلو ن التصميم المعطى في المراجع تحت سترى بانها مفيدة وبصورة خاصة :

Harold Pender and Knox McIlwain, "Electrical Engineers' Handbook—Communications and Electronics," pp. 7-46 to 7-52, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1936.

T. E. Shea, "Transmission Networks and Wave Filters," pp. 291, 306, 315-318. 335; D. Van Nostrand Company, Inc., New York, 1929

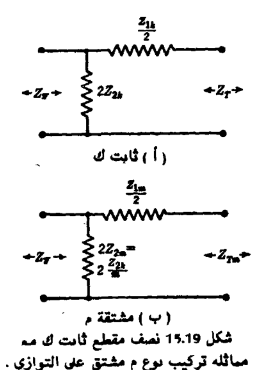
F. E. Terman, "Radio Engineers' Handbook," pp. 228-231, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1943.

في هذه الجداول سيرى بان الشكل العام لذراع معقد في بعض الاحيان مختلف عن ذلك المعطى في الاشتقاقات هنا ، عُملَ هذا لكي يوفر قيمة ملائمة اكثر للمحاثة والسعة وفي كل حالة ، فان طرق الجزئين (14.4) و (14.5) ممكن استعمالها للبرهنة على ان الذراع الجديد له المفاعلة نفسها مع تغير التردد كالقديم .

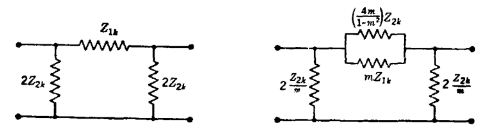
15.8 مقطع نوع م مشتق على التوازي :

15.8. The Shunt- derived m- type Section

مقطع نوع م مشتق على التوالي اقترح ليوائم على الاسس الصورية مع مقاطع T لنوع الثابت ك ومقطع نوع م المشتق على التوازي من الجهة الاخرى يقترح ليوائم مع المقطع π . الشكل (15.19) يبين نصفي المقطعين اللذين لهما Z_π نفسها ولاشتقاق المقطع m فان ممانعة دائرة الفتح كما قيست من اليسار تقسم بالعامل m وهذا يعطي العلاقة :



شكل 15.19 نصف مقطع ثابت ك مع مماثله تركيب نوع م مشتق على التوازي .



شكل (15.20) مقطعات ثابت ك ونوع م مشتق على التوازي .

$$Z_{2m} = \frac{Z_{2k}}{m} \qquad (15.49)$$

لابقاء Z نفسها لكلا المقطعين ، ممانعة دائرة القصر يجب ان تضرب بـ m ويتطلب هذا الى ان :

$$\frac{1}{Z_{1m}} = \frac{1}{mZ_{1k}} + \left(\frac{1-m^2}{4m}\right)\frac{1}{Z_{2k}} \qquad (15.50)$$

وعليه فأن ذراع التوالي يحتوي على جزئين متوازيين واحد له خواص Z_{1k} والاخر / Z_{2k}. وفي حزمة التوهين ، غير الرنان للجزئين المتوازيين يحدثان (نظرياً) توهيناً غير نهائي والشكل العام مبين في الشكل (15.20) .

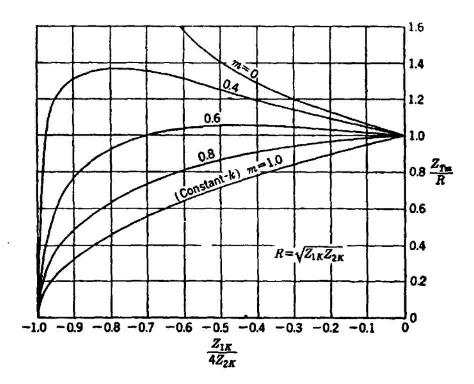
ان ممانعة منتصف التوازي الصورية هي الان نفسها كتلك التي للانموذج الاولي للثابت ك ، وممانعة منتصف التوالي الصورية وجدت بأنها :

$$Z_{Tm} = \frac{\sqrt{Z_{1k}Z_{2k}}\sqrt{1 + Z_{1k}/4Z_{2k}}}{1 + (1 - m^2)Z_{1k}/4Z_{2k}} \qquad (15.51)$$

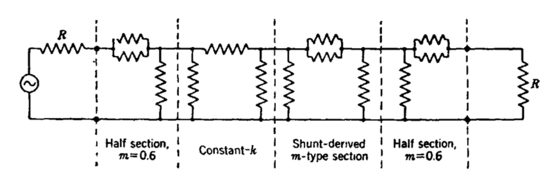
رسمت هذه في الشكل (15.21) والاحداثيات الصادية هي مقلوبة بالنسبة الى R^2 لتلك المبينة في الشكل (15.13) لـ Z_{π} لمقطع مشتق على التوالي .

لقيم معينة لـ m فأن خواص التوهين هي نفسها كتلك المماثلة لمقطع مشتق على التوالي ويتضح مرشح مركب مبني على مقطع م مشتق على التوازي في الشكل (15.22) . الثابت النسبي لممانعة منتصف التوالي الصورية مع $m = 0.6$ ، يستعمل في نصفي مقطعي الانتهاء .

ومعلومات التصميم توجد في المراجع المعطاة في الجزء السابق .



شكل 15.22 تغير ممانعة منتصف توالي صورية لمقطع نوع م مشتق على التوازي .



شكل 15.22 مرشح مركب حول مقطع نوع م مشتق على التوازي كل المقاطع لها Z نفسها .

15.9 مقاطع مرشح اخرى : Other Filter Sections.

في الاجزاء السابقة نوقشت انواع المرشحات الاكثر شيوعاً ولكنها على اية حال لاتنهي الاحتمالات وابتداء بمقطع نوع م يستطيع الواحد ان يشتق منها مايسمى بنوع م – مَ .m-m′ type بطريقة مماثلة لتلك المستعملة في الذهاب من ثابت ك الى نوع مشتقة م ، ان نصف مقطع « مشتقة م الثنائية » يمكن تصميمها لتكون له ممانعة صورية ثابتة اكثر من تلك لمقطع « مشتقة م المنفردة » ولذلك فانها توفر تحسناً في خواص التوهين(١).

(١) لاحظ :

[1] See Otto J. Zobel, Extensions to the Theory and Design of Electric Wave Filters, *Bell System Tech. J.*, Vol. 10, p. 284, April, 1931; and E. A. Guillemin, "Communication Networks," Vol. II, pp. 341–352, John Wiley & Sons. Inc.. New York. 1935.

مقاطع لمرشح تستعمل في بعض الاحيان وهي ليست ثابت ك او مشتقة م وهذه المقاطع بصورة عامة تصمم لكي تلائم اما منتصف التوالي او منتصف التوازي مع مقاطع لنوع الثابت ك والمثال 2 للجزء (14.2) هو توضيح لهذا ، ممانعة منتصف التوالي الصورية هي نفسها لتلك للثابت ك . الاحتمالات الاكثر اهمية مبينة في جداول التصميم للمراجع المعطاة في الجزء (15.7) .

15.10 القابلو المحمل ـ كتلياً كمرشح امرار واطئ :

The Lump- loaded Cable as a Low- passfilter.

كما نوقش في الجزء (2.9) فأن قابلو تردد سمعي له محاثة واطئة بصورة غير اعتيادية وسعة واطئة بسبب قرب الموصلين في الدرع Sheath ويمكن تقليل التوهين للخط بصورة كبيرة ويمكن جعل الخط يقترب اكثر من شرط عدم التشوه بتحميله بمحاثة على التوالي وفي الخطوط الارضية يعمل هذا بصورة عامة بربط ملفات محاثة على التوالي عند فواصل معينة ، ان تأثير هذا نوقش في الجزء (2.9) تحت فرضية ان المحاثة وزعت بانتظام وهذا التحليل دقيق بصورة كبيرة لحد الترددات التي عندها يكون عدد الملفات صغيراً لكل طول موجة وبعد هذا يحدث تكتيل التحميل تأثيراً مشابهاً لمرشح امرار واطئ .

في اكثر قابلوات التحميل المكتل محاثة ملفات التحميل هي اكبر بكثير من محاثة الخط نفسها وعليه فأن التأثير الرئيسي لمقطع من خط بين ملفين هو فقط متسعة . وعندما تنظر بهذه الطريقة ، فان الخط يتكون من عدة مقاطع على التعاقب كل منها يحتوي على محاثة مكتلة على التوالي وتقريبياً سعة مكتلة على التوازي وهذا يجعل الخط مرشح امرار واطيء ثابت ك ، سنستعمل الرموز الآتية :

L_l = المحاثة المضافة لملفات التحميل لكل ميل لخط

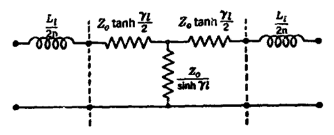
C = السعة للخط لكل ميل

n = عدد ملفات التحميل او مقاطع التحميل لكل ميل .

المحاثة لمقطع تحميل واحد هي اذن L_l/n هنري والسعة لكل مقطع هي C/n فراد . وباستعمال المعادلة (15.9 ب) لتردد القطع ، نجد ان :

$$f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{(L_l/n)(C/n)}} = \frac{n}{\pi\sqrt{L_l C}} \qquad (15.52)$$

عند الترددات خارج القطع ينصرف الخط كما لو ان المحاثة وزعت ومن الممكن استعمال الصيغ الاعتيادية لخط منتظم وعند الترددات القريبة من القطع ، فأن اداء الخط يمكن ان يحلل باختصار مقطع الخط بين الملفات الى مقطع T مكافيء وقد نوقشت الطريقة لعمل هذا في الجزء (4.8) وعليه كما أشر في الشكل (15.23) ، نصف المحاثة المكتلة لملف تحميل يضاف على التوالي عند كل جانب وعليه احداث مكافيء T صحيح للمقطع ويمكن حساب العلاقات الطرفية من هذه الدائرة المكافئة وسيحدث الخط (بالطبع) تشوهاً عند الترددات القريبة من القطع ، ان عدد ملفات التحميل لكل ميل n يختار بدرجة كبيرة كافية لجعل تردد القطع يحدث بعضاً ما ، او على الاقل ليس اوطأ من اعلى تردد ضروري يراد نقله .



شكل (15.23) شبكة T المكافئة لمقطع تحميل واحد .

مسائل

1 . صمم مقطع امرار واطيء ثابت ك له تردد قطع 2,000 هرتز . الممانعة المميزة عند الترددات الواطئة يجب ان تكون 1,000 اوم . ارسم تخطيطياً للشكلين العامين لـ T و π. وبين قيم العناصر واحسب ثابت الطور الصوري عند ٦,000 هرتز وثابت التوهين الصوري عند 4,000 هرتز .

2 . برهن على انه لمقطع امرار واطيء ثابت ك ؛ الكمية $d\beta/d\omega$ تقترب من القيمة $2/\omega_c$ عند الترددات الواطئة ولاحظ بأن هذه هي مقلوب سرعة الطور وسرعة المجموعة (بمقاطع لكل ثانية) للاشارات التي تكون جيداً اوطأ من القطع وعليه ان زمن التخلف لهذه الاشارات هو $2/\omega_c$ ثانية لكل مقطع (لاحظ المعادلتين (2.57) و (2.60)) .

3 . صمم مرشح امرار عالٍ ثابت ك مع تردد قطع 1,000 هرتز وممانعة مميزة تقترب من 500 اوم عنـــد الترددات العالية . ارسم تخطيطاً للشكلين العامين T و π وبين قيم العناصر . احسب ثابت التوهين الصوري عند 5,000 هرتز وثابت الطور الصوري عند 2,000 هرتز .

4 . صمم مرشح مقطع امرار حزمة ثابت ك مع تردد القطع السفلي 1,000 هرتز وتردد القطع العلوي 2,000 هرتز . استعمل $R = 500$ اوم . ارسم تخطيطاً للشكلين العامين T و π وبين قيم العناصر . عند اي تردد $\beta = 0$ ؟

5 . برهن على انه لمرشح ثابت ك نحصل على حزمة الامرار عندما $|Z_1| < 2R$.

6 . برهن على ان مقطع امرار واطيء ثابت ك $Z_1 = j2R(\omega/\omega_c)$ وان $Z_2 = -j(R/2)(\omega_c/\omega)$.

7 . مقطع مرشح امرار واطيء منفرد مربوط كما مبين في الشكل (15.10) تردد القطع هو 1,000 هرتز و E_g تساوي 10 فولت . ارسم اتساعات فولتية جانب الاستلام كدالة للتردد في المدى $3,000 > f > 0$ هرتز .

8 . مرشح ثابت ك امرار واطيء متكون من مقطعين T ومنتهٍ في مقاومة $R = \sqrt{L/C}$ ويساق بمولد له مقاومة داخلية مساوية الى R.

أ . احسب Z_T عند $f = \sqrt{2}f_c$

ب . استعمل المعادلة (13.11) لحساب نسبة الادخال للمرشح عند التردد $f = \sqrt{2}f_c$ جد فقد الادخال بالديسبل وازاحة طور الادخال لكل الشبكة وليس لمقطع واحد .

جـ . كرر الفرع (ب) لمرشح من اربعة مقاطع .

9 . صمم مقطع امرار واطيء مشتق على التوالي نوع م مع تردد قطع لـ 10,000 هرتز . التردد لتوهين غير نهائي يجب ان يكون 11,500 هرتز واستعمل $R = 700$ اوم .

10 . صمم مرشح امرار واطيء مركب يتكون من مقطع T كنموذج اولي ونصفي مقطعي انتهاء . تردد القطع يجب ان يكون 7,000 هرتز . استعمل $R = 500$ اوم . ارســـم تخطيطاً لممانعة الطرف الصورية مـــع التـــردد في المدى $0 < f < 14,000$ هرتز .

11 . اعد المسألة 10 ولكن استعمل مقطع π كنموذج اولي ونصفي مقطعي انتهاء .

12 . صمم مرشح عالي الامرار مركب يحتوي على مقطع T كنموذج اولي ونصفي مقطعي انتهاء . تردد القطع يجب ان يكون 5,000 هرتز استعمل $R = 700$ اوم .

13 . صمم مرشح امرار حزمة مركب يحتوي على مقطع T كنموذج اولي ونصفي مقطعي انتهاء . تردد القطع يجب ان يكون 8,000 و 12,000 هرتز . استعمل $R = 500$ اوم .

14 . برهن على انه في حزمة التوهين : ثابت التوهين لمقطع امرار واطيء مشتقة م معطى بـ :

$$\alpha = \left| \frac{(1 + m^2)(f/f_c)^2 - 1}{(1 - m^2)(f/f_c)^2 - 1} \right|$$

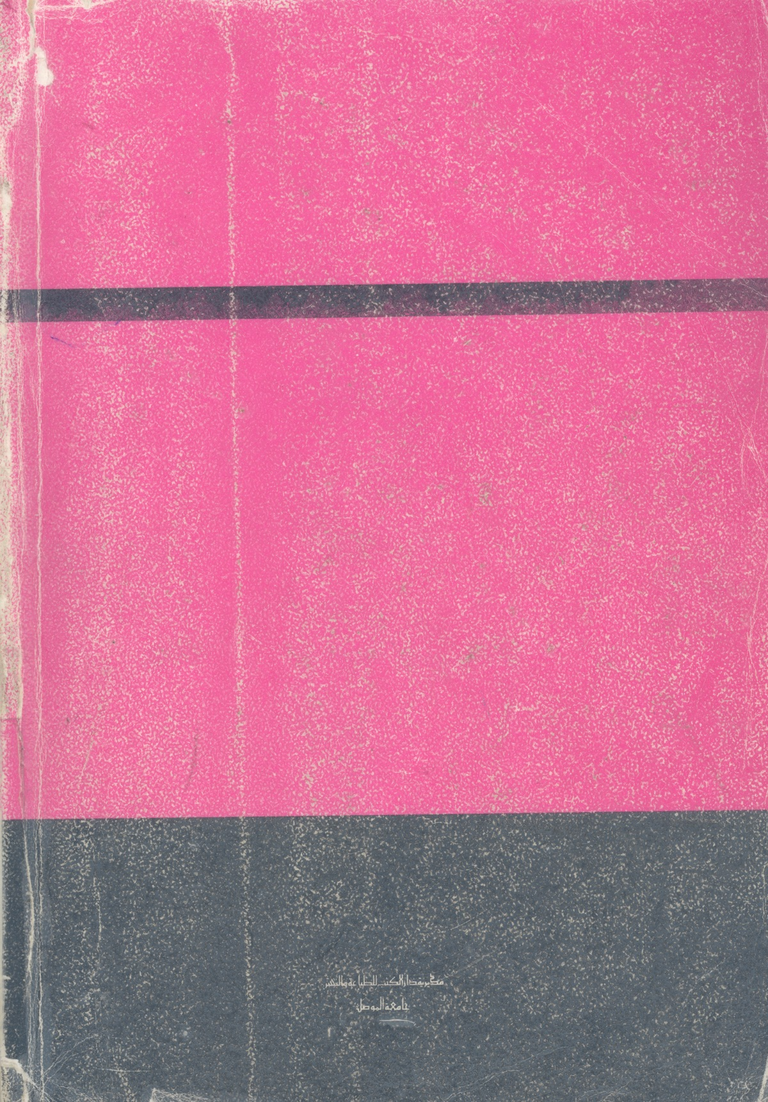
15 . قابلو هاتف له $L = 0.001$ هنري لكل ميل و $C = 0.062 \times 10^{-6}$ فراد لكل ميل . ملفات التحميل اضيفت عند فواصل لـ 1.14 ميل وكل ملف له محاثة 0.044 هنري ووضع ملف واحد على التوالي مع كل سلك عند نقاط التحميل . استخرج تردد القطع للقابلو المحمل .

16 . قابلو هاتف له $L = 0.0007$ هنري لكل ميل و $C = 0.062 \times 10^{-6}$ فراد لكل ميل . المحاثة يجب ان تزداد الى 0.0400 هنري لكل ميل باستعمال ملفات التحميل . اذا اريد ان يكون تردد القطع 11,000 هرتز ماذا يجب ان تكون مباعدة الملفات ؟

جدول تحويل الوحدات

١ انج	0.2540	متر
١ قدم	0.3048	متر
١ ياردة	0.9144	متر
١ ميل	1.6093	كيلومتر
١ ديسبل لكل ميل	4.7580=10 Loge 1.6093	ديسبل لكل كيلومتر
١ فراد لكل ميل	0.6214	فراد لكل كيلومتر
١ هنري لكل ميل	0.6214	هنري لكل كيلومتر
١ نيبر لكل ميل	4.758 =10 Loge 1.6093	نيبر لكل كيلومتر
١ اوم لكل ميل	0.6214	اوم لكل كيلومتر
١زاوية نصف قطرية لكل ميل	0.6214	زاوية نصف قطرية لكل كيلومتر
١ سيمنس لكل ميل	0.6214	سيمنس لكل كيلومتر

طبع بمطابع مديرية دار الكتب للطباعة والنشر جامعة الموصل


مديرية دار الكتب للطباعة والنشر
جامعة الموصل